Coperta: MIHAI BOITOR

Emanuel Vasiliu

PRELIMINARII LOGICE LA SEMANTICA FRAZEI

Editura
științifică și enciclopedică
București, 1978

Omagiu profesorului
Iorgu Iordan

E.V.

PREFAȚĂ

Cuvinte ca *sens*, *denotație* (sau *referință*), *identitate de sens*, *sinonimie* etc. sînt în momentul de față comune atît vocabularului lingvisticii, cît și vocabularului logicii. S-a întîmplat însă ca înțelesul acestor termeni (folosiți inițial dacă nu exclusiv, cel puțin cu precădere în interiorul lingvisticii) să se fi precizat nu în lingvistică, ci în logică. Înțelesurile originare ale acestor cuvinte au devenit în cursul evoluției celor două discipline niște *explicanda* pentru care logica (mai precis, semantica logică) a avut de formulat o serie corespunzătoare de *explicata*.

Clarificarea și definirea exactă a acestor concepte semantice *în afara* domeniului propriu lingvisticii a avut cîteva consecințe negative : (a) definițiile exacte (provenite din logică) au fost și sînt considerate și tratate de către mulți lingviști ca exterioare disciplinei lor ; (b) plasate într-un cadru conceptual puțin sau deloc familiar pentru mulți lingviști, relevanța pentru limbajul natural a acestor concepte exact definite a fost greu de degajat ; (c) în condițiile de sub (a) și (b) era greu de așteptat ca aceste concepte semantice, definite exact în raport cu limbaje idealizate, deci *mai simple* decît limbajul natural, să fie adaptate la necesitățile descrierii unui limbaj deosebit de complex, cum este limbajul natural.

S-a ajuns în felul acesta la o incapacitate de comunicare reală și de esență între două domenii de cercetare care, prin natura lucrurilor, nu pot fi străine unul de celălalt : atît semantica limbajului natural, cît și semantica limbajelor logice sînt, după părerea noastră, mai întîi de toate *semantică*, adică studiu al unor sisteme de semne în raport cu denotatele lor.

Lucrarea de faţă trebuie luată ca o încercare de „mediere" între logică şi lingvistică, într-un moment în care, după părerea noastră, acest lucru se impune din punctul de vedere al metodologiei generale. Sperăm că titlul acestei cărţi este suficient de lămurit din punctul de vedere al intenţiilor noastre: „Preliminarii logice" se justifică prin aceea că, după părerea noastră, semantica logică oferă un cadru sau un aparat conceptual indispensabil pentru semantică în general şi pentru semantica limbajului natural, în particular; aşadar, lucrarea de faţă trebuie văzută ca o *introducere în (semantica) logică*. Partea a doua a titlului, „la o semantică a frazei", are rolul de a pune în evidenţă două lucruri: (a) că lucrarea nu este o simplă „introducere în logică", ci o introducere în logică *pentru lingvişti* (sau pentru cei cu formaţie sau cu preocupări *filologice*) şi (b) că avem în vedere nu o aplicaţie lingvistică „în general" a sistemului conceptual logic, ci o aplicaţie la un domeniu precis delimitat, anume sensul frazei.

Ceea ce, cel puţin în intenţia noastră, deosebeşte această lucrare de numeroasele manuale şi tratate de logică existente este faptul că noţiunile de semantică logică sînt *privite şi explicate din punctul de vedere al lingvistului* (şi nu al logicianului), fapt care ne-a permis degajarea *semnificaţiei lingvistice* a acestor noţiuni şi indicarea posibilităţilor şi condiţiilor de utilizare a acestora în semantica limbajelor naturale.

* * *

Materia prezentată în această carte a făcut, în parte, obiectul unor cursuri speciale pe care le ţinem, de mai mulţi ani, la Facultatea de limba şi literatura română, fapt care ne-a prilejuit o îndelungă şi din variate puncte de vedere reflexie asupra diverselor aspecte ale relaţiei dintre limbajele logice şi limbajul natural. Din acest punct de vedere, avem sentimentul că datorăm foarte mult tuturor celor care, de-a lungul anilor, ne-au audiat cu inteligenţă şi interes aceste cursuri: au fost pentru noi un stimulent intelectual şi un sprijin moral.

Ţinem să exprimăm cea mai vie recunoştinţă colegului nostru, dr. Sorin Vieru, de la Institutul de filozofie, pentru bunăvoinţa pe care a avut-o de a citi această lucrare şi de a ne comunica prin referatul făcut substanţialele d-sale observaţii, în urma cărora un număr de neclarităţi şi erori au putut fi eliminate în forma definitivă a lucrării.

Colegul Mihai Gaiţă, de la Institutul de lingvistică al Facultăţii de limba şi literatura română din Bucureşti, a acceptat să alcătuiască indicele de materii al acestui volum şi a binevoit să ne comunice un mare număr de observaţii judicioase deosebit de utile în pregătirea pentru tipar a acestei lucrări. Ne îndeplinim o deosebit de plăcută datorie, aducîndu-i aici viile noastre mulţumiri.

Este evident însă că autorul rămîne singurul răspunzător pentru eventualele erori, imprecizii sau neclarităţi existente în volumul de faţă.

Bucureşti, 19 februarie 1977

E. V.

SUMAR

Capitolul I

INTRODUCERE

§ 1. Lingvistică şi logică. Este bine cunoscut faptul că lingvistica şi logica, cel puţin în antichitatea greacă, nu erau discipline bine delimitate una în raport cu cealaltă, iar în perioada care a urmat, cele două discipline nu au fost preocupate în primul rînd de a se „delimita" între ele. Separarea netă a lingvisticii de logică aparţine perioadei moderne de evoluţie a celor două discipline; delimitarea capătă un caracter foarte clar în momentul în care se poate vorbi de o „logică matematică" şi de o „lingvistică structurală". Din acest moment, mulţi logicieni consideră că întregul aparat conceptual dezvoltat în procesul de construire a sistemelor de logică matematică şi de studiere a proprietăţilor acestor sisteme sînt incompatibile cu natura cu totul diferită a limbajului natural, după cum mulţi lingvişti (dacă nu chiar marea majoritate a acestora) consideră că, deoarece logica studiază „legile gîndirii" iar gîndirea este altceva decît limbajul, conceptele logicii nu sînt de natură să pună în lumină proprietăţile specifice limbajului.

Este unul dintre marile merite ale lui R. Carnap acela de a fi atras atenţia asupra faptului că diversele sisteme ale logicii matematice nu sînt decît *limbaje*, cu o structură analogă cu aceea a limbajului natural, dar cu o serie de particularităţi care derivă din caracterul lor artificial, anume caracterul lor *neambiguu* şi caracterul *explicit* şi *exact* al regulilor (cf. Carnap, 1959 : 1—9; 1958 : 1—3).

Ultimele două decenii au pus în evidenţă tendinţa de „reconciliere" între cele două discipline, cînd în teoria limbajului natural pătrunde un număr important de concepte definite la origine în raport cu limbajele logice (referință, extensiune, intensiune, limbaj-obiect, meta-limbaj etc.).

§ 2. Concepte semantice în lingvistică și logică. Lingvistica operează cu un număr de noțiuni ca *semantică*, *sens*, *sinonimie*, *negație*, *aserțiune* etc., cu care operează și logica modernă.

Împrejurări istorice au făcut ca aceste noțiuni (fundamentale pentru ambele discipline) să primească o definiție exactă (sau *mai* exactă) în logică.

Dacă pentru logician a face *semantică* înseamnă a cerceta semnele și expresiile unui limbaj (logic) în raport cu denotatele acestora, nu există nici un motiv rezonabil pentru care lingvistul ar trebui să înțeleagă altceva prin a face *semantică*. După cunoștințele pe care le avem, astfel de motive nu au fost invocate.

Dacă acceptăm că semantica se ocupă de raportul dintre semne și expresii (constituite din semne) și denotatele acestora, atunci trebuie să ne întrebăm și *cum se stabilește* acest raport și *care este natura* lui. A ști să folosești un semn (al unui limbaj natural sau artificial) înseamnă a ști să-l aplici în mod corect (adecvat) unui obiect (sau unei clase de obiecte) și nu altuia (sau altei clase de obiecte). Or, acest lucru nu înseamnă altceva decît a cunoaște *care sînt proprietățile* pe care trebuie să le aibă obiectul (sau clasa) respectiv(ă) pentru a i se putea aplica un anumit semn sau o anumită expresie (a limbajului natural sau artificial). De exemplu, cineva poate aplica în mod corect (adecvat) semnul *creion* unui obiect, numai în măsura în care știe că „pentru a i se putea aplica semnul *creion*, *X* trebuie (i) să fie un *instrument*, (ii) să fie *destinat scrisului sau desenatului*, (iii) să fie *construit dintr-o mină neagră* sau colorată *protejată de un înveliș*, de obicei de lemn" (după DEX, s.v.).

După cum se vede, a ști să aplici un semn obiectului în mod apropriat înseamnă, în ultimă instanță, a *cunoaște sensul* semnului respectiv; raportul *semn-denotat* se stabilește *prin sens*.

Conceptul de *sens* cu accepția de mai sus apare în semantica logică și, din nou, nu există nici un motiv rațional pentru a considera că, în această accepție, noțiunea de sens nu convine limbajului natural.

În cazul unei expresii complexe, cum este ***propoziția***, noțiunea de sens necesită unele clarificări suplimentare: o ***propoziție*** face o ***aserțiune*** despre un fapt, un eveniment, o stare din lumea reală; o propoziție „se aplică" deci unui fapt, eveniment sau unei stări tot așa cum spunem că *creion* „se aplică" obiectelor din „clasa creion". Cînd o propoziție se aplică în mod adecvat sau corect unei anumite stări sau unui anumit fapt sau eveniment, logicienii spun că propoziția este *adevărată*, cînd nu, propoziția este *falsă*. În ce condiții putem decide dacă o propoziție este adevărată sau falsă? Evident că numai în condițiile în care cunoaștem „ceea ce se spune" prin propoziția respectivă; numai în acest caz putem spune dacă faptul, evenimentul sau starea care este denotat(ă) printr-o propoziție P sînt sau nu sînt conforme cu „ceea ce se spune" prin propoziția respectivă. Așadar, „ceea ce se spune" printr-o propoziție reprezintă ***condiția ei de adevăr***, deci condiția în care putem spune dacă o propoziție este ***aplicată în mod apropriat*** unei stări, unui fapt sau unui eveniment. Dar „ceea ce se spune" printr-o propoziție reprezintă ***sensul*** propoziției respective. Prin urmare, ***sensul unei propoziții*** este ***condiția de adevăr*** a acestei propoziții (cf. mai jos, II § **3**.).

Împotriva identificării „sensului" cu „condiția de adevăr" se aduc din partea lingviștilor mai multe obiecții:

1°. Limbajul natural conține un număr de propoziții care nu sînt nici adevărate nici false (interogative, exclamative, dubitative etc.).

2°. Limbajul natural nu are numai funcție comunicativă, deci nu are numai funcția de a transmite informații cu privire la realitate, ci și o funcție afectivă (emoțională), anume aceea de a exprima starea emoțională a vorbitorului sau de a determina o anumită stare emoțională la interlocutor.

3°. „Adevărul" sau „falsul" nu sînt categorii care interesează pe lingvist, întrucît există propoziții false care sînt corecte din punctul de vedere al înțelesului.

La prima obiecţie se poate replica, invocînd faptul că, dacă este adevărat că limbajul natural nu conţine *numai* propoziţii asertive (care deci pot fi adevărate sau false), el conţine totuşi *şi* propoziţii asertive. Aşadar cel puţin pentru această clasă de propoziţii (cele asertive) identificarea sens-condiţie de adevăr este adecvată. Ar urma cel mult deci ca noţiunea de *sens* să fie definită pentru limbile naturale într-un mod ceva mai general, care să permită totuşi ca, pentru o anumită clasă de expresii, sensul să poată fi identificat cu condiţia de adevăr. În plus, o serie de sisteme logice dezvoltate în ultimii ani sugerează posibilitatea de a reduce un număr de propoziţii neasertive la propoziţii asertive (logica imperativelor, logica interogaţiei ş.a.m.d.).

La a doua obiecţie se poate răspunde că, deşi limbajul natural are şi alte funcţii decît cea comunicativă, deci transmite şi alte informaţii decît cele privitoare la realitate, funcţia comunicativă este una dintre funcţiile limbajului şi, în consecinţă, cel puţin în raport cu această funcţie, concepţia de mai sus a sensului este adecvată.

Şi, în acest caz, trebuie să menţionăm faptul că dezvoltarea recentă a „pragmaticii" permite tratarea anumitor aspecte care ţin de „semnificaţia emoţională", în termeni analogi cu cei în care se tratează semnificaţia strict comunicativă.

În sfîrşit, în legătură cu cea de a treia obiecţie, trebuie făcute următoarele observaţii. Este foarte posibil ca lingvistul să nu fie interesat de faptul dacă propoziţia *x* sau *y* din limbajul natural este adevărată sau falsă. Cu toate acestea, în măsura în care „valoarea de adevăr" este implicată în noţiunea de *sens* şi în măsura în care lingvistul se interesează de *sens*, lingvistul nu poate, prin forţa lucrurilor, să se dispenseze de *conceptul* de „valoare de adevăr".

Am putea spune chiar că „valoarea de adevăr" nu are pentru lingvist numai o importanţă teoretică. Există cazuri în care ea poate căpăta o importanţă *operaţională*. Să ne gîndim la *sinonimie*. Orice lingvist cunoaşte dificultatea de a decide dacă (şi, eventual, în ce măsură) două cuvinte au sau nu au sens identic. Simpla „descriere" a sensului fiecăruia dintre ele nu este suficientă, deoarece nu se poate şti niciodată în ce măsură o deosebire de „frazare" a definiţiei exprimă sau nu exprimă o diferenţă de sens. Testul de sinonimie uzual este substituţia: dacă două cuvinte se pot substitui unul celuilalt (probabil că în orice context), fără ca sensul unităţii în care se face substituţia să se schimbe, atunci cele două cuvinte sînt sinonime. Întrebarea care se pune este însă următoarea: de unde ştim dacă se schimbă sau nu se schimbă sensul unităţii în care se face substituţia? La această întrebare este greu de răspuns în mod clar, dacă vrem să ne dispensăm de conceptul de „valoare de adevăr".

În schimb, bazîndu-ne pe acest concept putem răspunde: sensul expresiei în care se face substituţia nu se schimbă dacă şi numai dacă expresia rezultată din substituţie este *echivalentă* cu cea dintîi şi dacă această echivalenţă este *validă* (în sensul definiţiei **11—1** de mai jos).

Pe de altă parte, unii logicieni consideră că noţiunile semantice definite în raport cu limbajele logice au valoare exclusiv în raport cu aceste limbaje şi nu pot fi transferate într-o descriere a limbajului natural. De exemplu, Tarski, 1952 : 19, subliniază explicit că noţiunea de „adevăr" pe care o defineşte este valabilă exclusiv pentru limbaje formale, deci limbaje neambigue şi cu reguli complet specificate.

Observaţia că noţiunile de *adevăr*, *sens*, *regulă de adevăr* etc. (şi noţiunile al căror sens depinde de accepţia dată acestor termeni) nu pot fi transferate *direct* din logică în lingvistică este perfect justificată. Structura limbajului natural este mult mai complexă decît structura oricăruia din limbajele logice. Pe lîngă aceasta, trebuie remarcat faptul că regulile limbajului natural nu ne sînt *date*, o dată cu sistemul, ci trebuie „descoperite" de către cercetător, în dosul faptele de uzaj. Or, o astfel de „descoperire" nu este niciodată completă, iar rezultatul nu este decît o *aproximare* a realităţii concrete. Acest sens sau în primul rînd acest sens trebuie acordat afirmaţiei că limbajul natural nu are reguli explicite.

Aceasta nu înseamnă însă că „transferul" de care vorbeam nu este posibil în măsura în care anumite condiţii sînt îndeplinite. Avem în vedere pe de o parte *dezambiguizarea* explicită a expresiilor limbajului natural şi, pe de altă parte, *explicitarea* regulilor limbajului natural. Altfel spus, conceptele în discuţie pot fi transferate din logică în lingvistică în măsura în care: a) printr-un procedeu oarecare facem ca *nici una dintre expresiile considerate* să nu aibă mai mult decît un sens, şi b) printr-un procedeu oarecare ne asigurăm că nici una dintre regulile (gramaticale şi/sau semantice) care guvernează folosirea limbajului natural (sau a fragmentului considerat din limbajul natural) nu rămîne „sub-înţeleasă". În raport cu *acest* limbaj dezambiguizat şi în raport cu *aceste* reguli explicitate, transferul de concepte din logică în lingvistică devine posibil.

În plus, trebuie amintit şi faptul următor: limbajele logice nu sînt de multe ori decît „idealizări" ale unei porţiuni din limbajul natural; conjuncţia din logica propoziţiilor nu este decît un *şi* „ideal" (cu un singur sens şi numai unul, care se supune unui număr de reguli fixe şi explicite şi numai acestora etc.); semnul de negaţie nu este decît o „idealizare" a diverselor feluri de a spune în limbajul natural că o afirmaţie nu este adevărată; operatorii modali nu sînt decît „idealizări" ale unor cuvinte ca *necesar*, *se poate*, *crede*, *şti*, *credibil* etc. În aceste condiţii, elementele menţionate au, în raport cu cuvintele corespunzătoare din limbajul natural, un statut asemănător pînă la un punct cu acela pe care îl au cuvintele cu sens asemănător (eventual identic) din două limbi naturale diferite. După cum nu este raţional să spunem că pentru a descrie semantica a două limbi naturale diferite avem nevoie de două sisteme de concepte teoretice radical diferite, tot aşa nu este raţional să considerăm fără rezerve că, pentru a descrie limbajul natural, avem nevoie de un sistem de concepte teoretice radical diferit de sistemul de concepte teoretice necesar pentru descrierea semantică a unui limbaj logic.

§ 3. Scopul lucrării. Tot atît de util ca şi discuţia teoretică a faptului dacă noţiunile de semantică definite în raport cu limbajele logice pot sau nu pot fi utilizate în semantica lingvistică ni se pare *examenul direct al posibilităţii de a interpreta* conceptele din semantica logică în termeni specifici semanticii limbajului natural. Altfel spus, ni se pare util să stabilim dacă şi în ce condiţii o serie de definiţii, reguli şi teoreme formulate în raport cu unele elemente ale limbajului logic îşi păstrează valabilitatea şi pentru acele elemente ale limbajului natural care au proprietăţi de sens evident asemănătoare cu entităţile limbajului logic în legătură cu care s-au formulat definiţiile, regulile şi teoremele respective.

Acest lucru urmărim să-l realizăm în paginile următoare.

Întrucît drumul firesc al unei astfel de investigaţii este normal să înceapă cu examinarea unor definiţii, reguli şi teoreme cît mai simple, ne propunem să examinăm aici, din punctul de vedere care ne interesează, definiţiile, regulile şi teoremele legate de limbajele logice cele mai simple : logica modală şi ne-modală a propoziţiilor.

Se întîmplă însă că celui mai simplu limbaj logic îi corespund în limbajul natural cele mai complexe structuri semantice, şi cele mai puţin cercetate din punct de vedere semantic, anume *frazele*.

Situaţia prezintă un deosebit interes, întrucît, dacă în momentul de faţă este foarte greu de precizat ce trebuie să înţelegem prin „sensul unei fraze", adică să spunem cum se poate specifica sensul unei fraze oarecare, F, pornind de la sensul propoziţiilor ei constituente : $p_1 \ldots p_n$, aceasta se datoreşte în mare parte, dacă nu chiar exclusiv, faptului că noţiunile strict lingvistice folosite în descrierea semantică a *elementelor de legătură* (conjuncţii) şi a unei categorii de *cuvinte regente* (ale propoziţiilor) sînt şi insuficiente şi defectuos definite.

Într-adevăr, chiar şi un examen sumar al modului tradiţional de a defini raporturile exprimate prin conjuncţii şi raporturile existente între cuvintele regente şi propoziţiile subordonate lor ne permite să facem următoarele constatări :

(i) raporturile exprimate de conjuncţii sînt definite în termeni cu o semnificaţie neprecisă (uneori ambiguă) luaţi direct din limbajul uzual şi care, în consecinţă, trebuie ei înşişi definiţi mai departe; în plus, definiţiile au un caracter descriptiv, şi nu operaţional;

(ii) raporturile stabilite între diversele tipuri de propoziţii (subordonate) şi cuvintele regente de care aceste propoziții depind sînt definite, de asemenea, în termeni cu o semnificație (care trebuie, la rîndul ei, precizată) luată direct din limbajul uzual; în plus, și aceste definiții au un caracter pur descriptiv și nu operațional.

Să luăm spre exemplu felul în care este definit raportul de coordonare copulativă: „unitățile sintactice coordonate prezentate de vorbitor ca asociate se numesc copulative" (*GLR II:* 243).

Pentru „coordonare" se dă următoarea definiție: „coordonarea este raportul dintre două sau mai multe unități sintactice (părți de propoziție, propoziții, fraze) care stau pe același plan".

Conform cu cele două definiții, sensul unei fraze ca *Ion doarme și Gheorghe se plimbă* ar trebui să fie: „propozițiile 'Ion doarme', 'Gheorghe se plimbă' stau pe același plan și sînt prezentate de vorbitor ca asociate".

În legătură cu o astfel de definiție a raportului copulativ, ne putem întreba ce înseamnă „prezentate de vorbitor ca asociate"? Cele două propoziții dintr-o frază ca *Ion doarme, prin urmare Gheorghe se plimbă* sînt prezentate de vorbitor ca mai puțin „asociate" sau ca deloc „asociate"? Dacă răspunsul este că sînt asociate, atunci ne putem întreba mai departe: în ce condiții trebuie să spunem că două propoziții sînt „prezentate de vorbitor ca asociate"? Or, astfel de condiții nu se formulează nicăieri.

Într-un mod asemănător se poate arăta că nici definițiile date în gramatică diverselor categorii de propoziții subordonate nu pot fi utilizate în specificarea sensului global al unei fraze atunci cînd cunoaștem sensul propozițiilor constituente.

În sensul celor arătate, în capitolele următoare vom proceda după cum urmează:

(i) Pornind de la logica simplă (adică ne-modală) a propozițiilor, vom arăta dacă și în ce condiții *și*, *sau*, *dacă ... atunci* și diversele forme *de negație* a propozițiilor și frazelor pot fi definite și tratate în aceiași termeni în care sînt tratați conectorii logici corespunzători (Cap. II).

(ii) Pornind de la logica modală alethică a propozițiilor, vom arăta dacă și în ce condiții construcții formate din propoziții (sau complexe de propoziții formate cu conjuncții) dependente de cuvinte și expresii „modale" ca *în mod necesar*, *se poate*, *trebuie* etc. pot fi tratate în aceiași termeni în care sînt tratate în logica modală expresiile cu operatori modali. În plus, vom discuta o serie de conjuncții pe care le numim „modale"; este vorba de conjuncții în a căror definiție semantică se face uz de operatori modali; conjuncții ca *prin urmare*, *încît*, *dacă ... atunci* cu valoare de „implicație logică" (Cap. III).

(iii) Pornind de la logica modală ne-alethică a propozițiilor (se va avea în vedere în primul rînd logica pe care o numim doxastică), vom arăta dacă și în ce condiții construcții constituite din propoziții (sau *complexe* de propoziții formate cu conjuncții) dependente de cuvinte și expresii „modale" ca *crede*, *credibil*, *a fi convins*, *a ști*, *a cunoaște* etc. pot fi tratate în aceiași termeni în care sînt tratate în logica doxastică expresiile cu operatori doxastici. Și aici vom discuta o serie de conjuncții pe care le numim „modale", în sensul că definiția lor semantică conține operatori modali, de data aceasta doxastici. E vorba de conjuncții ca *deși*, *însă* sau de *dacă ... atunci* cu valoare modal-doxastică (Cap. IV).

Atragem atenția asupra faptului că lucrarea de față nu trebuie luată ca o încercare de a construi o teorie a sensului frazei ci, pur și simplu, ca o încercare de a fixa cadrul *conceptual și metodologic* al unei astfel de teorii care s-ar putea construi ulterior. Scopul nostru este în primul rînd acela de a pune la îndemîna lingvistului un sistem de noțiuni semantice așa cum ele au fost definite în raport cu limbajele logice, noțiuni pe care le considerăm într-un fel sau altul relevante pentru semantica limbajului natural. În al doilea rînd, dat fiind că acest sistem de concepte nu a fost elaborat *în* lingvistică și *pentru* lingvistică, ne propunem să arătăm în ce constă relevanța lui lingvistică. În sfîrșit, în al treilea rînd, ne propunem să *sugerăm* numai (fără a avea deci nici pretenția și nici intenția de a *aplica efectiv* aceste concepte în teoria semantică a limbajului natural) ce condiții ar trebui să îndeplinească o descriere a limbajului natural pentru ca sistemul conceptual folosit în raport cu limbajele logice să poată fi utilizat și în raport cu limbajul natural. Deoarece sistemul de concepte semantice este definit în raport cu logica propozițiilor, ne va interesa cum ar trebui descrisă fraza, pentru ca sensul ei să poată fi descris în termenii modelelor semantice atașate diverselor tipuri de logică a propozițiilor.

În măsura în care se poate vorbi de „originalitate" în raport cu o lucrare de acest tip, ea nu trebuie căutată nici în sistemul conceptual folosit (acesta este cel cunoscut oricărui logician) și nici în rezultatele consemnate în propoziții și teoreme (care și ele pot fi găsite în marea lor majoritate în manualele și tratatele de logică simbolică); ea trebuie căutată cel mult în încercările constante de a degaja atît *relevanța lingvistică* a conceptelor și regulilor folosite, cît și *consecințele metodologice pentru lingvistică* ale acestora.

În ce privește expunerea propriu-zisă a materiei, aceasta urmează în linii mari cursul expunerii din unele lucrări pe care le-am folosit în mod special, anume Hughes & Cresswell, 1972, Hintikka, 1969. Nota specifică — cel puțin în intenția noastră — este dată de faptul că *prezentarea este făcută din punctul de vedere al lingvistului* și nu al logicianului.

Capitolul II

LOGICA PROPOZIŢIILOR CA SISTEM SEMANTIC

§ 1. Consideraţii introductive. Logica propoziţiilor ca sistem semantic se ocupă de *sensul propoziţiilor simple* şi de *sensul expresiilor complexe*, formate din propoziţii simple cu ajutorul unor semne numite *conectori* şi care corespund în mare „conjuncţiilor" din limbajul natural.

Întrucît, după cum am arătat în Cap. I, lucrarea de faţă îşi propune să definească o serie de concepte de semantică logică utilizabile în studiul semantic al limbajului natural, vom consacra în acest capitol paragrafe speciale problematicii lingvistice pentru care diversele concepte introduse au relevanţă imediată.

În acest capitol vom descrie ca sistem semantic cel mai simplu limbaj logic şi anume *logica propoziţiilor.*

A prezenta un limbaj logic ca sistem semantic înseamnă a-l prezenta ca un sistem în interiorul căruia concepte ca *adevăr*, *validitate*, *sens*, *consecinţă logică*, *identitate de sens* ş.a. pot fi definite cu exactitate. Acest lucru este posibil în măsura în care sistemul de semne este considerat în relaţie cu obiectele, stările şi evenimentele la care semnele sistemului respectiv se referă, adică în măsura în care semnelor acestui limbaj li se asociază anumite *denotate.*

§ 2. Constante şi variabile propoziţionale. Prin *constantă propoziţională* se înţelege, în logica propoziţiilor, un semn care are ca sens „ceea ce se spune" într-o propoziţie simplă a limbajului natural. Cu alte cuvinte, o constantă propoziţională poate avea ca sens o expresie ca *Ion doarme* sau *sîmbătă este a şasea zi a săptămînii* sau *luna este satelitul pămîntului* etc.

Excludem posibilitatea de a considera că o constantă propoziţională are ca sens o propoziţie interogativă (ca *Ion doarme?*) sau o propoziţie exclamativă (ca *Ce frumos este afară!*) sau dubitativă (ca *Ion va fi dormind*) sau optativă (ca *Ion ar dormi*) etc. Faptul că spunem că sensul unei constante propoziţionale este „ceea ce spune" o propoziţie *simplă* exclude posibilitatea de a considera că o constantă propoziţională are ca sens ceea ce se exprimă în limbajul natural printr-o frază. În consecinţă, expresii ca *Ion spune că doarme*, *Ion doarme şi Gheorghe citeşte*, *Ion, cu care m-am întîlnit astăzi, doarme* etc. nu pot fi considerate ca exprimînd sensul unei constante propoziţionale.

În linii mari, se poate spune că o *constantă propoziţională* (din logica propoziţiilor) corespunde la ceea ce gramatica numeşte o propoziţie simplă. Trebuie adăugat că, pentru motive care vor deveni clare mai jos (vezi § **8**), sensul unei constante propoziţionale este totdeauna cel exprimat de o propoziţie *afirmativă* şi niciodată negativă. Vom spune deci mai exact că unei constante propoziţionale îi corespunde o *propoziţie afirmativă simplă*.

Spre deosebire de abordarea lingvistică a limbajului natural, cînd propoziţiile sînt *analizate*, deci sînt privite ca structuri alcătuite din elemente simple (eventual cuvinte), în logica propoziţiilor, constantele propoziţionale sînt luate ca *entităţi inanalizabile* sau, altfel spus, ca entităţi a căror structură de constituenţi este nerelevantă pentru cel care descrie un astfel de limbaj.

În sistemul pe care îl prezentăm mai jos, vom folosi în locul propoziţiilor de forma

(1) *Ion doarme.*

(2) *Sîmbătă este a şasea zi a săptămînii.*

(3) *Luna este satelitul pămîntului.*

litere mici de la începutul alfabetului latin: a, b, c, ..., sau litere mici indexate, de la începutul alfabetului latin: $a_1, a_2, \ldots; b_1, b_2, \ldots; c_1, c_2, \ldots$

Este ca şi cum am avea a face cu un limbaj în care pentru fiecare propoziţie distinctă am avea un suport fonetic distinct (aşa cum pentru fiecare morfem distinct avem în limbile naturale cîte o expresie fonetică distinctă, bineînţeles, exceptînd cazurile de omonimie).

Cu titlu de exemplificare, vom spune că semnele *a*, *b*, *c* din sistemul nostru „stau în locul" propozițiilor (1), (2), respectiv (3); în alți termeni putem spune că

(1′) *a* exprimă propoziția (1).

(2′) *b* exprimă propoziția (2).

(3′) *c* exprimă propoziția (3).

Trebuie menționat, pe de altă parte, faptul că în logica propozițiilor nu este totdeauna necesar ca sensul unei constante propoziționale să fie explicitat; este suficient uneori să știm că un semn oarecare, să spunem a_1, are un sens determinat (= exprimă o propoziție afirmativă simplă) fără a fi necesar să știm exact *care* anume este acest sens. Este deci suficient uneori să știm că a_1 este o constantă propozițională, fără să fie necesar să știm care este propoziția concretă pe care o „exprimă" a_1.

Prin *variabilă propozițională* se înțelege în logica propozițiilor un semn care poate lua diverse valori din domeniul constantelor propoziționale. În sistemul pe care îl descriem, reprezentăm variabilele propoziționale prin litere mici de la mijlocul și sfîrșitul alfabetului latin: *p*, *q*, *r*,..., sau litere mici indexate, de la mijlocul și sfîrșitul alfabetului latin: $p_1, p_2, \ldots; q_1, q_2, \ldots; r_1, r_2, \ldots$ etc. Un semn ca *p* reprezintă deci *o propoziție oarecare* (în sensul acordat termenului de „propoziție" mai sus); sau, altfel spus, *p* poate fi înțeles ca oricare dintre propozițiile reprezentate prin constante.

Principala proprietate a unei variabile propoziționale este aceea că în principiu *poate fi substituită* prin oricare dintre constantele propoziționale ale sistemului (vezi mai jos regula de substituție). Această „substituție" nu înseamnă altceva decît *acordarea unei valori determinate* pentru variabila respectivă. Pentru a reveni la exemplul discutat, valorile pe care o variabilă propozițională, *p*, le poate lua sînt *a* sau *b* sau *c*.

Pentru a înțelege mai exact care este statutul variabilelor propoziționale în sistemul descris, vom spune că o variabilă propozițională este un analog al variabilelor numerice dintr-o expresie ca $2 + x = 3$, unde x poate lua diverse valori numerice: *1*, *2*, *3*, ... *n* (evident însă că, în ecuația de mai sus, valoarea lui x nu poate fi decît $x = 1$).

§ 3. Condiţii de adevăr pentru propoziţii. Putem considera că o propoziţie (din limbajul logic sau din limbajul natural) este *adevărată* atunci cînd aserţiunea conţinută de acea propoziţie corespunde unei anumite stări de fapt existente în univers. Putem spune deci că o propoziţie ca (1) este adevărată numai în cazul în care, în momentul acesta, individul numit *Ion* se află în starea pe care o numim prin verbul *dormi*.

Trebuie să observăm, în continuare, că expresia „individul numit *Ion* se află în starea pe care o numim prin verbul *dormi*" nu este decît o parafrază a expresiei mai fireşti în limba română, Ion doarme, în sensul că cele două expresii spun exact acelaşi lucru.

Aşadar, putem considera că propoziţia (1) este adevărată numai în cazul în care „Ion doarme". Formulînd explicit această regulă particulară de adevăr, vom spune:

3—1. Condiţie de adevăr. Propoziţia „Ion doarme" este adevărată dacă şi numai dacă Ion doarme.

Observaţii. 1°. Prima apariţie (în **3—1**)* a propoziţiei aici în discuţie nu reprezintă o aserţiune propriu-zisă, ci nu este altceva decît un semn cu ajutorul căruia ne referim (în meta-limbaj) la propoziţia discutată. În schimb, a doua apariţie a propoziţiei (în **3—1**) *face* o aserţiune cu privire la starea de lucruri.

2°. Impresia de absenţă a oricărei informaţii adusă de ceea ce urmează după „dacă şi numai dacă" în **3—1** derivă

---

* Sistemul de *trimiteri* la paragrafe, subparagrafe, definiţii, teoreme etc. utilizat în această carte este următorul:

a) Semnul '§' urmat de un număr reprezintă trimiterea la un paragraf care se află *în acelaşi capitol* în care se află şi trimiterea.

b) Dacă semnul '§' este precedat de o *cifră romană*, aceasta trimite la un *alt capitol* decît acela în care se găseşte trimiterea; aşadar, dacă în capitolul I avem „vezi III§8", aceasta înseamnă „vezi cap. III, paragraful 8".

c) Trimiterea la definiţii, teoreme etc. se face prin simpla indicare în cifre arabe a numărului acestora (1—2, 3—17 etc.), atunci cînd acestea se găsesc în *acelaşi capitol* cu trimiterea; sau prin numărul în cifre arabe al acestora, precedat de numărul (în cifre romane al) capitolului, atunci cînd definiţia, teorema etc. se află în *alt capitol* decît acela în care se găseşte trimiterea. De ex., dacă în cap. III găsim: „cf. 2—3", aceasta înseamnă că trimiterea se face la teorema 2—3 din cap. III; dacă în acelaşi capitol găsim „cf. II 5—4", aceasta înseamnă că trimiterea se face la teorema 5—4 din cap. II.

exclusiv din faptul că, întîmplător, meta-limbajul folosit aici pentru a ne referi la propoziția (1), care este o propoziție a limbii române, este tot limba română. De aceea „conținutul" propoziției (1) îl simțim oarecum ca „dat" împreună cu propoziția considerată. În felul acesta, a doua apariție a expresiei „Ion doarme" în **3—1** pare că nu face decît să repete ceea ce se spune în (1).

De fapt, pentru a înțelege exact ce spune o formulare ca **3—1**, trebuie să ne referim la propoziția (1) numai ca la o succesiune de semne (grafice sau fonetice), așa cum ne-am referi la o expresie dintr-o limbă pe care nu o cunoaștem. Dacă n-am cunoaște limba română și dacă meta-limbajul folosit pentru descrierea limbii române ar fi, să presupunem, engleza, atunci **3—1** ar avea forma

3—1′. The sentence „Ion doarme" is true if and only if John is sleeping.

3°. În cazul în care ne referim la sistemul semantic pe care îl descriem, dacă formulăm regula de adevăr pentru propoziția (constanta propozițională) *a* **3—1** devine:

3—1″. Propoziția '*a*' este adevărată dacă și numai dacă Ion doarme.

Se poate observa cu ușurință că, deoarece, în limbajul logic pe care îl descriem, semnificația unei constante propoziționale, '*a*', nu este „dată" odată cu constanta respectivă, ca în cazul propoziției *Ion doarme*, din limba română, ci este stabilită printr-o convenție explicită (§ **2** (1′)), o regulă ca **3—1″** nu lasă impresia de „tautologie", așa cum se întîmplă cu **3—1**.

Pentru a generaliza definiția **3—1**, vom introduce următoarele convenții: fie '*p*' numele unei propoziții oarecare (de observat că, pentru maxima generalitate, folosim aici o variabilă propozițională); fie *p* aserțiunea făcută de '*p*'. În aceste condiții, **3—1** devine:

3—2. Condiție de adevăr pentru propoziții. Propoziția '*p*' este adevărată dacă și numai dacă *p* are loc.

Observație. Ca și în **3—1**, '*p*' reprezintă numele propoziției considerate (vezi convențiile precedente).

Este evident că o condiție de forma **3—2** (sau **3—1**) nu are sens decît atunci cînd este formulată în legătură cu un sistem determinat ale cărui reguli sînt sau pot fi formulate explicit şi exact. Pentru un sistem ambiguu, aşa cum este orice limbă naturală, o astfel de formulare este inoperantă, sau, mai exact, nu este operantă în forma aceasta. Să luăm spre exemplu însăşi propoziţia (1). Atunci cînd i-am discutat sensul, am lăsat la o parte, pentru simplificare, faptul că, în realitate, această propoziţie exprimă mai multe aserţiuni. Vom înşira mai jos cîteva dintre ele, într-o formulare aproximativă :

(1a) Ion doarme *acum* (la ora 11^{30}).

(1b) Ion doarme în general (adică ori de cîte ori este cazul, nu se întîmplă să nu poată dormi).

(1c) Ion este o fiinţă din categoria acelora care se caracterizează prin faptul că dorm.

(1d) Ion doarme totdeauna la ora 11^{30}.

. . . .

Este evident că, în aceste condiţii, regula **3—1** devine şi ea ambiguă :

a) pentru că însăşi propoziţia situată în dreapta lui „dacă şi numai dacă" este ambiguă ;

b) pentru că, aşa cum este formulată regula **3—1**, nu se poate şti la care dintre sensurile (1a) — (1d) se referă condiţia de adevăr.

Pentru acest motiv, unii logicieni consideră că o regulă de forma **3—2** nu este adecvată limbilor naturale, sau chiar mai mult, că pentru limbile naturale *nu se pot* stabili condiţii de adevăr (în legătură cu acest aspect, vezi § **5**).

Este clar însă că, pentru un limbaj logic de felul celui descris în acest capitol, astfel de condiţii se pot stabili, întrucît acest limbaj este lipsit de ambiguitate, prin însuşi modul în care este *construit*.

§ 4. Adevăr, extensiune, intensiune, sens. Din cele discutate în § **3** rezultă că ceea ce am numit „condiţie de adevăr" pentru propoziţii se află în directă legătură cu ceea ce se înţelege de obicei prin *sensul* unei propoziţii. Se poate observa din **3—1, 2** că o propoziţie este adevărată atunci şi numai atunci cînd aserţiunea făcută de această propoziţie este conformă cu starea de lucruri reală. Prin urmare, făcînd distincţia între *forma* (fonetică sau grafică) a unei propoziţii şi ceea ce această propoziţie

„exprimă", putem spune că ceea ce o propoziţie oarecare „exprimă" nu este altceva decît *condiţia* în care această propoziţie este *adevărată.* Mai concret : ceea ce propoziţia (1) exprimă nu este decît aserţiunea „Ion doarme" sau, ca să folosim ca meta-limbaj altă limbă decît limba română (căreia propoziţia (1) îi aparţine), aserţiunea „John is sleeping". Aşadar, *condiţia de adevăr a unei propoziţii este reprezentată de aserţiunea făcută de această propoziţie* şi invers, *aserţiunea făcută de o propoziţie reprezintă condiţia de adevăr a acestei propoziţii.*

Dar ceea ce „se exprimă" printr-o propoziţie nu este altceva decît *sensul* propoziţiei respective. De aici concluzia că *sensul* unei propoziţii nu este altceva decît condiţia pe care trebuie să o satisfacă o stare de lucruri pentru ca o propoziţie dată, *p*, să poată fi „aplicată" acestei stări de lucruri. Că între „condiţia de adevăr" şi „sens" există un raport de determinare reciprocă ne-o dovedeşte faptul de experienţă lingvistică elementară că, dacă nu cunoaştem sensul unei propoziţii, nu putem spune dacă propoziţia respectivă este adevărată sau falsă, şi, invers, în cazul în care putem decide dacă o propoziţie este adevărată sau falsă, aceasta presupune că îi cunoaştem sensul (= ştim ce anume aserţiune este făcută prin această propoziţie şi, prin urmare, ştim dacă această aserţiune este sau nu este conformă cu starea de fapt).

Pe baza consideraţiilor de mai sus, putem formula următoarea definiţie :

4—1. Definiţie. Numim **intensiunea** sau **sensul** unei propoziţii, *p*, **ceea ce este afirmat** în propoziţia *p**.

O consecinţă imediată a celor conţinute de **3—2** şi **4—1** este următoarea propoziţie :

4—2. Propoziţie. *Intensiunea (sensul)* unei propoziţii reprezintă *condiţia* care trebuie să fie îndeplinită pentru ca propoziţia *p* să fie *adevărată.*

---

* Definiţia **4—1** trebuie înţeleasă ca spunînd acelaşi lucru cu următoarea definiţie din Carnap, 1960 : 27 : "The *intension of a sentence* is the proposition expressed by it". Întrucît limba română nu conţine decît *un singur* cuvînt corespunzător engl. *sentence* şi *proposition*, am redat formularea "the proposition expressed by it" prin „ceea ce este afirmat în".

Cele conţinute în **4—2** reprezintă o formulare mai exactă a ceea ce trebuie să înţelegem prin „sensul" sau „intensiunea" sau „ceea ce spune" o propoziţie. Este cazul acum să ne întrebăm la ce se referă o propoziţie sau, mai precis, care este elementul din realitate care este „denotat" de o propoziţie.

Pentru a preciza acest lucru, ne vom întoarce din nou la exemplele (1), (2), (3) din § **2**, ţinînd seama, în acelaşi timp, de conceptele introduse în § **3**.

Dacă propoziţia (1) este adevărată atunci şi numai atunci cînd „Ion doarme" (conform cu **3—1**), putem face două presupuneri : a) că Ion doarme, şi atunci propoziţia este *adevărată*, sau că b) Ion nu doarme, şi atunci propoziţia este *falsă*.

Generalizînd, putem spune că, în legătură cu orice propoziţie, *p*, există două alternative : aceea ca ceea ce se afirmă în propoziţia *p* să *aibă loc* în realitate sau ca ceea ce se afirmă în propoziţia *p* să *nu aibă loc* în realitate. Prima situaţie reprezintă *adevărul* propoziţiei *p*, cea de a doua reprezintă *falsul* propoziţiei *p*. Dacă ne întrebăm deci la ce „se referă" sau ce anume „denotă" o propoziţie, putem răspunde, în formă generală, în felul următor: o propoziţie *p* poate denota fie faptul că starea de lucruri *coincide* cu „ceea ce se spune" în *p*, deci poate denota **adevărul,** fie faptul că starea de lucruri *nu coincide* cu „ceea ce se spune" în *p*, deci poate denota **falsul.**

În acord cu cele arătate putem formula următoarea definiţie :

4—3. Definiţie. Extensiunea unei propoziţii este valoarea ei de *adevăr*.

Trebuie observat că atît conceptul de *intensiune* cît şi cel de *extensiune*, în accepţiile precizate sub **4—1, 2, 3,** în măsura în care sînt în întregime dependente de conceptul de *condiţie de adevăr*, au sens numai în măsura în care însuşi conceptul de condiţie de adevăr are sens, adică numai în cazul în care avem în vedere limbaje cu reguli exacte şi explicite, limbaje neambigue. Altfel spus, definite în această formă, conceptele aici în discuţie sînt aplicabile direct limbajelor logice, dar nu şi limbajelor naturale, caracterizate prin reguli implicite, nu totdeauna clar formulate, şi cu un mare grad de ambiguitate (vezi mai jos, § 5).

§ 5. Limbaj natural; conceptul de adevăr şi conceptele conexe. Anticipînd, am arătat în §§ 3, 4 că atît conceptul de condiţie de adevăr, precum şi conceptele legate de acesta, intensiune, extensiune, sînt utilizabile — în forma în care au fost definite — numai în legătură cu un limbaj determinat, cu reguli explicite şi exacte, şi lipsit de ambiguitate; prin urmare, aceste concepte *nu sînt* utilizabile în legătură cu *orice* limbaj. Limbajul natural intră, după cum am spus, în categoria acelor limbaje cărora conceptele de mai sus nu li se pot aplica în mod direct.

Ne propunem ca, în acest paragraf, să arătăm ceva mai amănunţit care sînt motivele pentru care se consideră că limbajul natural are statut diferit în raport cu limbajele logice de tipul celui descris în acest capitol şi, pe de altă parte, să arătăm, în linii foarte mari şi cu titlu de simplă sugestie, în ce sens trebuie mers pentru a „adapta" conceptele aici în discuţie descrierii limbajului natural.

Ceea ce opune limbajul natural, ca sistem semantic, limbajelor logice este faptul că, spre deosebire de regulile limbajelor logice, regulile semantice ale limbajului natural au un *caracter implicit*. Mai exact: în cazul unui limbaj logic, *sensul* semnelor (în cazul nostru particular, sensul constantelor propoziţionale) este fixat prin reguli explicite (ca în § 2 (1′), (2′), (3′)), odată cu construcţia sistemului. În cazul limbajului natural, sensul cuvintelor trebuie „descoperit" de către cercetător prin observarea felului în care cuvintele sînt utilizate în raport cu diverse obiecte din lumea reală. Această împrejurare face ca, pe de o parte, sensul cuvintelor din limbajul natural să se caracterizeze prin *instabilitate* (manifestarea acestei instabilităţi se poate observa atît în fenomenele de evoluţie semantică, cît şi în diversitatea aproape nelimitată a valorilor semantice determinată de contextul verbal sau situaţional), iar, pe de altă parte, descrierea acestor sensuri să nu poată fi decît o *aproximare* a lor.

De exemplu, o propoziţie ca (1) poate avea, în raport cu diversele contexte verbale şi/sau situaţionale, printre altele, sensurile enumerate în § **3** sub (1a — d). Ca răspuns la întrebarea „ce face Ion acum ?" (1) are sensul (1a); apărînd în continuarea enunțului „Eu nu dorm niciodată la ora 11^{30}", (1) are sensul (1d); în continuarea enunțului „Gheorghe nu poate să doarmă niciodată", (1) poate avea sensul (1b) etc.

Observație. Am dat aici numai exemple de „instabilitate" a sensului propozițiilor.

Dacă ne imaginăm o situație în care în atenția vorbitorului se află *nu un singur individ* care se numește Ion, ci *mai mulți indivizi*, dintre care mai mulți poartă numele de Ion, vom constata că o propoziție ca (1) poate să transmită informații diferite, în raport cu faptul dacă are în vedere pe Ion Popescu, Ion Ionescu, Ion Vasilescu etc.

Cînd spunem că sensurile definite de lingvist nu reprezintă decît o „aproximare" a sensului, avem în vedere faptul că oricît de comprehensivă ar fi o astfel de definiție, ea nu poate acoperi niciodată totalitatea sensurilor posibile ale unei expresii. De exemplu, este greu de imaginat o definiție suficient de comprehensivă a sensului unui verb ca *a mînca*, astfel încît aceasta să poată exprima diferența de sens dintre *cîinele mănîncă*, *peștele mănîncă* și *musca mănîncă* (unde este suficient de clar că există un număr de trăsături care disting acțiunea de „a mînca" efectuată de un „cîine", un „pește" și o „muscă").

Urmează de aici că orice definiție a sensului din limbile naturale implică un anumit grad de idealizare (sau de tipizare); iar de această idealizare cercetătorul lingvist de multe ori nu este (și nici nu este obligat să fie) conștient. Această observație este deosebit de utilă, întrucît pune în evidență faptul că, între abordarea tradițională a sensului și abordarea acestuia cu ajutorul conceptelor și tehnicilor elaborate pentru descrierea limbajelor logice (situație care presupune o anumită „idealizare" a realității foarte concrete a limbajului natural) nu există o diferență de principiu : ambele abordări presupun un grad determinat de idealizare. Deosebirea constă în faptul că cel de al doilea mod de abordare se caracterizează printr-un grad superior de exactitate și coerență.

În cele ce urmează, vom enumera, ceva mai concret, cîteva dintre caracteristicile propozițiilor limbajului natural care fac ca o regulă de forma **3—2** să nu fie aplicabilă în mod direct acestui limbaj. În mod paralel, vom încerca să arătăm, în linii mari, care ar fi limbajul logic în care, definind concepte ca „adevăr", „condiție de adevăr" etc., aceste definiții ar putea conveni în mai mare măsură limbajului natural.

1°. *Polisemia cuvîntului.* Unul dintre elementele care generează ambiguitatea propozițiilor limbilor naturale este, după cum se știe, polisemantismul elementelor lexicale constituente. Dacă cel puțin unul dintre constituenții lexicali ai unei propoziții este polisemantic, întreaga propoziție are mai multe sensuri. De exemplu, dat fiind că cuvîntul *broască* are două sensuri, acela prin care este desemnat animalul și acela prin care este desemnat mecanismul de închidere a unei uși, o propoziție ca

(4) *Ion vede broasca.*

are două sensuri, reprezentate prin cele două aserțiuni diferite : una care se referă la relația dintre individul Ion și animalul numit „broască", cealaltă la relația dintre individul Ion și mecanismul de închidere a unei uși.

În aceste condiții, nu mai poate fi vorba de *o* condiție de adevăr pentru propoziția respectivă, ci de *două* condiții : una care are în vedere primul sens al propoziției (4), cealaltă, care are în vedere cel de al doilea sens al acesteia. Dar, pentru a fixa două condiții de adevăr alternative, este necesar ca, mai întîi, propoziția (4) să fie făcută ***neambiguă***. Acest lucru se poate realiza cu ajutorul unui procedeu tehnic uzual în lexicografie, anume *indexarea*. Folosind indici subscriși pentru fiecare sens al cuvintelor polisemantice (sau omonime) vom scrie cele două propoziții după cum urmează :

(4a) *Ion vede* $broasca_1$.

(4b) *Ion vede* $broasca_2$.

unde indexarea are rolul de a „crea" două semne distincte, $broască_1$, $broască_2$, fiecare dintre aceste semne avînd un sens și numai unul singur.

Întrucît în (4a, b) ultimul loc este ocupat de semne distincte, sîntem îndreptățiți să considerăm că, în limbajul la care ne referim, nu avem a face cu *o* propoziţie, anume (4), ci cu *două* propoziţii, anume (4a) şi (4b).

În acelaşi fel, o propoziţie ca

(5) *Broasca este mare.*

va apărea dezambiguizată, conform cu procedeul propus, în felul următor :

(5a) *Broasca*$_1$ *este mare.*

(5b) *Broasca*$_2$ *este mare.*

Trebuie observat că, în conformitate cu acest sistem de dezambiguizare, o propoziţie ca

(6) *Ion repară broasca.*

este considerată ambiguă, în ciuda faptului că, în mod normal, ea este înţeleasă ca

(6a) *Ion repară broasca*$_2$

şi nu ca

(6b) *Ion repară broasca*$_1$.

Din acest punct de vedere, sistemul pe care îl propunem se deosebeşte de sistemul Katz-Fodor, în care o propoziţie ca (6) ar trebui să fie considerată ca neambiguă, întrucît o propoziţie ca (6), în care *broască* se referă nu la dispozitivul care închide uşa, ci la animalul broască, este „anormală". În sistemul pe care îl discutăm o propoziţie ca (6b) este normală, dar falsă (aceasta, lăsînd la o parte faptul că (6b) poate fi utilizată cu intenţia unui efect stilistic).

Pe de altă parte, trebuie observat că dezambiguizarea unor propoziţii ca (4)—(6) nu este suficientă pentru fixarea unor condiţii de adevăr. Dacă vom scrie

(4′) Propoziţia 'Ion vede broasca$_1$' este adevărată dacă şi numai dacă Ion vede broasca,

sau

(5′) Propoziţia 'Broasca$_1$ este mare' este adevărată dacă şi numai dacă broasca este mare

ş.a.m.d., condiţia de adevăr nu este mai puţin ambiguă decît o condiţie de adevăr ca

(4″) Propoziţia 'Ion vede broasca$_1$' este adevărată dacă şi numai dacă Ion vede broasca.

Aceasta din cauză că meta-limbajul în care este formulată regula de adevăr conţine aceeaşi ambiguitate pe care o conţinea limbajul-obiect înainte de a i se fi aplicat operația de dezambiguizare (cuvîntul *broască*, din partea a doua a expresiei (4″), după „dacă și numai dacă”, are două sensuri : animalul-broască și dispozitivul care ține închisă o ușă). Urmează de aici că meta-limbajul în termenii căruia se formulează condițiile de adevăr trebuie să fie și el ne-ambiguu. În consecință, în formularea unei reguli ca (4′) va trebui să folosim fie altă limbă decît limba română, anume una în care să nu apară aceeași omonimie ca în limba română, sau tot limba română, dar dezambiguizată, într-un fel oarecare.

Va trebui deci să formulăm o condiție ca

(4‴) Propoziția 'Ion vede $broasca_1$' este adevărată dacă și numai dacă Ion vede un animal amfibiu din clasa batracienilor, fără coadă, cu picioarele dinapoi mai lungi, adaptate pentru sărit, cu gura largă și ochii bulbucați.

Observație. Ceea ce urmează după „vede” în (4‴) este definiția lexicografică (DEX, s.v.) dată pentru ceea ce noi am notat prin *broască*$_1$.

În cazul în care convenim ca, în meta-limbajul utilizat, să folosim, în locul definiției lexicografice, același sistem de dezambiguizare folosit pentru limba-obiect, (4‴) va deveni

(4⁗) Propoziția 'Ion vede $broasca_1$' este adevărată dacă și numai dacă Ion vede $broasca_1$.

2°. *Localizarea în timp.* O propoziție ca (1) (§ 2) poate fi adevărată la ora 23 și falsă la ora 11 ; poate fi adevărată marți 7 septembrie 1976 la ora 23 și falsă miercuri 8 septembrie la aceeași oră ; poate fi adevărată la 7 septembrie 1976 ora 23 și falsă la aceeași dată și oră în 1977 etc. Remarcăm faptul că, în toate situațiile enumerate mai sus, propoziția este considerată ca apărînd *exact în aceeași formă* (adică cu verbul la prezentul indicativ) și cu exact același sens temporal (adică cu forma de prezent referindu-se la momentul enunțării). În schimb, nu se poate admite că (1) este și adevărată și falsă exact în același moment (de exemplu, la 7 septembrie 1976 ora 23). În cazul în care, în locul prezentului apare o altă formă (de trecut sau de viitor), situația nu se schimbă :

(7) *Ion dormea.*

poate fi adevărată dacă este enunţată astăzi, 22 septembrie 1976 ora 11^{30} şi se referă la ziua de ieri, 21 septembrie ora 23, şi falsă dacă se referă la ziua de ieri, 21 septembrie ora 11^{30}, sau la ziua de alaltăieri, 20 septembrie ora 23.

La fel, propoziţia

(8) *Ion va dormi.*

poate fi adevărată în cazul în care este enunţată astăzi, 22 septembrie ora 11^{30} şi se referă la noaptea zilei de azi, ora 23^{30}, şi falsă dacă se referă la noaptea zilei de mîine, ora 23^{30}, sau la seara zilei de mîine, ora 17^{30}.

În schimb, nici (7), nici (8) nu poate fi şi adevărată şi falsă în acelaşi timp, în cazul în care se referă la exact aceeaşi dată şi la aceeaşi oră, să zicem (7) — la ziua de 20 septembrie 1976 ora 23, şi (8) — la ziua de 23 septembrie 1976 ora 19^{30}.

Din cele arătate, rezultă că adevărul sau falsul unei propoziţii depinde, pe lîngă altele, de momentul la care ea se referă. Cu alte cuvinte, localizarea în timp a denotatului unei propoziţii face parte din condiţia ei de adevăr. Trebuie observat, în acelaşi timp, că timpul gramatical al unei propoziţii (= timpul exprimat prin forma verbului) nu exprimă decît destul de vag timpul la care se referă propoziţia : exprimă faptul dacă acesta este anterior momentului vorbirii (timpurile trecute), posterior momentului vorbirii (viitor) sau simultan cu momentul vorbirii (prezentul propriu-zis).

Pe de altă parte, însăşi ideea de *anterioritate* sau de *posterioritate* faţă de momentul vorbirii nu reprezintă altceva decît o multitudine de situări posibile în timp, după cum însăşi ideea de *moment al vorbirii* se referă la o situare variabilă pe axa temporală (momentul vorbirii poate fi şi ora 7 şi ora 7 şi un minut şi ora 7 şi două minute etc.).

Observaţiile de mai sus ne conduc la ideea că, în momentul în care vrem să dăm un caracter mai exact condiţiilor de adevăr fixate pentru propoziţiile limbajului natural, trebuie să avem în vedere propoziţii în care referinţa la un moment determinat de pe axa temporală este făcută explicită. În momentul în care această explicitare este realizată, condiţiile de adevăr pentru propoziţiile limbajului natural pot fi formulate în acelaşi fel în care se formulează condiţiile de adevăr în ceea ce se numeşte „logica temporală", adică logica în care se folosesc operatori temporali, exprimînd ideea că o propoziţie, p, „se realizează" (este adevărată) la un moment determinat, t_i (vezi Resher & Urquhart, 1971).

Observaţie. De fapt, fixarea condiţiei de adevăr pentru o propoziţie fără a ţine seamă de „localizarea" ei temporală ar putea fi înţeleasă ca o aproximare mai puţin fină a acestei condiţii; propoziţia este considerată ca „atemporală".

3° *Condiţiile de emitere a mesajului.* Limbajul natural conţine un număr de cuvinte al căror sens ţine de ceea ce unii cercetători numesc „condiţiile de emitere a mesajului". Nu vom încerca să dăm o explicaţie cu valoare de generalitate acestei expresii, ci ne vom limita la analiza cîtorva exemple care pun în evidenţă dependenţa valorii de adevăr a unei propoziţii de condiţiile în care aceasta este emisă.

Să presupunem că doi indivizi, Ion şi Gheorghe, emit aceeaşi propoziţie:

(9) *Eu citesc.*

şi să presupunem, în continuare, că starea de fapt este următoarea în momentul emiterii mesajului: „Ion citeşte" iar Gheorghe discută cu un prieten. Evident că propoziţia (9) este *adevărată* în cazul în care este „emisă" de Ion şi nu este adevărată (= este falsă) în cazul în care este „emisă" de Gheorghe. Aşadar, un cuvînt ca *eu* are capacitatea de a se referi la persoane distincte. Mai mult, *eu* se poate defini numai în raport cu mesajul enunţat: *eu* se referă la cel care emite această formă concretă a mesajului (care poate fi auzită (sau văzută, dacă mesajul e scris) *acum* şi *aici*) (vezi Benveniste, 1966 : 252) şi care conţine pe *eu*. Deci dacă Ion spune „Eu citesc", *eu* = *Ion*; dacă Gheorghe spune „Eu citesc", *eu* = *Gheorghe*; generalizînd, dacă o persoană, x, spune *„eu citesc"*, *eu* = x. După cum se observă, adevărul sau falsul propoziţiei (9) depinde de „identificarea" persoanei la care se referă *eu*.

În mod analog, un cuvînt ca *acum* se referă la momentul în care este emis acest mesaj, care îl conţine pe *acum*.

Dacă propoziția

(10) *Ion doarme acum.*

este emisă la ora 20^{30}, în ziua de 24 septembrie 1976, atunci *acum* se referă la momentul „24 septembrie 1976, ora 20^{30}”. Dacă, în realitate, la 24 septembrie 1976, ora 20^{30}, Ion doarme, atunci (10) este adevărată ; în caz contrar, dacă la aceeași dată și la aceeași oră, Ion se plimbă pe stradă, atunci (10) este falsă. Mai departe, dacă la 23 septembrie 1976, ora 20^{30}, Ion dormea, iar la 24 septembrie, la aceeași oră, Ion se plimba, atunci propoziția (10) este adevărată, în cazul în care este „emisă” la 23 septembrie 1976 ora 20^{30}, și falsă, în cazul în care este emisă la aceeași oră, dar la 24 septembrie 1976.

Putem spune deci că valoarea de adevăr a propoziției (10) depinde de identificarea lui *acum* cu un anumit punct aflat pe axa temporală.

Observație. Atragem atenția asupra asemănării esențiale dintre ceea ce se înțelege prin „prezentul vorbirii”— adică prezentul care semnifică „momentul vorbirii” sau prezentul propriu-zis — și sensul cuvîntului *acum.*

Exemplele de mai sus sînt suficiente pentru a arăta, pe de o parte, ce trebuie înțeles prin „condiții de emitere a mesajului”, și, pe de altă parte, cum valoarea de adevăr a propozițiilor care conțin cuvinte care se referă la ac ste condiții (*eu*, *acum* sînt astfel de cuvinte) depinde de *valoarea* care se acordă acestor cuvinte, adică tocmai de condițiile la care se referă aceste cuvinte. Mai adăugăm că lista cuvintelor din această categorie trebuie îmbogățită, prin adăugarea unor cuvinte ca *tu*, *noi*, *voi*, *atunci*, *aici*, *acolo* etc.

Cuvintele care aparțin acestei clase sînt numite de unii cercetători (cf. Montague, 1972 : 144) *indici* (sau cuvinte *indiciale*).

Este clar că, pentru o aproximare mai fină a condițiilor de adevăr ale propozițiilor din limbajul natural, este necesar ca aceste condiții să exprime explicit dependența valorii lde adevăr de valorile date acestor cuvinte indiciale. Acest ucru este posibil în termenii unei logici mai complexe decît cea descrisă în acest paragraf, anume în termenii unui sistem semantico-pragmatic, care conține un număr de

„operatori pragmatici", care nu sînt altceva decît echivalentul din limbajul logic al cuvintelor indiciale din limbajul natural.

Cele discutate în acest paragraf au avut rolul de a arăta că, în limbajul descris în acest capitol (logica propozițiilor), conceptul de „condiție de adevăr" se poate defini într-un mod mai simplu decît felul în care același concept trebuie definit pentru limbajul natural. Pentru a obține o definiție a aceluiași concept care să convină limbajului natural este necesară construirea unor limbaje logice mai complexe (logici temporale, sisteme semantico-pragmatice), după cum este necesar și un anumit mod de „reprezentare" a limbajului natural, care să elimine diversele ambiguități strict semantice ale acestuia (vezi mai sus, sub 1°).

Conceptele de „condiție de adevăr" și de „adevăr" din logica propozițiilor nu reprezintă decît o aproximare foarte puțin fină a conceptelor corespunzătoare văzute în legătură cu limbajul natural.

În măsura în care conceptele de „intensiune" („sens") și „extensiune" se bazează pe conceptul de „condiție de adevăr" este clar că aceste concepte pot conveni limbajului natural numai în măsura în care însuși conceptul de „condiție de adevăr" este definit în așa fel încît să convină limbajului natural. Prin urmare, conceptele de „intensiune" („sens") și „extensiune" din logica propozițiilor nu reprezintă nici ele decît o aproximare foarte puțin fină a conceptelor corespunzătoare raportate la limbajul natural.

§ 6. Valorizarea propozițiilor. În raport cu o propoziție ca (1) (§ 2), există două stări posibile ale lumii reale (sau ale „universului"): prima, în care (1) este adevărată, deci acea stare în care condiția de adevăr (de forma **3**—**2**) a propoziției (1) *este* satisfăcută; a doua, în care (1) nu este adevărată, deci acea stare în care condiția de adevăr a propoziției (1) nu este satisfăcută. O a treia posibilitate nu există.

Observație. Cînd spunem „a treia posibilitate nu există" avem în vedere un anumit tip de limbaj logic, anume cel *bivalent*; se pot însă concepe limbaje în care o propoziție să fie mai mult sau mai puțin adevărată (sau mai mult sau mai puțin falsă). Acestea sînt *limbajele logice poliva-*

lente. În legătură cu o propoziţie a acestui limbaj, se pot concepe mai mult decît două stări posibile ale lumii reale : de exemplu, în afară de starea în care propoziţia este adevărată şi de starea în care propoziţia este falsă, o a treia stare, în care propoziţia nu poate fi considerată nici adevărată nici falsă (sau nici „cu totul" adevărată, nici „cu totul" falsă).

În raport cu două propoziţii determinate (să spunem (1) şi (2) de sub § 2) există 4 stări posibile ale universului real :

(a) în care (1) este adevărată şi (2) este adevărată ;
(b) în care (1) este adevărată şi (2) falsă ;
(c) în care (1) este falsă şi (2) adevărată ;
(d) în care (1) este falsă şi (2) este, de asemenea, falsă.

O stare a lumii reale în care, de exemplu, propoziţia (1) este adevărată este acea stare a lumii în care, conform cu **3—2**, propoziţia este adevărată, deci acea stare reală în care *are loc* starea descrisă de propoziţia (1). O stare a lumii în care aceeaşi propoziţie nu este adevărată (conform cu **3—2**) este starea reală în care nu are loc starea descrisă de propoziţia (1).

Cu aceste explicaţii, ne vom referi, în continuare, la propoziţiile limbajului logic, şi vom defini o funcţie, V, pe care o vom numi *funcţie de valorizare* (sau, pe scurt, *valorizare*). Pentru aceasta, vom conveni să simbolizăm prin cifra *1* faptul că o propoziţie oarecare este adevărată şi prin cifra *0* faptul că o propoziţie este falsă. În conformitate cu această convenţie, vom scrie $V(a) = 1$ (citeşte : „a are valoarea *1*" conform cu valorizarea V), ceea ce înseamnă „a este adevărată", sau $V(a) = 0$ (citeşte „a are valoarea *0*"), ceea ce înseamnă că „a este falsă conform cu valorizarea V".

Observaţie. În formulările de mai sus, a este o constantă propoziţională, cu semnificaţia fixată prin (1').

În § 2 am considerat că o variabilă propoziţională, p, poate lua ca valoare oricare din constantele propoziţionale ale limbajului (de aici posibilitatea de substituţie a lui p prin oricare din constantele propoziţionale ale sistemului).

După ce am introdus conceptul de valorizare, putem considera acum că orice variabilă propoziţională este susceptibilă de a primi două valori : *1* (adevărat) sau *0* (fals), deci $V(p) = 1$ sau $V(p) = 0$.

În continuare, putem formula următoarea

6—1. Regulă de valorizare. Pentru orice expresie, α, pentru un V dat avem fie $V(\alpha) = 1$, fie $V(\alpha) = 0$, dar nu amîndouă.
În schimb, pentru două funcții distincte, V și V', putem avea $V(\alpha) = 1$ și $V'(\alpha) = 0$.

Din **6—1** rezultă că orice propoziție, p, este susceptibilă de două valorizări (alternative): $V(p) = 1$ și $V(p) = 0$; în aceste condiții, pentru două propoziții, p, q, valorizările posibile sînt în număr de 4 (vezi și aici mai sus, sub (a) — (d): 1° $V(p) = 1$, $V(q) = 1$; 2° $V(p)=1$, $V(q)=0$; 3° $V(p)= 0$, $V(q) = 1$; 4° $V(p) = 0$, $V(q) = 0$; numărul valorizărilor posibile pentru 3 propoziții este de 8 ș.a.m.d.

Generalizînd, putem spune că o funcție de valorizare se aplică unei clase de expresii. Pentru clasa cu *un singur* membru, numărul valorizărilor posibile este 2. Pentru clasele cu n membri, există 2^n valorizări diferite.

Fie $K = \langle p_1, \ldots, p_n \rangle$, o clasă de propoziții, fie $A = \langle 1, 0 \rangle$, clasa valorilor pe care funcția de valorizare V le asociază acestor propoziții.

6—2. Definiție. Clasa $V^j = \langle V^j(p_1) = t_1, \ldots V^j(p_n) = = t_n \rangle$ este o **valorizare V^j a clasei K** dacă și numai dacă: (a) pentru orice i, pentru care $1 \leqslant i \leqslant n$, avem $t_i \in A$ și (b) pentru orice i, pentru care $1 \leqslant i \leqslant n$, $V^j(p_i) = t_i$ satisface condiția **6—1**.

Explicații. Definiția **6—2** arată că valorizarea V^j a unei clase de propoziții este asocierea uneia dintre valorile $< 1, 0 >$ cu fiecare dintre propozițiile clasei ($=$ condiția (a)), prin intermediul unei funcții de valorizare, V^j, conformă cu regula **6—1**, care cere ca oricăreia dintre propozițiile $p_1, \ldots p_n$ să-i fie asociată o singură valoare și numai una ($=$ condiția (b)).

Propoziția următoare (urmare evidentă a definiției **6—2**) fixează condițiile în care putem spune că două valorizări, V^i, V^j, ale aceleiași clase de propoziții K, sînt distincte între ele.

6—3. Propoziție. Două valorizări, V^i, V^j, ale aceleiași clase de propoziții, $K = \langle p_1, \ldots, p_n \rangle$, sînt distincte între ele, $V^i \neq V^j$, dacă și numai dacă există un m pentru care $1 \leqslant m \leqslant n$, astfel încît $V^i(p_m) = 1$ şi $V^j(p_m) = 0$, sau $V^i(p_m) = 0$ şi $V^j(p_m) = 1$, dar nu $V^i(p_m) = V^j(p_m) = 1$ şi nici $V^i(p_m) = V^j(p_m) = 0$.

E x p l i c a ţ i e. Propoziţia **6–3** arată că două valorizări ale aceleiaşi clase de propoziţii sînt distincte între ele în cazul în care există cel puţin o propoziţie (p_m) care este valorizată cu *1*, în conformitate cu una din valorizări, şi cu *0*, în conformitate cu cealaltă (sau invers).

Urmarea evidentă a definiţiei **6–1** şi a propoziţiilor **6–2, 3** este formulată în termenii următoarei propoziţii :

6–4. Propoziţie. Fie $K = \langle p_1, \ldots, p_n \rangle$ o clasă de propoziţii oarecare. Numărul tuturor valorizărilor distincte care se pot asocia clasei K este 2^n, deci $V^1, V^2, \ldots, V^{2^n}$. V^{2^n}

Totalitatea valorizărilor distincte pentru o clasă de propoziţii poate fi reprezentată cu ajutorul unui tabel, după cum urmează : În primul rînd al tabelului se înscriu propoziţiile care aparţin clasei considerate. În rîndul imediat următor, sub fiecare propoziţie, se înscrie *1* sau *0*, în acord cu valorile pe care voim să le atribuim propoziţiilor respective prin această primă valorizare, V^1. În rîndul imediat următor (al treilea), sub fiecare propoziţie se înscrie *1* sau *0*, în acord cu valorile pe care voim să le atribuim propoziţiilor respective, prin această a doua valorizare, V^2, în aşa fel încît $V^1 \neq V^2$ (= valorizarea V^1 să nu fie identică cu valorizarea V^2) ; în rîndul al treilea se înscriu valorile *1* sau *0* sub fiecare propoziţie, în acord cu valorile pe care voim să le atribuim propoziţiilor prin V^3, în aşa fel încît să avem $V^1 \neq V^2 \neq V^3$ ş.a.m.d.

Tabelul se consideră *încheiat* sau *exhaustiv* atunci cînd, după construirea conform cu principiile formulate mai sus a n rînduri, în al $n + 1$-lea rînd nu mai putem înscrie cifrele *1* şi *0* astfel încît să avem $V^1 \neq V^2 \neq, \ldots, \neq V^n \neq \neq V^{n+1}$; altfel spus : dacă în rîndul V^{n+1} înscriem cifrele *1* şi *0* în acord cu valorile pe care vrem să le atribuim propoziţiilor prin V^{n+1}, există totdeauna un $V^i (1 \leqslant i \leqslant n)$ astfel încît $V^{n+1} = V^i$. Mai pe scurt, tabelul este exhaustiv atunci cînd nu i se mai poate adăuga nici un rînd care să reprezinte o valorizare diferită de toate cele precedente.

Pentru exemplificare, sub (11)—(13), dăm reprezentarea prin tabele a valorizărilor posibile pentru clasele de propoziții $\langle p \rangle$ (clasa cu un singur membru), $\langle p, q \rangle$ și, respectiv, $\langle p, q, r \rangle$.

(11)

	p
(V^1)	1
(V^2)	0

(12)

	p	q
(V^1)	1	1
(V^2)	1	0
(V^3)	0	1
(V^4)	0	0

(13)

	p	q	r
(V^1)	1	1	1
(V^2)	1	1	0
(V^3)	1	0	1
(V^4)	0	1	1
(V^5)	0	0	1
(V^6)	0	1	0
(V^7)	1	0	0
(V^8)	0	0	0

§ 7. Conectori. a. Considerații ne-formale. Alături de constantele și variabilele propoziționale, limbajul pe care îl construim conține un număr de semne cu ajutorul cărora, din semnele din prima categorie (constante și variabile propoziționale), se pot forma expresii mai complexe, analoge în mare măsură „frazelor" din limbajul natural. Semnele din această categorie se numesc *conectori*.

Din punct de vedere semantic, conectorii se deosebesc de constantele și variabilele propoziționale: o constantă propozițională, prin aserțiunea pe care o exprimă, se referă la un eveniment, o stare etc. din lumea reală; în consecință, o propoziție poate fi calificată ca adevărată sau falsă exclusiv prin raportarea ei la o anumită stare de lucruri. Conectorii, după cum vom vedea, nu se referă în mod direct la realitate și, în consecință, nu li se pot aplica direct calificativele „adevărat" sau „fals". Adevărate sau false sînt numai expresiile formate cu ajutorul lor, iar caracterul adevărat sau fals al acestor expresii depinde în mod exclusiv de valoarea de adevăr a expresiilor legate prin intermediul conectorilor. Acesta este motivul pentru care conectorii sînt numiți și „funcții de adevăr".

Conectorii corespund, în linii mari, unor *conjuncții* (coordonatoare și subordonatoare) din limbajul natural (diferențele dintre conectorii limbajului logic și conjuncțiile limbajului natural vor fi examinate în § 8).

Vom explica pentru un moment sensul conectorilor prin indicarea cuvîntului (cuvintelor) din limbajul natural care le corespund:

(i) *Conjuncția*: '$\wedge$' corespunde, în linii mari, conjuncției *și* și face parte din categoria conectorilor *diadici*, în sensul că stabilește o relație între două propoziții (sau expresii complexe formate, la rîndul lor, cu conectori): $p \wedge q$ (citește 'p și q'), $a \wedge b$ (citește 'a și b') etc.

(ii) *Disjuncția*: '$\vee$' corespunde, în linii mari, conjuncțiilor disjunctive *sau*, *ori* etc. atunci cînd acestea nu sînt folosite cu sens exclusiv, ca în *Peste cinci minute, pleacă Ion sau Gheorghe*, unde ceea ce se afirmă este faptul că, după cinci minute, acțiunea de „a pleca" va fi efectuată de cel puțin una din cele două persoane (Ion, Gheorghe) dacă nu de amîndouă. Disjuncţia face parte din clasa conectorilor diadici: $p \vee q$ (citeşte 'p sau q'), $a \vee b$ (citeşte 'a sau b').

(iii) *Implicaţia*: '$\supset$' corespunde, în linii mari, conjuncţiilor condiţionale din limbajul natural: *dacă ... atunci*. Pentru moment, nu vom spune decît că implicaţia nu are sensul de „consecinţă logică" pe care îl au uneori condiţionalele din limbajul natural. (Vom examina acest lucru în detaliu aici, mai jos, sub **7—2**, explicaţiile de sub 4° şi § **8**, III §§ **5 g**, **6 g**, **7 g**, IV § **2 g** întrucît, în momentul de faţă, nu dispunem de aparatul conceptual necesar pentru a face distincţiile suficient de clare.) Implicaţia este, ca şi semnele precedente, un conector diadic: $p \supset q$ (citeşte 'dacă p, atunci q' sau 'p implică q'), $a \supset b$ (citeşte 'dacă a, atunci b' sau 'a implică b'). Se obişnuieşte uneori ca referirea la primul membru (din stînga) al unei implicaţii să se facă prin termenul *antecedent*, iar referirea la cel de al doilea (din dreapta) prin termenul *consecvent*.

(iv) *Echivalenţa*: '$\equiv$' corespunde, în linii mari, unei expresii ca „dacă şi numai dacă" din limbajul natural. Ca şi conectorii de sub (i)—(iii), echivalenţa face parte din clasa conectorilor diadici: $p \equiv q$ (citeşte 'p numai dacă q' sau 'p dacă şi numai dacă q' sau 'p este echivalent cu q') sau $a \equiv b$ (citeşte 'a numai dacă b' sau 'a dacă şi numai dacă b' sau 'a este echivalent cu b').

(v) *Negaţia*: '$\sim$' corespunde diverselor forme de *negaţie totală* din limbile naturale (*nu*, *nu este adevărat că...*, *este fals că ...* etc.). Semnul de negaţie se pune în faţa unei constante sau variabile propoziţionale; în cazul în care negaţia se referă la o expresie mai complexă formată din constante şi/sau variabile propoziţionale legate prin conectori (inclusiv negaţia), atunci întreaga expresie la care se referă negaţia se închide între paranteze, iar semnul de negație se pune înaintea parantezei.

Exemple : $\sim p$; $\sim a$; $\sim(\sim p)$; $\sim(\sim a)$; $\sim(a \wedge \wedge b)$; $\sim(p \vee q)$; $\sim(p \vee a)$; $\sim(\sim p \supset q)$ etc.

Deoarece negația se aplică unei *singure* expresii (propoziție sau expresie complexă formată cu ajutorul conectorilor) şi nu exprimă o relație între mai multe expresii (conectorii precedenți exprimau relații între *două* expresii), spunem că negația este un conector *monadic*.

b. Reguli de formare. După ce am văzut care sînt conectorii din limbajul pe care îl construim, putem formula următoarele reguli care ne permit să construim expresii corecte cu ajutorul semnelor introduse pînă acum (constante şi variabile propoziționale şi conectori). În acest scop, vom introduce semnele α, β, γ ... ale meta-limbajului, pentru a desemna, cu ajutorul lor, anumite expresii din limbajul-obiect.

7—1. Reguli de formare:

a) Dacă α este o constantă sau o variabilă propozițională, atunci α este corect formată.

b) Dacă α, β sînt corect formate, atunci: (i) $\alpha \wedge \beta$, (ii) $\alpha \vee \beta$, (iii) $\alpha \supset \beta$, (iv) $\alpha \equiv \beta$ sînt, de asemenea, corect formate.

c) Dacă α este o expresie corect formată, atunci $\sim \alpha$ este, de asemenea, corect formată.

Cu ajutorul regulilor **7—1** se pot construi toate expresiile corecte (şi numai acestea) ale logicii propozițiilor. Exemplele de mai jos au rolul de a arăta cum se obțin expresii corecte prin aplicarea acestor reguli.

Exemplul 1°. Conform cu **7—1 a**, toate constantele şi variabilele propoziționale care apar singure (nelegate prin conectori) sînt expresii corecte: a, b, c etc., p, q, r etc.

Exemplul 2°. Deoarece toate constantele şi variabilele propoziționale sînt expresii corect formate, urmează că

a. prin **7—1 b** (i), expresii ca $p \wedge q$, $a \wedge b$, $p \wedge a$, $a \wedge p$ sînt expresii corect formate;

b. prin **7—1 b** (ii), expresii ca $p \vee q$, $a \vee b$, $p \vee a$, $a \vee p$ sînt expresii corect formate;

c. prin **7—1 b** (iii), expresii ca $p \supset q$, $a \supset b$, $p \supset a$, $a \supset p$ sînt expresii corect formate;

d. prin **7 — 1 b** (iv), expresii ca $p \equiv q$, $a \equiv b$, $p \equiv a$, $a \equiv p$ sînt expresii corect formate;

e. prin **7 — 1 c**, expresii ca $\sim p$, $\sim a$ sînt expresii corect formate.

Din formularea regulilor **7 — 1 b, a**, rezultă că prin conectori nu se pot lega numai propoziții (constante și/sau variabile), ci și expresii mai complexe, formate prin aplicarea prealabilă a regulilor **7 — 1 b, c**. Acest lucru rezultă din faptul că în **7 — 1 b** nu se cere decît ca α și β să fie expresii corect formate (deci nu se cere ca ele să fie constante sau variabile propoziționale); așadar α și β pot fi expresii rezultate din aplicarea prealabilă a regulii **7 — 1 b** unor constante și/sau variabile propoziționale, sau unor expresii, mai complexe, rezultate din aplicarea aceleiași reguli unor expresii complexe.

În acest sens, spunem că **7 — 1 b** are un *caracter recursiv*. Tot caracter recursiv are și regula **7 — 1 c**, pentru un motiv asemănător: regula cere ca α să fie o expresie corect formată; prin urmare, ea poate fi o constantă sau o variabilă propozițională (**7 — 1 a**) sau poate fi o expresie complexă, obținută prin aplicarea (repetată) a regulii **7 — 1 b**. (7 - 1 c)

Exemplul 3° a. În cazul în care α este oricare din expresiile din exemplul *1°* și β este oricare din expresiile din exemplul 2°*a*, prin aplicarea regulii **7 — 1b** (i) obținem:

$$q \wedge (p \wedge q),\ q \wedge (a \wedge b),\ q \wedge (p \wedge a),\ q \wedge (a \wedge p),$$

sau:

$$c \wedge (p \wedge q),\ c \wedge (a \wedge b),\ c \wedge (p \wedge a),\ c \wedge (a \wedge p) \text{ etc.}$$

b. În cazul în care atît α cît și β sînt oricare din exemplele din 2°, prin aplicarea regulii **7 — 1 b** (i), obținem:

$$(p \wedge q) \wedge (a \wedge b),\ (p \supset q) \wedge (p \vee a),\ (a \equiv b) \wedge (p \vee q) \text{ etc.}$$

c. În cazul în care α este oricare din expresiile din exemplul 1° și β este oricare din expresiile din exemplul 2°, prin aplicarea regulii **7 — 1 b** (ii), obținem:

$$p \vee (p \wedge q);\ a \vee (p \supset q);\ a \vee (a \equiv p),\ p \vee (q \equiv r) \text{ etc.}$$

d. În aceleași condiții ca sub *c.*, dacă aplicăm regula **7 — 1 b** (iii), obținem:

$$p \supset (p \supset q);\ a \supset (p \supset q);\ a \supset (a \equiv p);\ p \supset (q \equiv r) \text{ etc.}$$

e. În aceleaşi condiţii ca sub *c.*, *d.*, dacă aplicăm regula **7—1 b** (iv), obţinem :

$$p \equiv (p \supset q)\,;\; a \equiv (p \supset q)\,;\;\; a \equiv (a \equiv p)\,;\;\; p \equiv (q \equiv r) \quad \text{etc.}$$

. . . .

Exemplul 4° a. În cazul în care α este oricare dintre expresiile din exemplul *1°*, atunci, prin **7—1 c**, $\sim a$, $\sim b$, $\sim c$; $\sim p$, $\sim q$, $\sim r$ etc. sînt expresii corecte.

b. Dacă α este una din expresiile din acest exemplu de sub *a.*, atunci

$$\sim(\sim a),\ \sim(\sim b),\ \sim(\sim c)\,;\ \sim(\sim p),\ \sim(\sim q),\ \sim(\sim r) \text{ etc.}$$

sînt expresii corecte.

c. În cazul în care α este oricare dintre expresiile din exemplul 3°, atunci:

$$\sim(q \wedge (p \wedge q)),\quad \sim((p \wedge q) \wedge (a \wedge b)),\quad \sim(p \vee (a \equiv p)),$$

$$\sim(p \supset (p \supset q)),\ \sim(a \equiv (p \supset q)) \text{ etc.}$$

sînt expresii corect formate.

d. Dacă α este una din expresiile din acest exemplu de sub *c.*, atunci $\sim(\sim(q \wedge (p \wedge q)))$, $\sim(\sim((p \wedge q) \wedge (a \wedge b)))$ etc. sînt expresii corect formate.

Exemplul 5° a. Dacă α este una din expresiile din exemplul 4° *a.* şi β este una din expresiile din exemplul 1°, atunci, conform **7—1 b** (i)—(iv), $\sim p \wedge a$, $\sim b \vee p$, $\sim q \supset p$, $\sim q \equiv a$ sînt expresii corect formate.

b. Dacă α este una dintre expresiile din exemplul 2°, atunci expresiile $\sim(p \wedge q)$, $\sim(a \vee b)$, $\sim(a \supset p)$, $\sim(p \equiv a)$ etc. sînt expresii corect formate.

c. Dacă α este una dintre expresiile din acest exemplu de sub *b* şi β este una din expresiile din exemplul 1°, atunci prin **7—1 b** (i)—(iv): $\sim(p \wedge q) \wedge a$, $\sim(a \vee b) \vee q$, $\sim(a \supset p) \supset b$, $\sim(p \equiv a) \equiv b$ sînt expresii corect formate.

d. Dacă α este una din expresiile din acest exemplu de sub *b*, iar β este oricare din expresiile din exemplul 2°, atunci, conform cu **7—1 b** (i)—(iv) : $\sim(p \wedge q) \wedge (a \vee b)$, $\sim(a \vee b) \vee (p \supset q)$, $\sim(p \equiv q) \supset (p \supset a)$, $\sim(p \vee q) \equiv (a \wedge b)$ etc. sînt expresii corect formate.

e. Dacă α este oricare dintre expresiile din acest exemplu, atunci $\sim(\sim p \wedge a)$, $\sim(\sim(a \supset p)$, $\sim(\sim(a \vee b) \vee q)$, $\sim(\sim(p \wedge q) \wedge (a \vee b))$ etc. sînt expresii corect formate.

Se poate observa că, pe baza regulilor de sub **7—1**, pentru orice secvenţă de simboluri se poate *decide* dacă este corect formată, deci dacă aparţine limbajului descris sau nu. Oricare dintre expresiile din exemplele de mai sus este corect formată ; în schimb, nici una dintre următoarele expresii nu este corect formată (= nu aparţine limbajului descris) : $\sim\sim$, $p \sim$, $\sim \vee pq$, $pa \vee$, $\wedge a \supset$, $\sim a \wedge \supset$ etc.

c. Reguli de adevăr.

În acest punct, putem trece la definirea exactă a semnificației conectorilor, în dependență de valoarea de adevăr a expresiilor legate cu ajutorul acestora.

Fie α, β expresii oarecare din logica propozițiilor și fie V o valorizare oarecare.

7–2. Reguli de adevăr (pentru conectori) (RA):

RA 1. [$\sim$]: $V(\sim\alpha) = 1$ dacă și numai dacă $V(\alpha) = 0$; altfel, $V(\sim\alpha) = 0$.

RA 2. [$\wedge$]: $V(\alpha \wedge \beta) = 1$ dacă și numai dacă $V(\alpha) = 1$ și $V(\beta) = 1$; altfel, $V(\alpha \wedge \beta) = 0$.

RA 3. [$\vee$]: $V(\alpha \vee \beta) = 1$ dacă și numai dacă $V(\alpha) = 1$ sau $V(\beta) = 1$ sau amîndouă; altfel $V(\alpha \vee \beta) = 0$.

RA 4. [$\supset$]: $V(\alpha \supset \beta) = 1$ dacă și numai dacă (i) $V(\alpha) = V(\beta) = 1$; sau: (ii) $V(\alpha) = V(\beta) = 0$, sau: (iii) $V(\alpha) = 0$ și $V(\beta) = 1$; altfel, dacă $V(\alpha) = 1$ și $V(\beta) = 0$, $V(\alpha \supset \beta) = 0$.

RA 5. [$\equiv$]: $V(\alpha \equiv \beta) = 1$ dacă și numai dacă (i) $V(\alpha) = V(\beta) = 1$; sau: (ii) $V(\alpha) = V(\beta) = 0$; altfel $V(\alpha \equiv \beta) = 0$.

Explicații

1°. *RA 1* fixează condițiile în care negația unei expresii oarecare, α, adică $\sim\alpha$, este adevărată: $\sim\alpha$ este adevărată atunci cînd α este falsă și, invers, $\sim\alpha$ este falsă cînd α este adevărată. Acest lucru este în perfect acord cu cele arătate în § 3 cu privire la condițiile de adevăr ale unei propoziții. Pentru a avea o intuiție clară asupra acestei relații, vom folosi un exemplu din limbajul natural: dacă (1) (din § 2) este adevărată atunci și numai atunci cînd „Ion doarme”, aceasta înseamnă, în mod firesc, că (1) este falsă atunci cînd „Ion nu doarme”. Dar 'Ion nu doarme' nu este altceva decît negația aserțiunii făcute de (1). Deci (1) e falsă atunci cînd starea de lucruri reală corespunde negației aserțiunii făcute prin (1). Este clar însă că, dacă negația aserțiunii făcute prin (1) este în acord cu starea reală a lucrurilor, atunci însăși negația propoziției (1) este adevărată, întrucît putem spune (conform cu 3—2): Propoziția 'Ion nu doarme' este adevărată dacă și numai dacă Ion nu doarme. Invers, dacă afirmația că ⟨'Ion doarme' este conformă cu starea reală de lucruri, urmează a) că propoziția (1) este adevărată și b) că afirmația ⟨'Ion nu doarme' nu este conformă cu starea reală de lucruri și, prin urmare, propoziția *Ion nu doarme* (= negația propoziției (1)) nu este adevărată.

În considerațiile de mai sus, am avut în vedere în primul rînd situația în care α era o propoziție simplă. În cazul în care α este o expresie complexă, formată din propoziții simple legate prin conectori, stabilirea caracterului adevărat sau fals al expresiei α se face pe baza regulilor *RA 2—5*; ulterior, în raport cu rezultatul acestei operații, se poate stabili dacă $\sim \alpha$ este adevărată sau falsă.

2°. Regula *RA 2* fixează condițiile în care o conjuncție de forma $\alpha \wedge \beta$ este adevărată : conjuncția a două expresii este adevărată atunci și numai atunci cînd ambii conjuncți sînt adevărați.

Prin urmare, dacă *a*, *b* sînt constante propoziționale cu sensul fixat în § 2 (1'), (2'), conjuncția $a \wedge b$ este adevărată dacă și numai dacă *a* este adevărată (deci dacă Ion doarme) și dacă *b* este adevărată (deci dacă sîmbătă este a șasea zi a săptămînii). În toate celelalte cazuri, $a \wedge b$ este falsă.

În legătură cu semnificația acestei reguli trebuie făcute două observații :

a) Valoarea „adevărat” a unei conjuncții ca $a \wedge b$ nu depinde de ceea ce s-ar putea numi „legătura de sens” dintre propozițiile legate prin '$\wedge$' sau de posibilitatea ca cele două propoziții legate să fie vreodată „gîndite împreună”. O frază ca

(11) *Ion doarme* și *sîmbătă este a șasea zi a săptămînii.* este puțin obișnuită : este destul de greu de imaginat o

situaţie în care o astfel de frază ar putea fi enunţată. De aici înclinaţia unui vorbitor obişnuit de a o considera într-o oarecare măsură „anormală" sau „lipsită de sens". Realitatea este însă că acest „sentiment al anomaliei" derivă nu din natura strict semantică a faptului, ci din felul în care este folosit în mod obişnuit un sistem lingvistic dat (adică limbajul natural). Altfel spus, dacă o frază ca (11) se abate de la un număr de reguli, atunci aceste reguli nu sînt de natură semantică (adică reguli care să privească relaţia dintre semne şi obiectele la care acestea se referă) ci privesc uzajul obişnuit al limbii. O frază ca (11) frapează nu prin anomalie de înţeles (ceea ce spune fraza (11) este, dealtfel, perfect clar şi acceptabil : ea afirmă ca simultan adevărate propoziţiile (1) şi (2)), ci prin caracterul ei neobişnuit sau neaşteptat. Reacţia la o frază ca (11) este asemănătoare cu reacţia la o îmbinare neaşteptată de cuvinte ca *Ion are ochi albaştri şi pantaloni rupţi*. Putem spune deci că, în măsura în care (11) necesită o calificare, această calificare este de natură *stilistică* (ţine de un uz special al sistemului lingvistic) şi nu de natură semantică.

Faptul că o expresie ca '$a \wedge b$' apare ca „bizară" abia în momentul în care o traducem într-un limbaj natural se explică prin aceea că limbajul natural este dotat cu anumite reguli de uzaj (deci reguli *pragmatice*) cu care limbajul logic nu este dotat.

b) Semnificaţia semnului '$\wedge$' (conjuncţie) nu acoperă decît în parte sensurile conjuncţiei *şi* ; aşa cum a fost definit prin *RA 2*, semnul '$\wedge$' corespunde sensului *copulativ* al lui *şi* menţionat în *GLR I*, p. 397 ; sensul *copulativ* este explicat în *GLR II*, p. 243 după cum urmează : „unităţile sintactice coordonate prezentate de vorbitor ca *asociate* (sublinierea mea, E.V.) se numesc copulative". În această definiţie, „asociate" poate fi înţeles ca referindu-se la faptul că aserţiunile legate printr-o conjuncţie copulativă (*şi*) sînt prezentate ca simultan adevărate.

c) Trebuie reţinut, de asemenea, faptul că α şi β pot fi, la rîndul lor, expresii complexe (= formate din propoziţii simple legate prin conectori), a căror valoare de adevăr se determină cu ajutorul regulilor *RA*.

4 – c. 1549

3°. Regula *RA 3* arată că o disjuncţie de forma $\alpha \vee \beta$ este adevărată atunci şi numai atunci cînd cel puţin unul din disjuncţi este adevărat şi este falsă atunci cînd ambii disjuncţi au valoarea „fals". Revenind la exemplele din § 2, o propoziţie ca $a \vee b$ este adevărată dacă cel puţin una dintre propoziţiile *a*, *b* (cu sensurile fixate în § 2 (1′), (2′)) este adevărată, deci dacă Ion doarme, sau dacă sîmbătă este a şasea zi a săptămînii, sau ambele. Dacă nici Ion nu doarme, nici sîmbătă nu este a şasea zi a săptămînii, atunci $a \vee b$ este falsă.

Observaţii asemănătoare cu cele făcute sub *2°* se pot face şi în legătură cu *RA 3*, şi anume :

a) Valoarea de adevăr a unei disjuncţii ca $a \vee b$ nu depinde de „legătura de sens" dintre propoziţiile legate prin '$\vee$' sau, altfel spus, de posibilitatea de „a le gîndi împreună". O disjuncţie ca $a \vee b$ nu spune nimic altceva decît că cel puţin una (dacă nu amîndouă) dintre propoziţiile *a*, *b* este adevărată. „Anomalia" unei propoziţii ca

(12) *Ion doarme* **sau** *sîmbătă este a şasea zi a săptămînii.*
este numai aparentă şi, în orice caz, de natură stilistică sau pragmatică (= ţine de *uzul* obişnuit al limbii naturale) şi nu semantică logică. Şi aceasta exact pentru aceleaşi motive ca cele de sub *2°. a*).

b) Felul în care a fost definit sensul semnului '$\vee$' în *RA 3* nu acoperă decît unul din sensurile lui *sau* (ori al altor conjuncţii disjunctive) şi anume sensul pe care l-am numit „inclusiv", adică sensul în acord cu care nu se exclude posibilitatea ca *ambele* propoziţii legate prin *sau* să fie adevărate. Este sensul pe care îl are conjuncţia latină *vel*, în opoziţie cu conjuncţia *aut.* Sensul definit prin *RA 3* nu este decît expresia formală a sensului pe care *GLR I:* 397, îl consideră „copulativ" al conjuncţiei *sau*, ca în : *nisipul se găseşte pe prundul rîurilor, al lacurilor* **sau** *al mărilor.*

În *GLR II:* 246, se face observaţia : „raportul disjunctiv poate fi însă apropiat de cel copulativ [. . .] dacă nu există obligaţia de a alege o singură situaţie". Exemplul dat la aceeaşi pagină se referă la conjuncţia *ori*, dar acest lucru nu interesează aici, deoarece, aşa cum se poate observa, în locul lui *ori*, putea fi întrebuinţat tot atît de bine *sau* : **Doriți să vă odihniți ori doriți să gustați ceva**, *vă rog să porunciți.*

Ceea ce se înțelege în *GLR* prin „sens copulativ" al conjuncției disjunctive nu este decît posibilitatea ca *ambii* termeni legați prin conjuncția disjunctivă să fie, am spune noi, adevărați.

Trebuie notat, de asemenea, faptul că gramatica amintită definește raportul disjunctiv în primul rînd ca pe un raport *exclusiv*, deci ca raport între doi termeni dintre care unul și numai unul este adevărat (ca raportul exprimat prin latinescul *aut*), așa cum reiese din definiția de la p. 245 (*GLR II*) : „Unitățile sintactice coordonate care sînt prezentate de vorbitor ca *excluzîndu-se una pe alta* (sublinierea mea, E.V.) într-o măsură mai mare sau mai mică se numesc disjunctive". Valoarea „copulativă" a conjuncției disjunctive (deci situația în care disjuncții pot fi concepuți sau înțeleși ca fiind ambii adevărați) este considerată ca o „slăbire" a raportului disjunctiv, care se caracterizează (în mod tipic, după *GLR*) prin relația de excluziune.

Realitatea este că unele limbaje naturale (cum e limba română) se caracterizează prin două valori ale conjuncțiilor disjunctive : una exclusivă și alta inclusivă. S-ar putea ca sensul exclusiv al unei conjuncții ca *sau* să fie mai frecvent sau mai prezent în conștiința lingvistică a vorbitorilor, fapt care ar explica poziția autorilor gramaticii, care consideră ca *definitoriu* pentru disjuncție raportul de *excluziune* dintre termeni, iar raportul inclusiv ca un fel de „slăbire" a sensului exclusiv.

c) Ca și în cazul conjuncției, trebuie remarcat faptul că, în *RA 3*, α și β pot fi, la rîndul lor, expresii complexe.

4°. Enunțînd o propoziție ca

(13) *Dacă afară e frig, atunci Ion stă acasă.*

se spune, în orice caz, că este exclusă alternativa ca „afară să fie frig" și, în același timp, „Ion să nu stea acasă" ; altfel spus, se exclude alternativa în care prima propoziție :

(13 a) *afară e frig*

să fie adevărată, iar a doua :

(13 b) *Ion stă acasă*

să fie falsă.

O b s e r v a ţ i e. Cazul în care aserţiunea „Ion nu stă acasă" coincide cu starea reală a lucrurilor este exact cazul în care (13 b) este falsă.

Excluzînd alternativa menţionată, nu excludem şi următoarele posibilităţi:

a) ca afară să nu fie frig şi ca Ion să nu stea acasă
b) ca afară să nu fie frig şi ca Ion să stea (totuşi) acasă.

Altfel spus, (13) neagă existenţa reală a situaţiei în care (13 a) are loc iar (13 b) nu are loc, sau, într-o formulare pozitivă, afirmă faptul că (13 b) poate fi adevărată şi atunci cînd (13 a) este adevărată, şi atunci cînd (13 a) este falsă, dar nu este falsă decît atunci şi numai atunci cînd (13 a) e falsă; dacă (13 a) este adevărată, atunci şi (13 b) este adevărată. Cele arătate sînt în acord cu ceea ce se înţelege în mod obişnuit printr-o formulare ca *A* condiţionează pe *B* sau *A* este o condiţie a lui *B*; a spune că *A* condiţionează pe *B* înseamnă a spune că dacă *A* are loc, atunci *B* are, de asemenea, loc, dacă *A* nu are loc, nu are loc, de asemenea, nici *B*, dar fără ca să fie adevărată şi reciproca, anume: dacă *B* are loc, atunci are loc şi *A*.

Toate formulările alternative pe care le-am dat pînă aici, sub 4°, nu fac altceva decît să exprime în limbajul comun condiţiile de adevăr ale implicaţiei. Ceea ce trebuie remarcat este faptul că aceste formulări sînt, pe de altă parte, parţial în acord cu ideea comună de „condiţie", conţinută şi în conceptul gramatical de „raport condiţional între propoziţii" (cf. *GLR II*, p. 321: „Propoziţia circumstanţială condiţională exprimă o ipoteză sau o *condiţie* (sublinierea mea, E.V.) de a cărei îndeplinire depinde realizarea acţiunii exprimate de propoziţia regentă").

Observaţiile care trebuie făcute în legătură cu propoziţiile de forma $\alpha \supset \beta$ sînt de aceeaşi natură cu cele făcute sub 2°–3°:

a) Uzul normal al limbajului natural cere ca cei doi termeni ai unei fraze condiţionale (antecedentul şi consecventul) să aibă o legătură de sens (tradusă printr-o relaţie oarecare de natură factuală). Acesta este singurul motiv pentru care o frază ca

(14) *Dacă afară este frig, atunci Ion are ochii verzi.*
este considerată ca absurdă, în timp ce o frază ca (13) nu

este. În fond, ceea ce dă impresia de anomalie în (14) este faptul că antecedentul poate fi mai greu (eventual deloc) gîndit în relaţie cu consecventul, pe baza experienţei comune. Dacă o astfel de relaţie nu poate fi stabilită, atunci, pe baza aceleiaşi experienţe, nu se poate afirma nici existenţa vreunui raport între adevărul antecedentului (13 a) şi adevărul consecventului :

(14') *Ion are ochii verzi.*

b) În ce priveşte sensul frazelor condiţionale din limbajul natural şi sensul implicaţiei logice, trebuie observat că frazele condiţionale din limbajul natural, după toate aparenţele, exprimă în plus, faţă de ideea de „condiţie" în sensul definit mai sus, şi ideea de *necesitate*.

O frază condiţională ca (13) exprimă pe lîngă ideea că în cazul în care antecedentul (13 a) este adevărat, atunci şi consecventul (13 b) este adevărat, şi ideea că, dacă antecedentul este adevărat, atunci consecventul *nu poate fi decît* adevărat. Cu alte cuvinte, frazele condiţionale exprimă şi ideea *imposibilităţii* ca antecedentul să fie adevărat şi consecventul fals.

Acest caracter de „necesitate" al raportului exprimat de condiţionale trebuie înţeles ca *relativ* : el se bazează pe cunoştinţele pe care vorbitorul (sau vorbitorii) le are (le au) în prealabil despre stările sau evenimentele sau obiectele la care se referă fraza condiţională. Mai concret : dacă se afirmă (13), aceasta se face pe baza celor ce se ştiu despre Ion şi despre modul său de a se comporta. În *raport cu aceste cunoştinţe* se afirmă că dacă (13 a) este adevărată, atunci (13 b) nu poate fi decît adevărată sau, într-o formulare mai puţin tare, dacă (13 a) este adevărată, atunci este greu de aşteptat ca (13 b) să nu fie şi ea adevărată.

Acest caracter de „necesitate" relativă al condiţionalei poate constitui eventual o explicaţie (suplimentară) a faptului că propoziţii ca (14) sînt considerate ca aberante : deoarece conţinutul factual şi deci de sens al antecedentului nu are nimic comun cu conţinutul factual şi deci de sens al consecventului (14'), nu poate fi afirmată o relaţie necesară între adevărul propoziţiei (13 a) şi adevărul propoziţiei (14'). Altfel spus, experienţa comună arată că, dată fiind absenţa unei legături între conţinutul factual şi de semnificaţie al celor două propoziţii, este *perfect posibil* ca (13 a) să fie adevărată şi (14) falsă.

c) Ca şi în cazul 1°—3°, expresiile α, β pot fi, la rîndul lor, expresii complexe.

5°. Prin *RA 5* se fixează condiţiile în care o expresie de forma $\alpha \equiv \beta$ este adevărată : anume, cînd α şi β au aceeaşi valoare de adevăr. Prin urmare, o expresie de această formă nu spune nimic altceva decît că cele două expresii sînt fie simultan adevărate, fie simultan false.

Echivalenţa nu are un corespondent foarte clar într-un limbaj natural ca româna. În limba română o expresie ca *dacă şi numai dacă* — expresie care corespunde echivalenţei logice — nu aparţine uzului comun al limbii, ci limbajului ştiinţelor exacte. Un corespondent aproximativ ar putea fi considerat o expresie ca *numai dacă*, în cazul în care nu exprimă pur şi simplu sensul condiţional.

Observaţiile care se pot face în legătură cu *RA 5* sînt paralele cu cele făcute în legătură cu regulile precedente.

a) „Traducînd" în limbajul natural o echivalenţă în care *a* şi *b* au sensurile stabilite în § **2** (1′), (2′), obţinem :

(15) *Ion doarme* **dacă şi numai dacă** *sîmbătă este a şasea zi a săptămînii.*

Fraza (15) pare tot atît de puţin acceptabilă ca şi frazele discutate la 2°—4° sub a). Se pare deci că, pentru a afirma că două propoziţii sînt simultan adevărate sau simultan false, uzul lingvistic cere ca cele două propoziţii să aibă „ceva comun" din punctul de vedere al sensului şi/sau al realităţii la care se referă. Restricţia este deci de natură pragmatică şi stilistică şi nu de natură semantică. Întrucît am discutat în detaliu această chestiune sub 2° a), nu mai insistăm asupra ei aici.

b) În limbajul comun, termenul de *echivalenţă* este asociat în mod obişnuit de ideea de „identitate de sens". Cu alte cuvinte, în măsura în care *dacă şi numai dacă* poate fi luat ca o „traducere" în limbajul natural a semnului de echivalenţă, cele două propoziţii legate prin *dacă şi numai dacă* sînt înţelese în primul rînd ca exprimînd una pentru cealaltă o condiţie (de adevăr) *necesară*; aşadar, cînd două propoziţii sînt legate prin *dacă şi numai dacă*, vrem să spunem că *nu este posibil* ca una dintre ele să fie adevărată şi cealaltă falsă. Or, dacă A *nu poate fi* adevărat atunci cînd B este fals sau B *nu poate fi* adevărat atunci cînd A este fals, aceasta înseamnă că *A* şi *B* au ***condiţii de adevăr identice*** ceea ce înseamnă că au ***sens identic*** (asupra relaţiei condiţie de adevăr/sens, vezi mai sus, § 4).

Această idee de relaţie „necesară" conţinută de expresia ***dacă şi numai dacă*** poate fi şi ea o explicaţie a faptului că norma limbajului comun cere ca termenii legaţi prin această expresie să nu fie disjuncţi din punctul de vedere al sensului. Observaţia se susţine în acelaşi fel ca aceea pe care am făcut-o în legătură cu implicaţia (cf. mai sus 4° b).

Aceeaşi remarcă trebuie făcută şi în legătură cu *dacă şi numai dacă* din limbajul ştiinţific, unde această expresie exprimă, în mod explicit, ideea de condiţie (reciprocă) **necesară** şi **suficientă.**

c) Ca şi mai sus, expresiile α şi β se pot referi la expresii complexe.

6°. În măsura în care *RA 1—5* fixează ***condiţiile de adevăr*** ale expresiilor complexe formate cu conectori, putem spune că *RA 1—5* exprimă ***sensul (intensiunea)*** expresiilor complexe (formate cu ajutorul conectorilor).

d. Tabele de adevăr. Regulile *RA 1—5* definesc conectorii în raport cu diversele valori acordate expresiilor legate prin aceştia. Cu ajutorul acestor reguli se poate *calcula* valoarea de adevăr a oricărei expresii. Procedeul uzual de calcul este acela al matricilor sau tabelelor de adevăr.

Înainte de a arăta cum se construiesc în general matricile de adevăr, vom arăta cum regulile de sub **c.** pot fi reprezentate cu ajutorul acestor matrici.

Primele coloane ale tabelului înregistrează propoziţiile simple legate prin conectori. Cum, cu excepţia negaţiei care este un conector monadic, toţi ceilalţi conectori sînt diadici, vom construi două tabele : unul pentru negaţie, altul pentru toţi ceilalţi conectori. În primul tabel, în capul primei coloane, va figura o propoziţie, mai exact, o variabilă propoziţională, *p* (aşadar, tabelul va avea o maximă generalitate: ceea ce este arătat pentru *p*, este valabil pentru orice propoziţie). În capul coloanei următoare, va figura negaţia expresiei din prima coloană, deci $\sim p$. Sub p, se înregistrează, în rîndul întîi, respectiv al doilea, cele două valorizări posibile ale lui p : *1* şi *0*. În coloana a doua, conform cu *RA 1*, se scriu valorile luate de $\sim p$, în raport cu cele două valorizări din prima coloană.

7—3. Negaţia

p	$\sim p$
1	0
0	1

Matricea de sub **7—3** indică pentru $\sim p$ valoarea *0* pentru prima valorizare a lui p ($V(p) = 1$) şi *1* pentru cea de a doua valorizare a lui p ($V(p) = 0$).

Pentru ceilalţi conectori, care sînt, după cum am văzut, diadici, matricile vor înregistra cele 4 valorizări posibile ale clasei de propoziţii $\langle p, q\rangle$ (cf. mai sus **6—3**).

În capul primelor două coloane ale tabelului figurează propoziţiile p, q; în rîndurile următoare figurează cele 4 valorizări (distincte) posibile pentru clasa $\langle p, q\rangle$, exprimate prin cifrele *1* sau *0* scrise sub literele p şi q.

În capul coloanelor următoare se scriu expresiile formate din p şi q legate prin conectorii diadici: $p \wedge q$, $p \vee q$, $p \supset q$ şi $p \equiv q$. În fiecare rînd din coloana de sub fiecare din expresiile de mai sus se scrie, în dreptul fiecărei valorizări, valoarea (*1* sau *0*) pe care o ia expresia, în raport cu valorizarea notată în capătul rîndului (cf. *RA 2—5* de sub **7—1**).

7—4. Conjuncţia, disjuncţia, implicaţia, echivalenţa

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \supset q$	$p \equiv q$
1	1	1	1	1	1
1	0	0	1	0	0
0	1	0	1	1	0
0	0	0	0	1	1

Matricile de sub **7—3, 4** pot fi interpretate ca *definiții* pentru conectorii '$\sim$, $\wedge$, $\vee$, $\supset$' și '$\equiv$' în felul următor: '$\sim$' este conectorul care ia valoarea *1*, pentru valoarea *0* a expresiei p și *0*, pentru valoarea *1* a lui p; '$\wedge$' este conectorul care ia valoarea *1* pentru valorile '*1, 1*' ale expresiilor p, respectiv, q și *0*, pentru valorile '*1, 0*; *0, 1*; *0, 0*'; '$\vee$' este conectorul care ia valoarea *1* pentru valorile '*1, 1*; *1, 0*; *0, 1*' date expresiilor p, q și *0* pentru valorile '*0, 0*' etc.

O definiție matricială alternativă a conectorilor este:

7—3′.

$\sim$	1	0
	0	1

7—4′.

$\wedge$	1	0
1	1	0
0	0	0

$\vee$	1	0
1	1	1
0	1	0

$\supset$	1	0
1	1	0
0	1	1

$\equiv$	1	0
1	1	0
0	0	1

unde, în **7—3′**, în primul rînd, în cele două coloane, se înscriu valorile expresiei care urmează semnul '$\sim$', iar în cel de al doilea rînd, în fiecare coloană, se înregistrează valoarea expresiei formate cu '$\sim$', pentru fiecare din valorizările incluse în primul rînd.

În **7—4′**, în coloanele de sub '$\wedge$', '$\vee$', '$\supset$', '$\equiv$', se înscriu valorizările membrului din stînga conectorului, în rîndul de sus, în dreapta semnelor '$\wedge$', '$\vee$', '$\supset$', '$\equiv$', se înscriu valorizările termenului din dreapta conectorului; cele 4 valorizări posibile pentru clasa alcătuită din cele două expresii se obțin prin citirea primei cifre din prima coloană și a primei cifre din primul rînd; a celei de a doua cifre din prima coloană și a primei cifre din primul rînd; a primei cifre din prima coloană și a celei de a doua cifre din primul rînd; a celei de a doua cifre din prima coloană și a celei de a doua cifre din primul rînd (sau: prima cifră din prima coloană — prima cifră din primul rînd; prima cifră din prima coloană — a doua cifră din primul rînd etc.). La intersecţia fiecărui rînd cu fiecare coloană se înscrie valoarea expresiei formate cu conectorul respectiv pentru valorizarea obţinută prin citirea în felul indicat mai sus.

Matricile de adevăr sînt utilizate în *calcularea* valorii de adevăr a expresiilor de o complexitate mai mare. Pentru a construi matricea de adevăr a unei expresii complexe, α, se procedează în felul următor:

(i) Expresia α se descompune în constituenţii ei imediaţi; această descompunere poate avea două rezultate posibile: a) dacă α are forma $\sim\beta$ (deci dacă α este constituită din semnul de negaţie urmat de o altă expresie, β) atunci rezultatul analizei este '$\sim$', pe de o parte, β, pe de altă parte; b) dacă α nu este o expresie precedată de semnul negaţiei, atunci rezultatul analizei nu poate fi decît '$\beta \wedge \gamma$', sau '$\beta \vee \gamma$', sau '$\beta \supset \gamma$', sau '$\beta \equiv \gamma$'.

(ii) Constituenţilor β, γ li se aplică acelaşi gen de analiză în constituenţi imediaţi ca sub (i); prin urmare, β, γ se pot analiza fie ca sub (i) a), fie ca sub (i) b).

(iii) Procedeul se aplică de n ori, pînă în momentul în care, pentru orice constituent β_i al expresiei α, analiza în constituenţi imediaţi are ca rezultat o secvenţă de conectori şi semne propoziţionale (constante şi/sau variabile).

După cum se observă, procedeul de analiză în constituenţi imediaţi urmează drumul invers al aplicării regulilor de formare pentru construirea unei expresii, α.

Exemplul 1°: $p \supset (q \wedge (p \supset q))$ (1)

A. Analiza în constituenţi imediaţi:

Prin (i) b): $\supset$; p ; $q \wedge (p \supset q)$ (2)

Prin (ii) b) din (2): $\wedge$; q ; $p \supset q$ (3)

Prin (ii) b) din (3): $\supset$; p ; q. (4)

Aceeaşi construcţie obţinută pe baza regulilor de formare:

7—1 a. p, q sînt expresii corect formate; (1)

b. $(p \supset q)$ este corect formată; (2)

din (2) şi **7—1 b**: $(p \wedge (p \supset q)$ este corect formată; (3)

din (3) şi **7—1 b**: $p \supset (p \wedge (p \supset q))$ este corect formată. (4)

Exemplul 2°: $\sim((q \supset r) \equiv ((p \vee q) \wedge (p \vee r)))$

A. Analiza în constituenţi imediaţi:

Prin (i) a): $\sim$; $((q \supset r) \equiv ((p \vee q) \wedge (p \vee r))$; (1)

Prin (ii) b) din (1): $\equiv$; $(q \supset r)$; $((p \vee q) \wedge (p \vee r)$; (2)

Prin (ii) b) din (2) : $\wedge$; $(p \vee q)$; $(p \vee r)$; (3)
Prin (ii) b) din (3) : $\vee$; p, q ; $\vee$; p, r. (4)

B. Aceeași construcție obținută pe baza regulilor de formare :
7—1b : p, q, r sînt corect formate ; (1)
7—1b din (1) : $(p \vee q)$ este corect formată ; (2)
7—1b din (1) : $(p \vee r)$ este corect formată ; (3)
7—1b din (2), (3) : $(p \vee q) \wedge (p \vee r)$ este corect formată ; (4)
7—1b din (1) : $(q \supset r)$ este corect formată ; (5)
7—1b din (4), (5) : $(q \supset r) \equiv ((p \vee q) \wedge (p \vee r))$ este corect formată ; (6)
7—1c din (6) : $\sim((q \supset r) \equiv ((p \vee q) \wedge (p \vee r)))$ este corect formată.

Exemplul 3° : $p \supset (\sim(p \equiv q) \supset (r \vee q))$

A. Analiza în constituenți imediați :
Prin (i) b) : $\supset$; p ; $(\sim(p \equiv q) \supset (r \vee q))$ (1)
Prin (ii) b) din (1) : $\supset$; $\sim(p \equiv q)$; $(r \vee q)$ (2)
Prin (ii) a) din (2) : $\sim$; $(p \equiv q)$ (3)
Prin (ii) b) din (2), (3) : $\equiv$; p ; q ; $\vee$; r, q. (4)

B. Construcția obținută pe baza regulilor de formare :
7—1a: p, q, r sînt corect formate ; (1)
7—1b din (1) : $(r \vee q)$ este corect formată ; (2)
7—1b din (1) : $(p \equiv q)$ este corect formată ; (3)
7—1c din (3) : $\sim(p \equiv q)$ este corect formată ; (4)
7—1b din (4), (2) : $\sim(p \equiv q) \supset (r \vee q)$ este corect formată ; (5)
7—1b din (5), (1) : $p \supset (\sim(p \equiv q) \supset (r \vee q))$ este corect formată. (6)

Numim *constituenți ultimi* ai unei expresii α secvența de semne rezultată din analiza expresiei α în constituenți imediați.

Numim *propozițiile constituente* ale expresiei α clasa de semne propoziționale (constante și/sau variabile) care sînt constituenții ultimi ai expresiei α.

Cu aceste precizări, putem trece la indicarea felului în care se construiește o matrice de adevăr pentru o expresie oarecare, α. (Pentru a urmări mai ușor cele ce urmează, cititorul se poate referi la felul în care este construită matricea de adevăr din exemplul 1°, mai jos.)

A. În primele n coloane ale matricii se înscriu, în primul rînd, propozițiile constituente ale expresiei α. Rîndurile următoare ale celor n coloane vor cuprinde cele 2^n *valorizări* posibile ale clasei de propoziții constituente ale expresiei α.

B. În următoarele coloane, în primul rînd, se înscriu constituenții de rang imediat superior constituenților ultimi.

C. În fiecare dintre coloanele menţionate sub B, în rîndurile următoare, se înscriu valorile pe care le iau constituenţii înscrişi în primul rînd al coloanei pentru fiecare dintre valorizările aflate în primele n coloane; valoarea constituentului se află la intersecţia coloanei afectate acestuia cu rîndul corespunzător valorizării date.

D. În coloanele următoare, în primul rînd, se înscriu constituenţii de rang imediat superior (alcătuiţi din constituenţi din prima categorie).

E. În fiecare dintre coloanele menţionate sub D, în rîndurile următoare, se înscriu valorile pe care le iau constituenţii înscrişi în primul rînd al coloanei, pentru fiecare dintre valorile înregistrate în coloanele precedente, afectate constituenţilor imediaţi ai expresiilor respective.

F. Se repetă procedura D, E, pentru constituenţii de rang imediat superior, pînă ce se ajunge ca, în primul rînd al coloanei $n + m$, să figureze expresia α însăşi.

Coloana în al cărei prim rînd se află α reprezintă valorile (de adevăr) ale expresiei α pentru fiecare dintre valorizările posibile pentru clasa de propoziţii constituente ale expresiei α.

Pentru mai multă claritate, vom construi matricile de adevăr ale expresiilor din exemplele 1°, 2° de mai sus. Explicaţiile care vor urma fiecărui tabel vor arăta felul în care acesta a fost construit.

Exemplul 1°a. Expresia: $p \supset (q \wedge (p \supset q))$

	p	q	$p \supset q$	$q \wedge (p \supset q)$	$p(q \supset \wedge (p \supset q))$
(V^1)	1	1	1	1	1
(V^2)	1	0	0	0	0
(V^3)	0	1	1	1	1
(V^4)	0	0	1	0	1
	1	2	3	4	5

E x p l i c a ţ i i : Coloanele 1, 2 corespund celor doi membri ai clasei de propoziţii constituente ale expresiei din exemplul *1*: $\langle p, q\rangle$; $V^1 \ldots V^4$ din stînga celor două coloane indică cele 4 valorizări posibile pentru această clasă; fiecărei valorizări îi este afectat cîte un rînd.

În coloana 3, rîndul întîi, se află primul constituent de rang superior în raport cu p şi q. În coloana 4 se află primul constituent de rang superior celui precedent, o expresie complexă, '$p \supset q$' legată prin '$\wedge$' de q. În coloana 5 (rîndul întîi), se află o expresie de rang superior celei precedente, întrucît expresia precedentă apare legată aici prin '$\supset$' de p.

Cifrele din coloana 3 se obţin prin considerarea cifrelor din coloanele 1, 2 (în această ordine şi *numai* în aceasta, vezi *RA 4*); în dreptul fiecărei combinaţii de valori din primele două rînduri se scriu valorile *1* sau *0*, după caz, în coloana 3.

Valorile din coloana 4 se obţin prin compararea valorilor din coloana 2 (afectată constituentului q) cu cele din coloana 3 (afectată constituentului '$p \supset q$'). [N.B. *Ordinea* în care se compară valorile înscrise în acelaşi rînd în 2 şi 3 nu este relevantă (vezi *RA 2*).]

Valorile din coloana *5* se obţin prin compararea valorilor din coloana 2 (afectată constituentului p) cu cele din coloana 4 (afectată constituentului '$q \wedge (p \supset q)$'). [N.B. Ordinea în care se compară valorile înscrise în acelaşi rînd *este relevantă* (vezi *RA 4*); aşadar valorile se vor lua întîi din coloana 1 apoi din coloana 4.]

Exemplul 2° a. Expresia: $\sim((q \supset r) \equiv ((p \vee q) \wedge \wedge (p \vee r)))$ (vezi tabelul de la p. 62).

E x p l i c a ţ i i : Primele trei coloane includ valorizările posibile pentru clasa propoziţiilor constituente $\langle p, q, r\rangle$. Există $2^3 = 8$ valorizări posibile. În coloanele 4, 5, 6 se află, în primul rînd, constituenţii de rang imediat superior constituenţilor p, q, r; coloana 7 include constituentul imediat superior constituenţilor înscrişi în 5, 6 (5 şi 6 sînt constituenţi ai expresiei din 7); primul rînd al coloanei 8 include constituenţii de rang imediat superior constituentului din 7 (expresia din 7 este constituent imediat al expresiei din 8); în primul rînd al coloanei 9 figurează întreaga expresie ale cărei

$(p \vee q) \wedge \wedge (p \vee r)$	$(q \supset r) \equiv \equiv ((p \vee q) \wedge (p \vee r))$	$\sim((q \supset r) \equiv \equiv ((p \vee q) \wedge (p \vee r)))$
1	1	0
1	0	1
1	1	0
1	1	0
0	0	1
0	1	0
1	1	0
0	0	1
7	8	9

	p	q	r	$q \supset r$	$p \vee q$	$p \vee r$
(V^1)	1	1	1	1	1	1
(V^2)	1	1	0	0	1	1
(V^3)	1	0	1	1	1	1
(V^4)	0	1	1	1	1	1
(V^5)	0	0	1	1	0	1
(V^6)	0	1	0	0	1	0
(V^7)	1	0	0	1	1	1
(V^8)	0	0	0	1	0	0
	1	2	3	4	5	6

valori vrem să le calculăm : ea este de rang superior celei din 8, întrucît aceasta din urmă este constituent imediat, alături de '$\sim$', al expresiei din 9.

Valorile din coloana 4 se obţin prin compararea valorilor înscrise în acelaşi rînd în coloanele 2, 3 [N.B. *în această* ordine]; valorile din 5 se obţin prin compararea valorilor înscrise în acelaşi rînd în coloanele 1, 2 [N.B. indiferent în care ordine]; valorile din 6 se obţin prin compararea valorilor înscrise în acelaşi rînd în coloanele 1, 3 [N.B. indiferent în care ordine]; valorile din 7 se obţin prin valorile înscrise în acelaşi rînd în coloanele 5, 6 [N.B. indiferent în care ordine]; valorile din 8 se obţin prin compararea valorilor înscrise în acelaşi rînd în coloanele 4, 7 [N.B. indiferent în care ordine, vezi *RA 5*]; valorile din 9 se obţin prin *RA 1* din valorile înscrise în 8.

§ 8. Conectori în limbajul natural. După cum se poate observa din cele discutate în §7c. cu privire la conectorii din limbajele logice, există cîteva puncte în care aceştia diferă de conectorii limbajului natural.

În cele ce urmează vom încerca să facem cît mai clare aceste diferenţe. Clasa conectorilor din limbajele logice corespunde în mare clasei *conjuncţiilor* din limbajul natural : atît conectorii, cît şi conjuncţiile „leagă" între ele propoziţii, realizînd, în felul acesta, expresii mai complexe (care, în terminologia gramaticală, se numesc *fraze*).

Din acest punct de vedere, al funcţiei pe care cele două clase de semne o îndeplinesc, deosebirile apar în următoarele privinţe :

1°. Gramatica limbajelor naturale face de obicei distincţia între *conjuncţii de coordonare* şi *conjuncţii de subordonare*. În legătură cu limbajele logice, această distincţie nu se face. Dealtfel, după cum s-a remarcat uneori, distincţia între coordonare şi subordonare nu este foarte clară în ce priveşte limbajele naturale (cf. Graur, 1956: 130; Vasiliu, 1974 : 110—111). Definiţiile care pot fi găsite în gramatici sînt vagi şi, în consecinţă, pe baza lor nu se poate face distincţia, pentru fiecare caz în parte, între un raport de coordonare şi un raport de subordonare.

Dacă încercăm totuşi să stabilim o corespondenţă între conectorii discutaţi în § 7 şi conjuncţii, observăm că o parte din conectori, anume '$\wedge$', '$\vee$', corespund unor conjuncţii considerate coordonatoare (*şi*, *sau*), în timp ce '$\supset$' şi '$\equiv$' corespund unor conjuncţii considerate subordonatoare (*dacă* (*-atunci*), *dacă şi numai dacă*).

În măsura în care distincţia coordonare/subordonare nu este clară nici în gramaticile care au ca obiect limbajul natural, deosebirea dintre conectorii logici şi conjuncţiile limbajului natural din punctul de vedere aici în discuţie este neglijabilă.

2°. În logică, semnul de negaţie, '$\sim$', este considerat ca aparţinînd clasei conectorilor (este un conector monadic). Faptul se justifică, pe de o parte, prin aceea că, prin prefixarea semnului de negaţie la o propoziţie, se obţine o expresie corect formată, tot aşa cum, prin „introducerea" unui conector diadic între două propoziţii, se obţine o expresie corect formată. Pe de altă parte, această încadrare a negaţiei în clasa conectorilor se justifică într-un mod mai profund, prin faptul că negaţia, ca şi ceilalţi conectori, este o „funcţie de adevăr" (vezi mai sus, § **7 a**) : adevărul unei expresii ca $\sim\alpha$ depinde în mod exclusiv de valoarea de adevăr a expresiei α (cf. § **7 c**, *RA 1* şi § **7 d**, **7—3**), tot aşa cum adevărul unor expresii ca $\alpha \wedge \beta$, $\alpha \vee \beta$, $\alpha \supset \beta$ şi $\alpha \equiv \beta$ depinde în mod exclusiv de valoarea de adevăr a expresiilor α şi β (cf. **7 c**, *RA 2—5* şi § **7 d**, **7—4**).

În gramatica limbajului natural, negaţia este considerată un *constituent* al propoziţiei (este „parte de propoziţie"), spre deosebire de conjuncţii care sînt „exterioare" propoziţiei (= nu sînt „părţi de propoziţie"). Prin urmare, între negaţie şi clasa conjuncţiilor (corespondentul aproximativ al clasei conectorilor) nu există nici o legătură.

Afinitatea semantică dintre negaţie şi conjuncţii (cel puţin o parte din ele, anume acelea care corespund conectorilor logici) nu a putut fi sesizată deoarece, în definiţiile tradiţionale semantice date entităţilor lingvistice, ideea de „valoare de adevăr" nu intervine în nici un fel (nici măcar în ce priveşte definiţia negaţiei, unde raportul dintre sens şi valoarea de adevăr pare a fi mai evident). Or, după cum am văzut, raţiunea profundă a încadrării negaţiei printre conectori este tocmai faptul că atît negația, cît și conectorii sînt funcții de adevăr.

Se poate observa însă că diferența (pe care o discutăm sub acest punct) dintre limbajele naturale și cele logice este în primul rînd o diferență de clasificare. Esențial nu este faptul că negația este considerată ca făcînd sau nefăcînd parte din aceeași clasă de unități cu conjuncțiile *și*, *sau*, *dacă* etc., ci faptul că este sau nu este definită ca „funcție de adevăr" (adică dacă o expresie negată este sau nu este definită prin *RA 1* sau printr-o regulă de aceeași natură cu *RA 1*). În momentul în care o expresie de tipul *Ion nu doarme* va fi definită spunînd că este adevărată atunci și numai atunci cînd *Ion doarme* este falsă, și este falsă cînd *Ion doarme* este adevărată, în acest moment, interesează prea puțin dacă admitem sau nu că negația este o unitate de același tip cu conjuncțiile *și*, *sau*, *dacă*, *dacă și numai dacă*.

Rezultă din cele arătate că diferența pe care am discutat-o aici nu ține de natura lucrurilor, ci de modul de prezentare (sau de înțelegere) a acestor lucruri.

3°. Dacă clasa conjuncțiilor din limbajele naturale include o serie de unități care pot fi considerate, cel puțin cu anumite sensuri ale lor, ca „funcții de adevăr" (în sensul că o frază ca *Ion doarme și Gheorghe citește* poate fi considerată ca adevărată atunci și numai atunci cînd *Ion doarme* este adevărată și *Gheorghe citește* este de asemenea adevărată), *nu toate* conjuncțiile limbajului natural pot fi considerate ca analoge conectorilor din logica propozițiilor, întrucît nu toate conjuncțiile pot fi tratate ca funcții de adevăr.

De exemplu, valoarea de adevăr a unei fraze concesive ca

(16) *Deși afară este cald, Ion stă acasă.*

nu depinde exclusiv de valoarea de adevăr a celor două propoziții constituente :

(16a) *Afară este cald.*

(16b) *Ion stă acasă.*

Nu se poate spune, spre exemplu, că (16) este adevărată dacă și numai dacă (16a) și (16b) sînt adevărate, așa cum ar putea părea posibil la o privire superficială (în acest caz, o frază concesivă ar „spune" același lucru cu o frază formată prin coordonare cu *și* : *Afară este cald și Ion stă* *acasă*). Pentru ca (16) să fie adevărată este necesar ca (16a, b) să fie adevărate şi, *în plus*, să fie adevărat că „este de aşteptat ca, dacă afară este cald, Ion să nu stea acasă”. Or, presupoziţia „este de aşteptat ca...” conţine ceva în plus faţă de simpla valoare „adevărat” sau „fals” a propoziţiilor constituente (adică propoziţiile legate prin *deşi*). Pentru motive asemănătoare spunem că nici conjuncţii ca *însă*, *fiindcă* etc. nu pot fi considerate simple funcţii de adevăr. (Cf. şi Vasiliu, 1974.)

Observaţie. Vom reveni asupra motivelor care fac ca unele conjuncţii să nu poată fi considerate „funcţii de adevăr” (în III § 8).

4°. Am văzut în § 5 că una dintre sursele de ambiguitate a limbajului natural este polisemia cuvintelor (*1*°). Există numeroase cazuri în care conjuncţiile manifestă acelaşi fenomen de polisemie. Atunci cînd am discutat despre conectorii '$\wedge$', '$\vee$', '$\supset$' şi '$\equiv$' (7 c 2° b), 3° b), 4° b), 5°b), am arătat cu privire la fiecare dintre primii doi că nu corespunde decît cu *unul* dintre sensurile conjuncţiilor *şi*, respectiv, *sau*, ori în legătură cu ultimii doi, că nu corespund decît *aproximativ* sensului conjuncţiilor *dacă*, respectiv, *dacă şi numai dacă*.

Alături de sensul pe care *GLR I* : 397 îl numeşte „copulativ” (sens care, după cum am văzut, coincide cu definiţia dată semnului '$\wedge$'), conjuncţia *şi* mai poate avea, după cum se arată în aceeaşi lucrare, şi sens *adversativ* (ca în *aş pleca şi nu pot*) sau sens *conclusiv* (ca în exemplul citat la p. 397 : *asta-i şagă şi nu-mi pasă*).

Alături de sensul inclusiv (calificat de *GLR I* : 397, disjunctiv cu nuanţă „copulativă”), care coincide cu definiţia semnului '$\vee$', conjuncţia *sau* are şi un sens exclusiv (calificat de *GLR I* : 396, ca „disjunctiv propriu-zis”).

În ce priveşte conjuncţiile *dacă* şi *dacă şi numai dacă*, am arătat (cf. 4° b), 5° b)) că, spre deosebire de '$\supset$', respectiv, '$\equiv$', sensul celor dintîi se asociază de ideea de *necesitate relativă* (la cunoştinţele pe care vorbitorii le au asupra stărilor de lucruri).

Cele arătate conduc la următoarele două concluzii :

a) În cazul în care vrem să definim sensul conjuncţiilor *şi*, *sau*, în acelaşi fel în care au fost definiţi conectorii '$\wedge$', '$\vee$', va trebui ca mai întîi să procedăm la *dezambiguizarea* *conjuncțiilor* respective (eventual prin același sistem de indexare folosit în legătură cu cuvintele polisemantice (cf. § 5, 1°) : vom avea deci un *și*$_1$, *și*$_2$, *și*$_3$, un *sau*$_1$, *sau*$_2$).

b) Definițiile date se vor referi, în aceste condiții, la *una* dintre valorile conjuncției *și* (anume aceea care coincide cu sensul conectorului '$\wedge$', să spunem *și*$_1$) și la *una* dintre valorile conjuncției *sau* (anume aceea care coincide cu sensul conectorului '$\vee$', să spunem *sau*$_2$). Pentru conjuncțiile (dezambiguizate) *și*$_2$, *și*$_3$, *sau*$_1$ se pot construi reguli convenabile, fie folosind exclusiv aparatul conceptual al logicii propozițiilor, fie un aparat mai complex. Pentru *sau*$_1$ (= *sau* „exclusiv") se poate construi o definiție a sensului folosind în mod exclusiv conceptele logicii propozițiilor. Nu vom arăta aici cum se poate defini în logica propozițiilor un conector corespunzător lui *sau* exclusiv, întrucît scopul lucrării de față nu este acela de a construi efectiv o logică interpretabilă în termenii limbajului natural, ci numai o prezentare a cîtorva tipuri de logică și a legăturii acestora cu limbajul natural, pe de o parte, precum și a unei părți din problematica logică a limbajului natural, pe de altă parte. (În legătură cu definirea unui conector corespunzător lui *sau*$_1$, vezi Reichenbach, 1966 : 23, 35, 43, 45.)

Pentru a construi o definiție a sensului conjuncțiilor ***dacă***, ***dacă și numai dacă***, logica propozițiilor este insuficientă ; este necesar un limbaj logic cu operatori modali, întrucît raportul exprimat prin ***dacă***, ***dacă și numai dacă*** este — după cum am văzut — asociat de ideea de „necesitate" (cf. Vasiliu, 1973, 1974 ; pentru conceptul de operatori modali, vezi mai jos, cap. III, IV).

5°. Este cunoscut faptul că, în limbajul natural, există numeroase cazuri de sinonimie (totală sau parțială) între conjuncții ; se vorbește, de exemplu, despre conjuncții copulative, conjuncții disjunctive, conjuncții adversative etc.

Există, de asemenea, cazuri de interferență între polisemie și sinonimie. De exemplu, conjuncția *sau* din limba română are și sens „inclusiv" (sau „copulativ", cum îl numește gramatica, deci sinonim aproximativ cu *și*) și sens „exclusiv" („disjunctiv propriu-zis", conform cu aceeași terminologie) (vezi mai sus sub 4°).

GLR I : 387 mai menționează printre „principalele" conjuncții disjunctive și conjuncțiile *fie* și *ori*.

Observaţie. Vom scoate din discuţie pentru un moment conjuncţia *fie*, care nu leagă propoziţii, ci numai părţi de propoziţie.

La aceste conjuncţii trebuie să adăugăm şi conjuncţiile dublate : *ori... ori, sau... sau.*

Observaţie. Conjuncţia *fie* apare în formă dublată : *fie...fie*, însă nu leagă propoziţii ci *părţi de propoziţie* (nu se poate spune : *Fie Ion a venit, fie Gheorghe a venit*). În forma *fie că... fie că*, se pare că nu este decît un substitut al concesivei *chiar dacă*, făcînd o disjuncţie între două adversative : *Fie că a venit Ion, fie că a venit Gheorghe, eu tot la ora 7 plec.*

Conjuncţiile simple au şi sens inclusiv şi sens exclusiv (cf. *GLR I* : 393–394, 395–396). În ce priveşte conjuncţiile „dublate", se pare că *sau... sau, ori... ori* se asociază în special de sensul exclusiv. Continuarea unor fraze ca :

(17) **Sau** *Ion a venit* **sau** *Gheorghe a venit.*

(18) **Ori** *Ion a venit* **ori** *Gheorghe a venit.*

pare a fi mai firească :

(19)... *dar nu amîndoi.*

decît

(20)... *sau amîndoi.*

Prin urmare, în cazul în care lucrurile stau într-adevăr aşa, trebuie să spunem că *sau* „exclusiv" este sinonim cu *sau... sau* şi *ori... ori* şi că ultimele două sînt sinonime.

Un alt exemplu : conjuncţia *şi*, pe lîngă sensul „copulativ", mai are, conform cu *GLR I:* 397, şi un sens „adversativ". Notînd cu $şi_1$ sensul copulativ şi cu $şi_2$ sensul adversativ, observăm că $şi_2$ este sinonim cu o conjuncţie adversativă ca *însă* (în exemplul de sub 4°, $şi_2$ poate fi substituit cu *însă* : *aş pleca* **însă** *nu pot*) ; această frază are acelaşi sens cu fraza originară : *aş pleca* **şi** *nu pot*).

Din cele arătate aici urmează că, în cazul în care se încearcă o definiţie logică a valorii conjuncţiilor, o definiţie dată nu se va aplica totdeauna unei singure conjuncţii (aşa cum, de exemplu, *RA 2* se aplică semnului '$\wedge$' şi numai acestuia), ci vor exista destul de numeroase cazuri în care o definiţie va avea în vedere o *clasă* de conjuncţii (clasa conjuncţiilor disjunctive, clasa conjuncţiilor adversative, clasa conjuncţiilor conclusive etc.). Mai concret : aceeaşi definiţie, anume o definiţie care să spună acelaşi lucru cu *RA 3* (indiferent de *forma* în care acest lucru va fi spus), va avea în vedere nu numai conjuncţia sau_2 (vezi aici mai sus sub 4° b), ci şi conjuncţia ori_2. În cazul în care, în gramatica cu ajutorul căreia descriem limba română, se face distincţia între structura superficială şi structura profundă, vom putea spune că, în structura profundă, există *o singură* conjuncţie disjunctivă (pe care o vom simboliza într-un fel oarecare, spre exemplu prin *Dis*) care are mai multe „realizări fonetice" la nivelul structurii superficiale : sau_2, ori_2. Dacă descrierea este făcută în termenii unei gramatici de tip structural, vom spune că [sau_2, ori_2] sînt două „variante" ale aceleiaşi conjuncţii (disjunctive) : /Dis/. În ambele cazuri, o regulă de tipul *RA 3* se va referi la elementul *Dis* sau /Dis/ şi nu direct la conjuncţiile reale *sau*, *ori*.

6°. În logica propoziţiilor, conectorii '$\wedge$' şi '$\vee$' stau numai între două propoziţii. În limbajul natural, conjuncţiile *şi*, *sau* pot lega nu numai propoziţii, ci şi constituenţi ai propoziţiilor.

Se poate observa că definiţia „logică" a sensului copulativ ($şi_1$) şi a sensului disjunctiv „cu valoarea copulativă" (sau_2) este posibilă în cazurile în care $şi_1$, sau_2 leagă propoziţii. În situaţiile în care cele două conjuncţii leagă constituenţi ai unor propoziţii (= părţi de propoziţie) raportul exprimat de cele două conjuncţii nu mai poate fi definit decît în mod *indirect*.

Construcţiile cu constituenţi coordonaţi (prin $şi_1$, sau_2) au, de obicei, aceeaşi semnificaţie cu construcţiile corespunzătoare în care cele două conjuncţii leagă între ele propoziţii. De exemplu, construcţia

(21) *Ion* **şi**$_1$ *Gheorghe se plimbă.*

are aceeaşi semnificaţie cu fraza

(22) *Ion se plimbă* **şi**$_1$ *Gheorghe se plimbă.*

după cum propoziţia

(23) *Ion* **sau**$_2$ *Gheorghe se plimbă*

are aceeaşi semnificaţie cu fraza

(24) *Ion se plimbă* **sau**$_2$ *Gheorghe se plimbă.*

Dacă lucrurile stau aşa, putem formula o regulă de forma:

8—1. Regulă de adevăr. Fie $x - y - z$, $x - w - z$ două propoziţii oarecare, unde y şi w sînt constituenţi de acelaşi tip, iar $x - z$ reprezintă „restul" propoziţiilor respective (x poate fi nul sau z poate fi nul, dar nu ambele).

a. Dacă fraza $x - y - z$ **şi**$_1$ $x - w - z$ este adevărată, atunci propoziţia $x - y$ **şi**$_1$ $w - z$ este, de asemenea, adevărată; reciproca nu este valabilă.

b. Dacă fraza $x - y - z$ **sau**$_2$ $x - w - z$ este adevărată, atunci propoziţia $x - y$ **sau**$_2$ $w - z$ este, de asemenea, adevărată; reciproca nu este valabilă.

După cum se observă, ambele puncte (**a**, **b**) ale regulii **8—1** conţin formularea „reciproca nu este valabilă". Această restricţie are în vedere cazurile în care adevărul unei construcţii de forma '$x - y$ **şi**$_1$ $w - z$' ori '$x - y$ **sau**$_2$ $w - z$' nu poate fi dedus din adevărul frazelor corespunzătoare.

De exemplu, adevărul unei propoziţii ca

(25) *Ion* **şi**$_1$ *Gheorghe cîntă la pian la patru mîini.*

nu poate fi condiţionat de adevărul unei fraze ca

(26) *Ion cîntă la pian la patru mîini* **şi**$_1$ *Gheorghe cîntă la pian la patru mîini.*

care nu poate fi niciodată adevărată (în cazul în care propoziţiile din (26) se referă exclusiv la Ion şi Gheorghe). Sau, dacă este adevărată (în cazul în care propoziţiile din (26) se referă „implicit" la Ion şi *altcineva*, respectiv la Gheorghe şi *altcineva*), atunci este adevărată şi în alte condiţii decît cele în care (25) este adevărată (anume, cînd fiecare dintre cei doi cîntă la patru mîini cu o persoană diferită de celălalt).

§ 9. Descripţii de stare (lumi posibile). La începutul **§ 6** arătam că, în legătură cu o propoziţie anumită, să spunem *a*, există două stări posibile ale universului: a) aceea în care *a* este adevărată, deci acea stare a universului în care condiţia de adevăr a propoziţiei *a* este satisfăcută, şi b) aceea în care *a* este falsă, deci acea stare a universului în care condiţia de adevăr a propoziţiei *a* **nu este** satisfăcută.

Dacă sensul propoziţiei *a* este cel specificat în § **2** (1′), atunci putem spune că acea stare a universului în care *a* este adevărată (adică avem $V(a) = 1$) este starea în care Ion doarme, deci starea care „conţine" *adevărul* propoziţiei *a*. Prin urmare, dacă vrem să *specificăm* într-un fel această stare de lucruri, nu avem decît să spunem „starea în care *a*".

Să vedem acum cum se poate specifica starea de lucruri în care *a* este falsă (adică avem $V(a) = 0$). Starea în care *a* este falsă este starea în care Ion nu doarme. Dar, conform cu *RA 1* (cf. **7—2**), dacă *a* este falsă în acea stare a universului în care Ion nu doarme, atunci, exact în această stare a lucrurilor $\sim a$ este adevărată ($V(\sim a) = 1$). Prin urmare, în cazul în care vrem să *specificăm* într-un fel starea de lucruri în care *a* este falsă, nu avem decît să spunem „starea în care $\sim a$".

În sensul acesta, spunem că *a*, pe de o parte, $\sim a$, pe de altă parte, reprezintă două **descripţii de stare** sau două **lumi posibile.** Întrucît, în logica bivalentă (cf. § **6** prima observaţie) nu există pentru o propoziţie dată decît două alternative : aceea de a fi adevărată sau aceea de a fi falsă, spunem că, în raport cu o propoziţie dată, există două şi numai două descripţii de stare (lumi posibile) care se pot specifica : *a* şi $\sim a$.

Se poate observa cu uşurinţă (cf. **6—1** şi **7—2**, *RA 1*) că cele două descripţii de stare, *a* şi $\sim a$, sînt **mutual exclusive.** O urmare firească a relaţiei de excluziune reciprocă a descripţiilor de stare *a* şi $\sim a$ este faptul că *una* şi *numai una* dintre descripţiile de stare reprezintă starea reală a universului (sau : dintre toate lumile posibile — în cazul nostru *două* lumi posibile — una şi numai una reprezintă lumea reală).

Pentru a pune în evidenţă relaţia dintre conceptul de „valorizare" şi acela de „descripţie de stare" (sau „lume posibilă") în sensul explicat mai sus, vom construi matricea de adevăr a expresiilor p, q, $\sim p$, $\sim q$:

(27)

	p	q	$\sim p$	$\sim q$
V^1	1	1	0	0
V^2	1	0	0	1
V^3	0	1	1	0
V^4	0	0	1	1

Dacă din (27) vom extrage expresiile care au valoarea *1* în raport cu cele 4 valorizări posibile, obținem :

(27′) V^1: $\langle p, q\rangle$; V^2: $\langle p, \sim q\rangle$; V^3: $\langle q. \sim p\rangle$;

V^4: $\langle \sim p, \sim q\rangle$.

Dacă vom face același lucru pentru expresiile p, q, r, $\sim p$, $\sim q$, $\sim r$, vom obține :

(28)

	p	q	r	$\sim p$	$\sim q$	$\sim r$
V^1	1	1	1	0	0	0
V^2	1	1	0	0	0	1
V^3	1	0	1	0	1	0
V^4	0	1	1	1	0	0
V^5	0	0	1	1	1	0
V^6	0	1	0	1	0	1
V^7	1	0	0	0	1	1
V^8	0	0	0	1	1	1

şi :

(28′) $V^1 : \langle p, q, r\rangle$; $V^2 : \langle p, q, \sim r\rangle$; $V^3 : \langle p, r, \sim q\rangle$;
$V^4 : \langle q, r, \sim p\rangle$; $V^5 : \langle r, \sim p, \sim q\rangle$;
$V^6 : \langle q, \sim p, \sim r\rangle$; $V^7 : \langle p, \sim q, \sim r\rangle$;
$V^8 : \langle \sim p, \sim q, \sim r\rangle$

Întrucît fiecare din membrii claselor de propoziţii enumerate sub (27′) şi (28′) are valoarea *1* pentru valorizarea notată în stînga, deci sînt ***adevărate*** (pentru valorizarea respectivă), spunem că aceste clase de propoziţii (enumerate sub (27′) şi (28′)) sînt ***descripţii de stare*** (***lumi posibile***), construite cu ajutorul propoziţiilor p, q (pentru (27′)) şi p, q, r (pentru (28′)).

Pe baza consideraţiilor de mai sus, putem da următoarea definiţie mai exactă conceptului de „descripţie de stare" („lume posibilă").

9—1. Definiţie. Fie $K = \langle p_1, p_2, \ldots p_n\rangle$ o clasă de propoziţii simple; fie K' o clasă de propoziţii. K' este o **descripţie de stare (lume posibilă)** (în raport cu K) dacă şi numai dacă, pentru orice p_i ($1 \leqslant i \leqslant n$), următoarele condiţii sînt satisfăcute :

1° $p_i \in K'$ sau $\sim p_i \in K'$ dar nu amîndouă ;
2° $p_i \in K'$ dacă şi numai dacă $V(p_i) = 1$; sau $\sim p_i \in K'$ dacă şi numai dacă $V(\sim p_i) = 1$.

Pe baza consideraţiilor precedente şi a definiţiei **9—1** se poate stabili următoarea propoziţie:

9—2. Propoziţie. Fie $K = \langle p_1, p_2, \ldots, p_n\rangle$ o clasă de propoziţii simple; fie V^k clasa valorizărilor posibile ale clasei K şi fie $K_i' = \langle \alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n\rangle$ (unde pentru orice α_i avem fie $\alpha_i = p_i$, fie $\alpha_i = \sim p_i$) o descripţie de stare construită cu elemente din K.

a. Dacă există o valorizare $V_k^i \in V^k$, şi pentru orice $\alpha_i \in K'$ avem $V_k^i(\alpha_i) = 1$, atunci V_k^i ***corespunde*** descripţiei de stare K_i' şi K_i' corespunde valorizării V_k^i ;

b. Fiecărei valorizări V_k^i, pentru care $V_k^i \in V^k$, îi corespunde o descripţie de stare K_i' şi numai una singură şi invers : fiecărei descripţii de stare K_i' îi corespunde o valorizare $V_k^i \in V^k$ şi numai una singură.

Consecinţele imediate ale propoziţiei **9–2** sînt date de următorul corolar :

9–3. Corolar. Fie o clasă $K = \langle p_1, p_2, \ldots, p_n \rangle$ de propoziţii simple :

a. Cu propoziţiile clasei K se pot construi 2^n descripţii de stare (lumi posibile) : K_1', K_2', ..., K_n'.

b. Dacă o descripţie de stare K_i' corespunde valorizării V_k^i, atunci nu există nici o altă descripţie de stare K_j', care să corespundă valorizării V_k^i; în acest sens spunem că oricare două descripţii de stare K_i', K_j' distincte sînt **mutual exclusive.**

În cele ce urmează, vom stabili raportul dintre o descripţie de stare, K_1, şi *conjuncţia* propoziţiilor care aparţin aceleiaşi descripţii de stare. În acest scop, vom construi matricea de adevăr a expresiilor formate prin conjuncţia propoziţiilor care aparţin aceleiaşi descripţii de stare. Pentru a nu complica prea mult lucrurile, vom avea în vedere descripţiile de stare construite pe baza unei clase de propoziţii simple cu doi membri $\langle p, q \rangle$. Ceea ce se poate arăta cu ajutorul acestei matrice pentru descripţiile de stare respective se poate arăta pentru orice descripţie de stare formată din membrii oricărei clase de propoziţii, K.

(29)

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$\langle p, q \rangle$ $p \wedge q$	$\langle p, \sim q \rangle$ $p \wedge \sim q$	$\langle q, \sim p \rangle$ $q \wedge \sim p$	$\langle \sim p, \sim q \rangle$ $\sim p \wedge \sim q$
1	1	0	0	1	0	0	0
1	0	0	1	0	1	0	0
0	1	1	0	0	0	1	0
0	0	1	1	0	0	0	1
1	2	3	4	5	6	7	8

Explicaţie. În (29), în coloanele 5—8, am notat deasupra conjuncţiilor descripţiile de stare din care fac parte conjuncţiile respective; coloanele 1—4 sînt identice cu cele din matricea (27).

Cu ajutorul matricei (29) se poate demonstra următoarea teoremă:

9—4. Teoremă. Fie o clasă de propoziţii $K = \langle \alpha_1, \ldots, \alpha_n \rangle$. Dacă clasa K este o descripţie de stare corespunzînd valorizării V, atunci $V(\alpha_1 \wedge \ldots \wedge \alpha_n) = 1$.

Teorema 9—4 arată că expresia obţinută prin conjuncţia propoziţiilor aparţinînd unei descripţii de stare este totdeauna adevărată.

9—5. Definiţie. Numim **formă conjunctivă a unei descripţii de stare,** K, sau descripţie de stare în formă conjunctivă, expresia obţinută prin conjuncţia tuturor propoziţiilor simple care aparţin descripţiei de stare K.

În cele ce urmează, vom arăta care este raportul dintre formele conjunctive ale tuturor descripţiilor de stare care se pot construi dintr-o clasă de propoziţii simple $K = \langle p_1, \ldots, p_n \rangle$. Pentru aceasta, vom adăuga matricii (29) *disjuncţia* formelor conjunctive ale descripţiilor de stare din primul rînd al coloanelor 5—8. Ceea ce este valabil pentru matricea următoare este valabil pentru orice matrice construită în acelaşi fel.

(30)

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \wedge q$	$p \wedge \sim q$	$q \wedge \sim p$	$\sim p \wedge \sim q$	$(p \wedge q) \vee (p \wedge \sim q) \vee (q \wedge \sim p) \vee (\sim p \wedge \sim q)$
1	1	0	0	1	0	0	0	1
1	0	0	1	0	1	0	0	1
0	1	1	0	0	0	1	0	1
0	0	1	1	0	0	0	1	1
1	2	3	4	5	6	7	8	9

E x p l i c a ţ i i. Valorile din coloana 9 se calculează prin compararea coloanelor 5—8; se înscrie pe fiecare rînd valoarea *1*, deoarece, conform cu **7—2** *RA 3* o disjuncţie este adevărată dacă cel puţin unul din disjuncţi este adevărat. După cum se observă, în fiecare dintre coloanele 5—8 există (într-un rînd oarecare) cifra *1*. Matricea (30) ne permite să stabilim următoarea teoremă:

9—6. Teoremă. Disjuncţia formelor conjunctive ale tuturor descripţiilor de stare care se pot construi pe baza unei clase *K* de propoziţii este totdeauna adevărată.

§ 10. Interpretarea lingvistică a conceptului de „descripţie de stare". Dacă ne propunem să dăm o interpretare lingvistică noţiunii de „descripţie de stare" („lume posibilă") nu trebuie să facem altceva decît să avem în vedere nu propoziţii simple ale unui limbaj logic (de felul celui avut în vedere în § **9**), ci propoziţii simple afirmative ale limbajului natural (de felul celor menţionate în § **2**). În raport cu o propoziţie ca (1) (cf. § **2**), există două stări posibile ale universului : aceea în care (1) este adevărată şi aceea în care (1) nu este adevărată (cf. şi mai sus §§ **6, 9**). Folosind modul de a raţiona din § **9**, putem spune că propoziţia

(1) *Ion doarme*

„descrie" prima stare posibilă a universului, în timp ce propoziţia

(1'') *Ion nu doarme*

descrie cea de a doua stare posibilă a universului.

O b s e r v a ţ i e. Cînd spunem că (1) descrie o stare posibilă a universului, nu avem în vedere o descriere „completă" a lumii: aceasta ar necesita un număr probabil infinit de propoziţii şi, în acest sens, o descriere a stării de fapt a lumii ar fi practic irealizabilă. Avem în vedere numai o *descriere parţială* a lumii, anume o descriere în care singurul element relevant este considerat „adevărul" propoziţiei (1), deci faptul sau starea la care se referă propoziţia (1). În mod analog, cînd spunem că (1'') descrie o altă stare posibilă a universului, avem în vedere tot o descriere parțială, anume descrierea în care singurul element relevant este considerat „adevărul" propoziției (1''), deci faptul la care se referă (1''). Termenul „descripție de stare" trebuie înțeles ca o prescurtare a formulării mai exacte „descriere *parțială* de stare".

Fiind dată propoziția (1), deci o clasă de propoziții afirmative care conține un singur element (propoziția (1)), se poate construi (prin aplicarea negației la propoziția (1)) o a doua descripție de stare. Propozițiile (1) și (1'') reprezintă clasa tuturor descripțiilor de stare (sau a tuturor lumilor posibile) care se pot construi pe baza propoziției (1).

În cazul în care avem în vedere un număr mai mare de propoziții asertive simple, clasa tuturor descripțiilor de stare (a lumilor posibile) care se pot construi pe baza acestor propoziții se obține printr-o serie de combinații între aceste propoziții și negațiile lor, pe baza unui procedeu analog cu cel descris sub (27), (27') și (28), (28') din § **9**.

Prin urmare, avînd în vedere propozițiile (1), (2) din § **2**, pe baza lor se pot construi următoarele descripții de stare:

(31) i. ⟨*Ion doarme*; *sîmbătă este a șasea zi a săptămînii.*⟩
ii. ⟨*Ion doarme*; *sîmbătă nu este a șasea zi a săptămînii.*⟩
iii. ⟨*Ion nu doarme*; *sîmbătă este a șasea zi a săptămînii.*⟩
iv. ⟨*Ion nu doarme*; *sîmbătă nu este a șasea zi a săptămînii.*⟩

Cele patru clase de propoziții de sub (31) arată în *mod exhaustiv* care sînt alternativele posibile ale felului în care poate „arăta" universul, atunci cînd considerăm ca relevante acele și numai acele aspecte care sînt descrise de propozițiile (1) și (2).

Cînd spunem că dintre toate descripțiile de stare una și numai una reprezintă starea reală a universului acest lucru este motivat de faptul că descripțiile de stare sînt mutual exclusive (**9**—**3b**).

Într-adevăr, dacă presupunem că (31) iii. reprezintă starea de lucruri reală, aceasta înseamnă că (31) iii.

corespunde valorizării (1)—fals, (2)—adevărat (cf. **9—2a.**). În această situaţie, dacă admitem că starea reală de fapt justifică această valorizare, atunci ea nu mai poate justifica nici valorizarea (1) — adevărat, (2) — adevărat (pentru (31) i.), deoarece aceeaşi stare de lucruri nu poate justifica în acelaşi timp valorizarea (1) — adevărat şi (1) — fals; nici valorizarea (1)— adevărat, (2) — fals (pentru (31) ii.), deoarece aceeaşi stare de lucruri nu poate justifica în acelaşi timp valorizarea (1) — adevărat, (1) — fals, (2) — adevărat şi (2) — fals; nici, în sfîrşit, valorizarea (1) — fals, (2) — fals (pentru (31) iv.), deoarece aceeaşi stare de lucruri nu poate justifica în acelaşi timp valorizarea (2) — adevărat şi (2) — fals (cf. şi **9—3 b**).

Teorema **9—4** arată că, în cazul în care un număr de propoziţii simple îndeplinesc condiţiile necesare pentru a putea fi considerate o descripţie de stare, atunci conjuncţia acestor propoziţii este adevărată în această descripţie de stare. În exemplul discutat, dacă (31) iii este o descripţie de stare, urmează, conform cu **9—4**, că fraza

(32) *Ion nu doarme* **şi**$_1$ *sîmbătă este a şasea zi a săptămînii.*

nu poate fi decît adevărată în această descripţie. Lucrul este perfect explicabil dacă avem în vedere condiţia de adevăr a conjuncţiei (**7—2**, *RA 2*): conjuncţia a două propoziţii nu face altceva decît să afirme că ambele propoziţii (legate prin conjuncţie) sînt adevărate.

Teorema **9—5** arată că, în cazul în care toate descripţiile de stare construite pe baza unui număr definit de propoziţii simple sînt exprimate sub formă de conjuncţie (ca în (32)), atunci disjuncţia acestor conjuncţii este totdeauna adevărată. Aceasta revine la a spune că există o descripţie de stare (şi numai una) care este adevărată. În cazul particular, o frază ca

(33) (*Ion doarme* şi$_1$ *sîmbătă este a şasea zi a săptămînii*)
sau$_2$
(*Ion doarme* **şi**$_1$ *sîmbătă nu este a şasea zi a săptămînii*) **sau**$_2$
(*Ion nu doarme* **şi**$_1$ *sîmbătă este a şasea zi a săptămînii*) sau$_2$

(*Ion nu doarme* și$_1$ *sîmbătă nu este a șasea zi a săptămînii*).

spune că în mod necesar dintre cele patru fraze legate prin *sau*$_2$, una (și numai una) este adevărată.

În încheierea acestui paragraf, două observații sînt necesare.

1°. În momentul în care căutăm o interpretare lingvistică (= cînd considerăm că definițiile, propozițiile și teoremele din § **9** se referă nu la expresii ale unui limbaj logic, ci la expresii din limba naturală), constatăm că cele stabilite în § **9** reflectă un ansamblu de reguli care guvernează modul de a gîndi și a „argumenta" discursiv al oricărui vorbitor. Altfel spus, dîndu-ni-se ca adevărată o propoziție ca (1), vom putea spune oricînd care este situația alternativă care *ar putea fi* adevărată, anume: *Ion nu doarme.* Dîndu-ni-se ca adevărate două propoziții, să spunem (1) și (2), vom putea spune oricînd care sînt situațiile alternative care *ar putea fi* adevărate. Oricine este capabil să conceapă aceste alternative este, în același timp, capabil să-și dea seama că dacă una din alternative este cea pe care o consideră „cea reală", deci „cea *adevărată*", atunci oricare din celelalte *ar fi putut fi adevărate* în locul celei dintîi (fără ca ele *să și fie* adevărate).

În sfîrșit, oricine este capabil să conceapă un număr de alternative este în același timp capabil să-și dea seama că una dintre ele *trebuie să fie* cea reală în cazul în care aceste alternative sînt toate cele posibile (chiar *dacă*, pentru un moment și din anumite motive, nu poate ști *care* este aceea).

Trebuie remarcat faptul că, în măsura în care conceptele discutate în § **9** pot fi interpretate în termenii unui limbaj natural, acestea *reflectă un număr de relații* de sens existente între expresiile limbajului natural și deci nu pot fi ignorate de cel care cercetează semantica limbajului natural. Conceptul de „descripție de stare" (sau o „lume posibilă") așa cum a fost definit în § **9** nu este deci numai o modalitate mai exactă de a vorbi despre conceptul mai vechi *filozofic* de „lume posibilă" (în sens leibnizian), ci și un mod mai exact de a vorbi despre anumite relații semantice existente în limbajul natural.

2°. Conceptele şi relaţiile definite în § **9** pot fi interpretate în termeni lingvistici numai în măsura în care conceptele de „adevăr", „condiţie de adevăr" şi toate celelalte concepte conexe au fost definite în prealabil în raport cu limbajul natural (cf. §§ **3—5**).

§ 11. Validitate în logica propoziţiilor. Am văzut că o expresie oarecare, α, poate avea fie valoarea *1*, fie valoarea *0*, în raport cu diversele valorizări ale clasei de propoziţii simple constituente ale expresiei α. Valorile expresiei α în raport cu diversele valorizări se pot calcula cu ajutorul matricilor de adevăr. Prin urmare, se poate spune că o expresie, α, este adevărată în anumite condiţii (exprimate prin valorizările pentru care α este adevărată) şi falsă în altele (exprimate prin valorizările pentru care α este falsă).

Există însă un număr de expresii care sînt *adevărate pentru toate valorizările posibile.* Cu alte cuvinte, aceste expresii sînt adevărate independent de valoarea de adevăr pe care o acordăm propoziţiilor simple care le constituie.

Exemplul 1° : Expresia $p \supset p$ este adevărată şi atunci cînd facem $V(p) = 1$, şi atunci cînd facem $V(p) = 0$, aşa cum se poate vedea din matricea următoare :

(34)

p	$p \supset p$
1	1
0	1

Exemplul 2° : În aceeaşi situaţie este o expresie ca $p \supset \sim\sim p$:

(35)

p	$\sim p$	$\sim\sim p$	$p \supset \sim\sim p$
1	0	1	1
0.	1	0	1
1	2	3	4

E x p l i c a ţ i i. Valorile din coloana 2 se obţin din 7—2 *RA 1* ; cele din coloana 3, din valorile înscrise în coloana 2 şi regula 7—2 *RA 1* ; cele din coloana 4, din comparaţia coloanelor 1 şi 3 (în această ordine) şi regula 7—2 *RA 4*.

Exemplul 3°: Fie expresia $(p \vee q) \equiv \sim(\sim p \wedge \sim q)$.
Matricea de adevăr a acestei expresii este:

(36)

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \vee q$	$\sim p \wedge \sim q$	$\sim(\sim p \wedge \sim q)$	$(p \vee q) \equiv \sim(\sim p \wedge \sim q)$
1	1	0	0	1	0	1	1
1	0	0	1	1	0	1	1
0	1	1	0	1	0	1	1
0	0	1	1	0	1	0	1
1	2	3	4	5	6	7	8

Explicaţii. Valorile din coloana 3 se obţin din valorile din 1 şi *RA 1*; valorile din coloana 4 se obţin din valorile din 2 şi *RA 1*; valorile din 5 se obţin din valorile 1, 2 şi *RA 3*; valorile din 6 se obţin din 3, 4 şi *RA 2*; cele din 7, se obţin din 6 şi *RA 1*; cele din 8 se obţin din 5, 7 şi *RA 5*.

În urma celor arătate, se poate da următoarea definiţie pentru noţiunea de validitate.

11—1. Definiţie. Fie α o expresie oarecare. Fie V^k clasa valorizărilor posibile ale clasei K de propoziţii simple constituente ale expresiei α. Expresia α este *validă* dacă şi numai dacă, pentru orice V, pentru care $V \in V^k$, avem $V(\alpha) = 1$.

Definiţia **11—1** arată că o expresie este validă atunci cînd $V(\alpha) = 1$ (adică este adevărată) pentru orice valorizare a constituenţilor ei. Se poate observa că toate expresiile din exemplele 1°—3° de mai sus sînt valide.

Din definiţia **11—1** şi din propoziţia **9—2 b** (care arată că fiecare dintre descripţiile de stare care se pot construi pe baza unei clase de propoziţii simple este echivalentă cu o anumită valorizare a propoziţiilor clasei respective) se poate deduce următoarea propoziţie:

11—2. Propoziţie. O expresie este validă dacă şi numai dacă este *adevărată în toate descripţiile de stare* (*lumile posibile*).

Am văzut că valoarea de adevăr a oricărei expresii din logica propozițiilor poate fi *calculată* cu ajutorul matricilor de adevăr. Întrucît procedeul de calcul are caracter *mecanic* (se face conform unor reguli explicite și fixe) și *finit* (se desfășoară pe baza unui număr finit de pași), spunem că procedeul este *efectiv* (Hughes & Cresswell, 1972 : 14). Întrucît o expresie validă nu este altceva decît o expresie care are valoarea *1* pentru orice valorizare a constituenților ei propoziționali, urmează că, prin construirea matricii de adevăr, putem *decide pentru orice expresie* a logicii propozițiilor dacă este validă sau nu.

Dat fiind că *există* o metodă efectivă care ne permite să spunem în legătură cu orice expresie, α, dacă este validă sau nu, spunem că logica propozițiilor este un sistem *decidabil*.

Observație. Calculul cu ajutorul matricilor de adevăr nu este singurul procedeu efectiv de decizie. Pentru alte procedee, vezi Hughes & Cresswell, 1972 : 11—16). Una dintre aceste metode este și aceea prin care se stabilește dacă o expresie, α, este sau nu este echivalentă cu disjuncția tuturor descripțiilor de stare (în forma lor de conjuncții) (cf. **9—6**). Dacă α este echivalentă cu această disjuncție, atunci α este validă (întrucît, conform cu **9—2**, disjuncția tuturor descripțiilor de stare (în formă conjunctivă) este totdeauna adevărată, deci *validă*). În cazul în care α nu este echivalentă cu această disjuncție, α nu este validă.

Pentru a putea testa validitatea unei expresii α, formulăm următoarea regulă :

11—3. Regulă de testare a validității. Fie α o expresie oarecare în logica propoziției și M_α matricea de adevăr a acestei expresii. Expresia α *este validă* dacă și numai dacă în fiecare rînd al ultimei coloane din M_α se află cifra *1*; în caz contrar (= dacă în unele rînduri se găsește cifra *1*, în altele cifra *0*, sau în toate rîndurile se găsește cifra *0*), atunci α *nu este validă.*

Vom introduce acum conceptul de "tautologie" cu ajutorul următoarei definiţii:

11—4. Definiţie. O expresie α din logica propoziţiilor este o *tautologie* dacă şi numai dacă α este *validă* în logica propoziţiilor.

Teorema pe care o stabilim mai jos se demonstrează arătînd cu ajutorul matricilor de adevăr că fiecare dintre expresiile enumerate este o tautologie.

11—5. Teoremă. Următoarele expresii sînt **tautologii:**

1° $(p \vee p) \supset p$

2° $q \supset (p \vee q)$

3° $(p \vee q) \supset (q \vee p)$

4° $(q \supset r) \supset ((p \vee q) \supset (p \vee r))$

5° $(p \wedge q) \supset p$

6° $(p \wedge q) \supset q$

7° $(p \wedge q) \equiv \sim(\sim p \vee \sim q)$

8° $\sim(p \wedge q) \equiv (\sim p \vee \sim q)$

9° $(p \vee q) \equiv \sim(\sim p \wedge \sim q)$

10° $\sim(p \vee q) \equiv (\sim p \wedge \sim q)$

11° $(p \supset q) \equiv (\sim p \vee q)$

12° $(p \wedge q) \equiv (q \wedge p)$

13° $(p \vee q) \equiv (q \vee p)$

14° $(p \equiv q) \equiv (q \equiv p)$

15° $(p \supset q) \equiv (\sim q \supset \sim p)$

16° $\sim(p \supset q) \equiv (p \wedge \sim q)$

17° $(p \equiv q) \equiv ((p \supset q) \wedge (q \supset p))$

18° *a.* $\sim(p \equiv q) \equiv (p \equiv \sim q)$

b. $\sim(p \equiv q) \equiv (\sim p \equiv q)$

c. $\sim(p \equiv q) \equiv ((p \wedge \sim q) \vee (q \wedge \sim p))$

19° *a.* $(p \supset q) \supset ((q \supset r) \supset (p \supset r))$

b. $(q \supset r) \supset ((p \supset q) \supset (p \supset r))$

c. $((p \supset q) \wedge (q \supset r)) \supset (p \supset r)$

20° $(p \wedge (p \supset q)) \supset q$

21° $p \equiv p$

22° $p \equiv \sim\sim p$

23° $p \supset p$

24° $p \supset \sim\sim p$

25° $(p \wedge p) \equiv p$

26° $(p \vee p) \equiv p$

27° $p \vee \sim p$

28° $\sim(p \wedge \sim p)$

29° $(p \supset (q \supset r)) \equiv (q \supset (p \supset r))$

30° $(p \supset (q \supset r)) \supset ((p \wedge q) \supset r)$

31° $((p \wedge q) \supset r) \supset (p \supset (q \supset r))$

32° $((p \vee q) \vee r) \equiv (p \vee (q \vee r))$

33° $((p \wedge q) \wedge r) \equiv (p \wedge (q \wedge r))$

34° $(p \wedge (q \vee r)) \equiv ((p \wedge q) \vee (p \wedge r))$

35° $(p \vee (q \wedge r)) \equiv ((p \vee q) \wedge (p \vee r))$

E x p l i c a ț i i. 1°. Toate expresiile din **11—5** sînt de fapt "scheme" tautologice și nu propoziții (complexe) tautologice, întrucît ele nu conțin decît variabile propoziționale. Ele pot fi transformate în propoziții prin înlocuirea variabilelor prin constante propoziționale. Printr-o astfel de înlocuire, 1° devine:

$(a \vee a) \supset a$; 2° devine: $b \supset (a \vee b)$; 8° devine:

$\sim (a \wedge b) \equiv (\sim a \vee \sim b)$ etc.

2°. Unele dintre tautologiile din **11—5** au o importanță deosebită. Vom sublinia semnificația cîtorva dintre acestea.

— 5°, 6° arată că o conjuncție implică pe fiecare dintre membrii ei; deci, dacă o conjuncție este adevărată, atunci fiecare din conjuncți este adevărat.

— 7°—10° stabilesc o serie de relații între conjuncție și disjuncție; 7° arată că o conjuncție este adevărată atunci și numai atunci cînd nu este adevărat că cel puțin unul dintre conjuncți este fals (adică este adevărată cînd ambii conjuncți sînt adevărați, cf. *RA 2*); 8° arată că o conjuncție nu este adevărată atunci și numai atunci cînd cel puțin unul dintre conjuncți nu este adevărat (cf. *RA 2*); 9° arată că o disjuncție este adevărată atunci și numai atunci cînd nu este adevărat că ambii disjuncți sînt falși (deci cel puțin unul e adevărat, cf. *RA 3*); 10° arată că o disjuncție este falsă atunci și numai atunci cînd ambii disjuncți sînt falși (cf. *RA 3*). Într-un mod mai general: negația conjuncției se obține prin înlocuirea semnului '$\wedge$' prin '$\vee$' și prefixarea negației la fiecare dintre disjuncți; negația disjuncției se obține prin înlocuirea semnului '$\vee$' prin '$\wedge$' și prefixarea negației la fiecare dintre conjuncți. Expresiile 7°, 9° se numesc "Legile lui De Morgan", iar 8°, 10° sînt consecințe directe ale acestora.

— Expresiile 12⁰ — 14⁰ exprimă caracterul *simetric* al relațiilor de conjuncție, disjuncție și echivalență.

— Implicația nu are caracter simetric; 15⁰ arată că antecedentul şi consecventul se pot totuşi interverti, cu condiţia ca schimbarea de poziţie să fie însoţită de prefixarea negaţiei atît la antecedent cît şi la consecvent.

— Expresia 16⁰ indică o expresie echivalentă a unei implicaţii negate.

— Expresia 17⁰ arată că echivalenţa nu este altceva decît o implicaţie reciprocă a doi termeni (de aici şi numele de „biconditională" dat echivalenţei de unii logicieni).

— Expresiile de sub 18⁰ indică o serie de expresii echivalente ale unei echivalenţe negate.

— Expresiile de sub 19° pun în evidenţă caracterul *tranzitiv* al relaţiei de implicaţie (mai evident în c.); aceste relaţii guvernează desfăşurarea silogismelor (de aici şi numele de „legile silogismului").

— În 20⁰ se exprimă, de asemenea, o formă de raţionament („modus ponens"): din *p* şi *p* implică *q*, urmează *q*.

— 21⁰ exprimă „legea identităţii", iar 22⁰ „legea dublei negaţii" (dubla negaţie a unei expresii este echivalentă cu expresia ne-negată).

— Expresia 23⁰ arată că orice expresie se implică pe ea însăşi, ceea ce este în perfect acord cu intuiţia noastră; 24⁰ arată că dacă o expresie este adevărată, atunci nu este adevărată negaţia ei (cf. şi 21⁰).

— Expresiile 25⁰, 26⁰ arată că orice propoziţie poate fi considerată ca o conjuncţie (25⁰) sau o disjuncţie (26⁰) a ei cu ea însăşi. De aici, ideea că o propoziţie singură poate fi considerată o conjuncţie sau o disjuncţie „degenerată".

— Expresia 27⁰ exprimă ceea ce în logica artistotelică se numeşte „principiul terţiului exclus".

— În 28⁰ se exprimă principiul „contradicţiei": o propoziţie şi negaţia ei nu pot fi adevărate în acelaşi timp.

— Expresiile 32⁰, 33⁰ arată că atît disjuncţia cît şi conjuncţia sînt asociative; pe de altă parte, 34⁰ şi 35⁰ pun în evidenţă proprietatea de *distributivitate* a conjuncţiei (34⁰) şi a disjuncţiei (35⁰).

Opusă noţiunii de „valid" este aceea de „contradictoriu". O expresie este contradictorie atunci cînd este falsă (= are valoarea *0*) pentru orice valorizare a clasei de propoziţii constituente. Definiţia exactă a unei propoziţii contradictorii este următoarea :

11—6. Definiţie. Fie α o expresie oarecare. Fie V^k clasa valorizărilor posibile ale clasei K de propoziţii simple constituente ale expresiei α.
Expresia α este **contradictorie** dacă şi numai dacă, pentru orice V, pentru care $V \in V^k$, avem $V(\alpha) = 0$.

Paralel cu **11—2** şi în mod asemănător se poate stabili :

11—7. Propoziţie. O expresie este **contradictorie** dacă şi numai dacă este *falsă în toate descripţiile de stare* (*lumile posibile*).

Numim *contradicţie* orice expresie contradictorie.

Observaţie. Termenul *contradicţie* se opune termenului *tautologie.*

În legătură cu relaţia dintre validitate şi caracter contradictoriu, se poate stabili următoarea teoremă :

11—8. Teoremă. Pentru orice expresie α, din logica propoziţiilor, $\sim\alpha$ este **contradictorie** dacă şi numai dacă α este *validă.*

Demonstraţie. Pentru a demonstra teorema **11—8** trebuie să **demonstrăm** : (i) că **dacă** $\sim\alpha$ este *contradictorie*, atunci α este *validă* şi (ii) că **dacă** α este *validă*, atunci $\sim\alpha$ este *contradictorie.*

Vom proceda prin reducere la absurd, pentru fiecare din cele două puncte.

(i) Din enunţul teoremei : $\sim\alpha$ este *contradictorie.* (1)

Presupunere : α *nu* este *validă.* (2)
Din (1), prin **11—6** : Pentru *orice* $V \in V^k$,

$$V(\sim\alpha) = 0 \quad (3)$$

Din (3), prin **7—2** *RA1* : Pentru *orice* $V \in V^k$,

$$V(\alpha) = 1 \quad (4)$$

Din (2), prin **11—1** : *Există* un $V \in V^k$, astfel încît

$$V(\alpha) = 0 \quad (5)$$

Se poate vedea că (4), (5) sînt contradictorii, ceea ce înseamnă că presupunerea (2) duce la contradicție.
Urmează că (2) este falsă, de unde rezultă că

α este *validă*, Q E D. (6)

(ii) Din enunțul teoremei : α este *validă*. (1)

Presupunere : $\sim\alpha$ *nu este contradictorie*. (2)

Din (1), prin **11—1** : pentru *orice* $V \in V^k$,

$$V(\alpha) = 1 \quad (3)$$

Din (2), prin **11—6** : *Există* un $V \in V^k$, pentru care

$$V(\sim\alpha) = 1 \quad (4)$$

Din (4), prin **7—2** *RA 1* : *Există un* $V \in V^k$, pentru care

$$V(\alpha) = 0 \quad (5)$$

Se poate vedea că (3), (5) sînt contradictorii, ceea ce înseamnă că presupunerea (2) duce la contradicție. Urmează că (2) este falsă, de unde rezultă că

$\sim\alpha$ este *contradictorie*, Q E D. (6)

Date fiind cele cuprinse în **11—8**, un procedeu de testare directă a caracterului contradictoriu al unei expresii nu este strict necesar. Este suficient să aducem o expresie oarecare, α, în formă negativă : $\sim\alpha'$ și să testăm ulterior expresia α' din punctul de vedere al validității : dacă α' este validă, $\sim\alpha'$ este (conform cu **11—8**) contradictorie și, prin urmare, α este, de asemenea, contradictorie. Dacă α' nu este validă, atunci $\sim\alpha'$ (și, prin urmare, α) nu este contradictorie.

Caracterul contradictoriu al unei expresii se poate testa însă și *direct*, cu ajutorul unei matrici de adevăr, pe baza unei reguli paralele cu **11—3**.

11—9. Regulă de testare a caracterului contradictoriu. Fie α o expresie oarecare în logica propoziției și M_α matricea de adevăr a acestei expresii. Expresia α este **contradictorie** dacă și numai dacă în fiecare rînd al ultimei coloane din M_α se află cifra *0* ; în caz contrar (= dacă în unele rînduri se găsește cifra *1*, în altele cifra *0* sau în toate rîndurile se găsește cifra *1)* atunci α nu este contradictorie.

Exemplul 4⁰. Expresia $p \wedge \sim p$ este falsă şi atunci cînd facem $V(p) = 1$ şi atunci cînd facem $V(p) = 0$, aşa cum se poate vedea din matricea următoare :

(37)

p	$\sim p$	$p \wedge \sim p$
1	0	0
0	1	0

Exemplul 5⁰. În aceeaşi situaţie se găseşte o expresie ca $(p \equiv q) \equiv$ $\equiv ((p \wedge \sim q) \vee (q \wedge \sim p))$

(38)

p	q	$\sim q$	$\sim p$	$p \equiv q$	$p \wedge \sim q$	$q \wedge \sim p$	$(p \wedge \sim q) \vee$ $\vee (q \wedge \sim p)$	$(p \equiv q) \equiv ((p \wedge$ $\wedge \sim q)$ $(q \wedge \sim p))$
1	1	0	0	1	0	0	0	0
1	0	1	0	0	1	0	1	0
0	1	0	1	0	0	1	1	0
0	0	1	1	1	0	0	0	0
1	2	3	4	5	6	7	8	9

E x p l i c a ţ i i. Se observă că ultima coloană (9) conţine numai cifra *0* Valorile din 3, 4 se calculează în raport cu valorile din 2, respectiv 1, pe baza regulii *RA 1* (**7—2**). Valorile din 5 se calculează în raport cu valorile din 1, 2, pe baza regulii *RA 5*. Valorile din 6 se calculează pe baza valorilor din 1, 3, pe baza regulii *RA 2* ; valorile din 7 se calculează în raport cu valorile din 2, 4, pe baza regulii *RA 2* ; valorile din 8 se calculează în raport cu valorile din 6, 7, pe baza regulii *RA 3* ; valorile din 9 se calculează în raport cu valorile din 5, 8, pe baza regulii *RA 5*.

Exemplul 6⁰. Testarea indirectă a caracterului contradictoriu al expresiei '$(p \vee q) \equiv (\sim p \wedge \sim q)$'.

Expresia pe care vrem s-o testăm indirect este, după cum vom arăta imediat, negaţia expresiei '$(p \vee q) \equiv \sim(\sim p \wedge \sim q)$' (exemplul 3⁰, mai sus).

Prin legea dublei negaţii (**11—5**, 22⁰), obţinem din expresia pe care vrem s-o testăm indirect :

$$(p \vee q) \equiv \sim\sim(\sim p \wedge \sim q) ;$$

prin **11—5** 18⁰ a (expresii echivalente ale negaţiei unei echivalenţe), obţinem.

$$\sim((p \vee q) \equiv \sim(\sim p \wedge \sim q)).$$

Deoarece ceea ce urmează semnului '$\sim$' din expresia noastră este o expresie *validă* (exemplul 3° de mai sus), urmează că expresia negată este *contradictorie*.

După ce am definit cele două clase de propoziţii, *tautologiile* şi *contradicţiile*, putem, în sfîrşit, defini o a treia clasă de propoziţii, anume aceea a propoziţiilor *logic nedeterminate* (sau *factuale*).

11—10. Definiţie. O expresie α din logica propoziţiilor este **logic nedeterminată** (sau **factuală**) dacă şi numai dacă α nu este *nici tautologie*, *nici contradicţie.*

În opoziţie cu expresiile *factuale*, care sînt, conform definiţiei **11—10**, „logic nedeterminate", se găsesc expresiile logic determinate, definite după cum urmează:

11—11. Definiţie. O expresie α (din logica propoziţiilor) este **logic determinată** dacă şi numai dacă este *validă* sau *contradictorie.*

Distincţia făcută prin **11—10, 11**, între propoziţii logic nedeterminate (factuale) şi propoziţii logic determinate (tautologii şi contradicţii), este direct şi esenţial legată de sens. Natura acestei legături urmează să o lămurim în rîndurile de mai jos.

Am văzut că sensul unei propoziţii simple (sau „intensiunea" ei) nu este decît condiţia care trebuie să fie îndeplinită (de starea reală a lucrurilor) pentru ca propoziţia respectivă să fie adevărată (cf. **4—2**). Aşadar, pentru a putea spune dacă o propoziţie ca *a* (din § **2**), este sau nu este adevărată este necesar:

a) *să-i cunoaştem sensul* (intensiunea), adică să ştim că *a* face afirmaţia indicată în (1);

b) *să verificăm* (printr-o metodă empirică oarecare) dacă starea de fapt a lucrurilor corespunde sau nu corespunde cu aserţiunea făcută de *a* („Ion doarme"), sau, altfel spus, dacă starea reală de lucruri este de aşa natură încît să spunem că *satisface* condiţia de adevăr a propoziţiei *a*.

În cazul în care, în urma acestei verificări empirice, ajungem la concluzia că starea reală a lucrurilor este de natură să satisfacă cele stipulate prin condiţia de adevăr a propoziţiei *a*, spunem că „*a* este adevărată"; în caz contrar, spunem că „*a* este falsă". În acest sens, spunem că valoarea de adevăr a propoziţiei *a* **depinde** de datele lumii reale.

Privită din alt punct de vedere, situaţia de mai sus poate fi caracterizată şi în termenii următori. Atunci cînd *a* este „afirmată", se comunică ceva cu privire la universul real : se spune anume că universul real este de aşa natură încît condiţia de adevăr a propoziţiei *a* (anume „Ion doarme") *este* satisfăcută. În acest sens, spunem că o propoziţie ca *a*, atunci cînd este afirmată, ne transmite o informaţie cu privire la fapte (la lumea reală).

Observaţii asemănătoare se pot face şi în legătură cu expresiile complexe (= formate din propoziţii simple legate prin conectori). În măsura în care valoarea de adevăr a expresiei complexe depinde exclusiv de valoarea de adevăr a propoziţiilor simple constituente şi întrucît valoarea acestora din urmă depinde, după cum am văzut, de faptele lumii reale, putem spune că şi valoarea de adevăr a expresiilor complexe depinde (indirect) tot de faptele lumii reale. Schimbînd, ca şi mai sus, perspectiva, spunem că o expresie complexă, atunci cînd este afirmată, ne transmite o informaţie cu privire la fapte (la lumea reală) : lucrurile reale stau în aşa fel încît propoziţiile simple constituente au acele valori şi numai acele valori pentru care expresia în ansamblul ei este adevărată.

Situaţia expresiilor logic determinate este esenţial diferită. O expresie *validă* este, conform cu **11—1, 2**, o expresie care este adevărată *pentru orice valoare* dată propoziţiilor simple constituente. Prin urmare, nu este necesar să cunoaştem sensul (intensiunea) propoziţiilor, deci condiţia de adevăr a acestora, deoarece nu este necesar să ştim dacă aceste propoziţii sînt adevărate sau false : indiferent de valoarea lor de adevăr, expresia în ansamblul ei este, prin definiţie, *totdeauna adevărată*. Mai trebuie observat şi faptul că adevărul unei propoziţii valide rezultă, prin urmare, nu din verificarea empirică a aserţiunilor (conţinute de propoziţiile simple constituente), ci din simpla cunoaştere a *modului de calcul* al valorii de adevăr a expresiei. Pe baza acestei cunoaşteri şi *exclusiv* pe baza ei, ajungem la concluzia că rezultatul calculului este totdeauna *1* (= adevărat), pentru orice valori am da propoziţiilor constituente. În acest sens, spunem că adevărul unei propoziţii valide se ***bazează exclusiv pe cunoaşterea regulilor sistemului.***

Efectuînd aceeaşi schimbare de perspectivă ca mai sus, putem spune că, întrucît o expresie validă este adevărată pentru *orice valori* date propoziţiilor constituente, atunci cînd se afirmă o expresie validă *nu se spune nimic cu privire la realitate*; aceasta deoarece oricare ar fi starea de lucruri reală, deci oricare ar fi valoarea de adevăr a propoziţiilor constituente, expresia rămîne adevărată (aceasta este semnificaţia definiţiei **11—2**, care spune că o propoziţie validă este adevărată în orice „lume posibilă" („descripţie de stare")).

Aceleaşi consideraţii sînt valabile şi cu privire la expresiile contradictorii, cu condiţia ca, în acest caz, să avem în vedere că o expresie contradictorie este o expresie *totdeauna falsă.*

În acord cu Wittgenstein (4.461) : „o tautologie nu are condiţii de adevăr, deoarece este necondiţionat adevărată ; iar o contradicţie nu este adevărată în nici o condiţie". În măsura în care sîntem de acord cu ideea că sensul unei propoziţii este condiţia ei de adevăr, trebuie să admitem împreună cu Wittgenstein (4.461) că „tautologiilor şi contradicţiilor le lipseşte sensul". Nu trebuie să înţelegem prin aceasta că tautologiile şi contradicţiile sînt nonsensuri (Wittgenstein 4.4611).

Spunem că expresiile valide şi contradictorii sînt *logic determinate*, deoarece valoarea lor de adevăr se stabileşte *exclusiv* pe baza cunoaşterii regulilor sistemului. Propoziţiile factuale sînt logic nedeterminate, întrucît cunoaşterea regulilor sistemului este *insuficientă* pentru stabilirea valorii lor de adevăr ; pentru aceasta este necesar să cunoaştem în plus starea reală de lucruri. De aici şi denumirea de expresii „factuale".

Cu aceste precizări, putem trece la discutarea a două proprietăţi importante ale clasei tautologiilor şi ale clasei contradicţiilor.

Dacă tautologiile sînt expresii care au totdeauna valoarea *1* şi contradicţiile sînt expresii care au totdeauna valoarea *0*, urmează în mod evident că :

(a) conjuncţia unui număr de tautologii este de asemenea o tautologie (întrucît toţi membrii conjuncţiei au valoarea *1* şi numai valoarea *1*, iar condiţia de adevăr a conjuncţiei este ca toţi conjuncţii să aibă valoarea *1* (cf. *RA 2*) ;

(b) disjuncţia unui număr de contradicţii este de asemenea o contradicţie (întrucît toţi membrii disjuncţiei au valoarea *0* şi numai valoarea *0*, iar pentru aceste valori ale disjuncţiilor disjuncţia are valoarea *0*).

Cele arătate ne permit să stabilim următoarea propoziţie :

11—12. Propoziţie. Fie α_1, $\alpha_2, \ldots, \alpha_n$ un număr de expresii oarecare în logica propoziţiilor.

a. Dacă pentru fiecare α_i $(1 \leqslant i \leqslant n)$ este adevărat că α_i este o *tautologie*, atunci conjuncţia '$\alpha_1 \wedge \alpha_2 \wedge, \ldots, \wedge \alpha_n$' este, de asemenea, o *tautologie.*

b. Dacă pentru orice α_i $(1 \leqslant i \leqslant n)$ este adevărat că α_i este o contradicţie, atunci disjuncţia '$\alpha_1 \vee \alpha_2 \vee, \ldots, \vee \alpha_n$' este, de asemenea, o *contradicţie.*

Dat fiind că *toate tautologiile* au, prin definiţie, valoarea *1* şi toate *contradicţiile* au valoarea *0*, urmează că pentru oricare pereche de expresii α_i, α_j, dacă ambele expresii sînt tautologii, ele nu pot avea decît valoare de adevăr identică, anume $V(\alpha_i) = V(\alpha_j) = 1$ (şi niciodată valori de adevăr diferite) ; dacă α_i, α_j sînt ambele contradicţii, ele nu pot avea, din nou, decît valoarea de adevăr identică anume $V(\alpha_i) = V(\alpha_j) = 0$ (şi niciodată valori de adevăr diferite). Dar identitatea valorii de adevăr a două expresii reprezintă condiţia de adevăr a raportului de echivalenţă dintre cele două expresii (cf. **7—2**, *RA 5*). Cum însă *toate* tautologiile au valoarea *1* şi *toate* contradicţiile au valoarea *0*, urmează că orice expresie formată din două tautologii legate prin '$\equiv$' sau din două contradicţii legate prin '$\equiv$' *nu* *poate avea niciodată valoarea 0* (întrucît expresiile legate prin acest conector nu pot avea decît valoarea de adevăr identică). Cele arătate pot servi ca demonstrație neformală a următoarei propoziții.

11—13. Propoziție. Fe α, β două expresii oarecare din logica propozițiilor.

a. Pentru orice α și orice β, dacă α și β sînt ambele *tautologii*, atunci '$\alpha \equiv \beta$' este de asemenea o *tautologie.*

b. Pentru orice α și orice β, dacă α și β sînt ambele *contradicții*, atunci '$\alpha \equiv \beta$' este o *tautologie.*

Înainte de a încheia acest paragraf vom formula următoarea regulă a cărei justificare se găsește în definiția conceptului de variabilă propozițională (cf. § **2 a**) și în observația făcută în explicațiile date în legătură cu teorema **11—5** (explicația nr. 1⁰).

11—14. Regulă de substituție a variabilelor. Dacă α este o schemă tautologică (eventual una din schemele tautologice de sub **11—5**), iar α' este obținută din α prin substituția uniformă a variabilelor (nu în mod necesar a tuturor) printr-o expresie corect formată, atunci α' este de asemenea o tautologie.

Observație. Substituția este *uniformă* atunci și numai atunci cînd, în expresia dată, *aceeași variabilă* este substituită cu *aceeași expresie* la fiecare apariție a variabilei în expresia respectivă.

De exemplu, dacă **11—5** 15^0 facem substituția $p/{\sim}p$, atunci această substituție trebuie făcută pentru ambele apariții ale lui p în 15^0, de unde :

$$({\sim}p \supset q) \equiv ({\sim}q \supset {\sim}{\sim}p).$$

Nu este corect să facem substituția numai pentru prima apariție :

$$({\sim}p \supset q) \equiv ({\sim}q \supset p)$$

şi nici să facem la prima apariţie o substituţie şi la a doua alta:

$$(\sim p \supset q) \equiv (\sim q \supset r).$$

§ 12. „Consecinţă logică" şi „identitate de sens".

În acest paragraf ne vom ocupa de două concepte semantice de bază: acela de „consecinţă logică" şi acela de „identitate de sens".

a. Consecinţa logică. În limbajul obişnuit, cînd spunem că B este consecinţa logică a lui A, spunem de fapt că nu există în mod *logic* (deci independent de datele empirice) niciodată posibilitatea ca A să fie adevărat şi B să fie fals; că, prin urmare, ori de cîte ori are loc A are şi B sau, că din adevărul lui A decurge totdeauna adevărul lui B.

Se observă că a spune că B este *consecinţa* (logică a) lui A sau că B decurge (logic) din A nu înseamnă altceva decît a spune că *nu se întîmplă niciodată* ca A să fie *adevărat* şi B să fie *fals* (sau, pozitiv: ori de cîte ori A este adevărat B este, de asemenea, adevărat). Această formulare ne conduce în mod evident către condiţiile de adevăr ale implicaţiei (**7—2**, *RA 4*): dacă în loc de A, B folosim, ca în paragrafele precedente, simbolurile metalingvistice α, β pentru a desemna expresii oarecare din logica propoziţiilor, a spune că „nu se întîmplă niciodată ca $V(\alpha) = 1$ şi $V(\beta) = 0$" înseamnă a spune că implicaţia '$\alpha \supset \beta$' este *totdeauna adevărată*, adică $V(\alpha \supset \beta) = 1$ pentru *orice valorizare* a propoziţiilor simple constituente ale acelei expresii. Or, o implicaţie care satisface o astfel de condiţie este o *tautologie* (cf. **11—4**); sau, altfel spus, α „implică tautologic" pe β. Este evident că, dacă $\alpha \supset \beta$ este *totdeauna adevărată*, nu se poate întîmpla niciodată ca $V(\alpha) = 1$ şi $V(\beta) = 0$; prin urmare, ori de cîte ori α este adevărat, β nu poate fi decît tot adevărat, sau, din adevărul lui α, „se deduce" sau „rezultă" sau „urmează" adevărul lui β.

După cum se observă, acest mod de a înţelege ideea de „consecinţă logică" acoperă în mod convenabil sensul pe care această expresie îl are în limbajul uzual. Ceea ce am spus pînă aici, precum şi formulările următoare nu au decît rolul de a exprima în mod exact şi neambiguu acest înţeles.

Întrucît ideea de „consecinţă logică" poate fi concepută mai larg decît am făcut-o aici, în sensul că poate fi definită şi în raport cu alte limbaje logice mai complexe decît logica propoziţiilor (vezi mai jos, cap. III, IV), vom folosi termenul de *implicaţie tautologică* pentru a ne referi la raportul de „consecinţă logică" definit în raport cu logica propoziţiilor. Aşadar, se poate considera că termeni ca *implicaţie tautologică, implică tautologic, este implicat tautologic*, se referă la anumite cazuri speciale ale raportului de „consecinţă logică" anume la acele cazuri în care acest raport se stabileşte între expresii ale logicii propoziţiilor.

În schimb, vom introduce un semn unic, '$\models$', pentru a indica raportul de consecinţă logică dintre două expresii (independent de tipul de limbaj logic la care aceste expresii aparţin).

12—1. Definiţie. Fie α, β două expresii ale logicii propoziţiilor.

'$\alpha \models \beta$' dacă şi numai dacă $\alpha \supset \beta$ este o tautologie.

Observaţie. Semnul '$\models$' se citeşte „implică tautologic", atunci cînd α şi β sînt expresii ale logicii propoziţiilor; acelaşi semn se poate citi „decurge logic din" (atunci cînd α, β nu sînt expresii din logica propoziţiilor, sau, eventual, chiar şi atunci cînd sînt). Importantă este definiţia explicită **12—1** a semnului '$\models$' şi, prin aceasta, sensul pe care i-l acordăm; „citirea" acestui semn într-un fel sau altul este de o importanţă minoră. Se poate eventual renunţa la distincţia terminologică pe care am propus-o, în cazul în care s-ar dovedi lipsită de orice utilitate.

În al doilea rînd, trebuie precizat faptul că '$\models$' nu este un semn în limbajul descris (logica propoziţiilor), ci un semn al meta-limbajului în care vorbim despre logica propoziţiilor. În consecinţă, o expresie ca '$\alpha \models \beta$' nu spune ceva despre obiectele lumii reale, ci spune ceva despre expresiile α şi β (anume că 'β' rezultă din 'α'; sau că 'α' implică tautologic pe 'β').

Se poate observa că expresiile 1^0-6^0, 19^0 *a*—*c*, 23^0, 24^0, 30^0, 31^0 de sub **11—5** sînt implicaţii tautologice, conform cu **12—1**. Putem stabili deci următoarea propoziţie:

12—2. Propoziţie. Fie α, β, γ expresii oarecare în logica propoziţiei. Următoarele expresii sînt totdeauna adevărate pentru logica propoziţiilor:

1^0 $(\alpha \vee \alpha) \models \alpha$

2^0 $\beta \models (\alpha \vee \beta)$

3^0 $(\alpha \vee \beta) \models (\beta \vee \alpha)$

4^0 $(\beta \supset \gamma) \models ((\alpha \vee \beta) \supset (\alpha \vee \gamma))$

5^0 $(\alpha \wedge \beta) \models \alpha$

6^0 $(\alpha \wedge \beta) \models \beta$

7^0 $(\alpha \supset \beta) \models ((\beta \supset \gamma) \supset (\alpha \supset \gamma))$

8^0 $(\beta \supset \gamma) \models ((\alpha \supset \beta) \supset (\alpha \supset \gamma))$

9^0 $((\alpha \supset \beta) \wedge (\beta \supset \gamma)) \models (\alpha \supset \gamma)$

10^0 $(\alpha \wedge (\alpha \supset \beta)) \models \beta$

11^0 $\alpha \models \alpha$

12^0 $\alpha \models \sim\sim\alpha$

13^0 $(\alpha \supset (\beta \supset \gamma)) \models ((\alpha \wedge \beta) \supset \gamma)$

14^0 $((\alpha \wedge \beta) \supset \gamma) \models (\alpha \supset (\beta \supset \gamma))$

Observaţii. 1^0. Expresiile din **12—2** se referă la scheme care se implică tautologic. Pe de altă parte, pe baza acestor scheme se pot construi alte scheme, de o complexitate mai mare, prin înlocuirea variabilelor metalimbajului cu alte scheme de expresii propoziţionale, conform cu regula **11—14** de substituţie uniformă a variabilelor.

2^0. Din faptul că $1^0—14^0$ sînt implicaţii tautologice şi sînt adevărate pentru logica propoziţiilor, urmează că oricare dintre termenii din dreapta semnului '$\models$' din aceste expresii este o „consecință logică” (este „implicat tautologic”) a termenului din stînga. Prin urmare, dacă se afirmă termenul din stînga, se poate oricînd deduce că termenul din dreapta este adevărat.

Așadar, dacă se afirmă $\alpha \wedge \beta$, putem afirma oricînd α, sau putem afirma β (conform cu 5⁰, 6⁰). Sau : dacă facem $\alpha = ((w \supset (r \vee z))$ și $\beta = (r \vee z)$, atunci, dacă se afirmă

$$(w \supset (r \vee z) \wedge (r \vee z)$$

conform cu 5⁰ a, se poate afirma oricînd și

$$w \supset (r \vee z).$$

3⁰. Se poate observa că raportul de implicație tautologică este mai apropiat de sensul conjuncției *dacă ... atunci* din limbajul natural decît raportul de implicație simplă (sau „implicație materială”, cum i se mai spune). Aceasta deoarece, în limbajul natural, *dacă ... atunci* exprimă un raport la care participă de obicei și ideea de „necesitate relativă” (§ **7** e, 4⁰).

b. Identitatea de sens. Am arătat (cf. § **7** e 5⁰) că echivalența definită prin *RA 5* (numită și „echivalență materială”) nu spune altceva decît că expresiile legate prin ‘ $\equiv$ ’ au valoare de adevăr identică. Prin urmare, așa cum a fost definită prin *RA 5*, echivalența a două expresii nu spune nimic cu privire la *sensul* expresiilor respective.

Situația este diferită în cazul în care o echivalență de forma ‘$\alpha \equiv \beta$’ este o *tautologie* : dacă ‘$\alpha \equiv \beta$’ este o tautologie, atunci ‘$\alpha \equiv \beta$’ nu este niciodată falsă, sau, altfel spus, niciodată nu avem $V(\alpha \equiv \beta) = 0$. Dacă aceasta este situația, înseamnă (conform cu **7 — 2** *RA 5*) că *niciodată* nu avem $V(\alpha) = 1$ și $V(\beta) = 0$ sau invers : $V(\alpha) = 0$ și $V(\beta) = 1$ și că *totdeauna* avem $V(\alpha) = V(\beta) = 1$ sau $V(\alpha) = V(\beta) = 0$. Dacă valorile de adevăr ale lui α și β sînt totdeauna identice, urmează că α și β sînt adevărate (sau false) în *exact aceleași condiții*. Dar, conform cu **4—2**, condiția de adevăr a unei propoziții nu este altceva decît *intensiunea* sau *sensul* propoziției respective, iar conform cu § **7 e** 6⁰, regulile de adevăr pentru conectori (*RA* 1—5), deci regulile care fixează condiţiile în care o expresie formată cu unul din conectorii respectivi este adevărată, nu fac altceva decît să exprime ***sensul*** (*intensiunea*) expresiilor respective. Urmează de aici că două expresii α, β care sînt adevărate (sau false) în *exact aceleaşi condiţii* au *aceeaşi intensiune* (*acelaşi sens*).

Vom introduce în continuare semnul '$\mathrel{|\!=\!|}$' pentru a desemna *identitatea de sens* (*intensiune*) dintre două expresii ale logicii propoziţiilor. Semnul '$\mathrel{|\!=\!|}$' nu este un semn în logica propoziţiilor, ci un semn al meta-limbajului folosit pentru a vorbi despre logica propoziţiilor. O expresie ca $\alpha \mathrel{|\!=\!|} \beta$ nu face o aserţiune despre lucruri, ci *despre expresiile* α, β.

12—3. Definiţie. Fie α, β două expresii din logica propoziţiilor.
'$\alpha \mathrel{|\!=\!|} \beta$' dacă şi numai dacă '$\cancel{\alpha \mathrel{|\!=\!|} \beta}$' este o *tautologie*.
$\alpha \equiv \beta$

O b s e r v a ţ i e. În raport cu logica propoziţiilor, semnul '$\mathrel{|\!=\!|}$', poate fi citit ' ... este tautologic echivalent cu ...'.

Paralel cu **12—2**, vom formula următoarea propoziţie, ţinînd seama de faptul că toate expresiile din **11—5** care nu sînt implicaţii tautologice (cf. **12—2**) sînt echivalenţe tautologice :

12—4. Propoziţie. Fie α, β, γ expresii oarecare în logica propoziţiilor.
Următoarele expresii sînt totdeauna adevărate pentru logica propoziţiilor :

1⁰ $(\alpha \wedge \beta) \mathrel{|\!=\!|} \sim(\sim\alpha \vee \sim\beta)$

2⁰ $\sim(\alpha \wedge \beta) \mathrel{|\!=\!|} (\sim\alpha \vee \sim\beta)$

3⁰ $(\alpha \vee \beta) \mathrel{|\!=\!|} \sim(\sim\alpha \wedge \sim\beta)$

4⁰ $\sim(\alpha \vee \beta) \mathrel{|\!=\!|} (\sim\alpha \wedge \sim\beta)$

5⁰ $(\alpha \supset \beta) \mathrel{|\!=\!|} (\sim\alpha \vee \beta)$

6⁰ $(\alpha \wedge \beta) \mathrel{|\!=\!|} (\beta \wedge \alpha)$

7⁰ $(\alpha \vee \beta) \mathrel{|\!=\!|} (\beta \vee \alpha)$

8^0 $(\alpha \equiv \beta) \mathrel{|\!\!=\!\!|} (\beta \equiv \alpha)$

9^0 $(\alpha \supset \beta) \mathrel{|\!\!=\!\!|} (\sim \beta \supset \sim \alpha)$

10^0 $\sim (\alpha \supset \beta) \mathrel{|\!\!=\!\!|} (\alpha \wedge \sim \beta)$

11^0 $(\alpha \equiv \beta) \mathrel{|\!\!=\!\!|} ((\alpha \supset \beta) \wedge (\beta \supset \alpha))$

12^0 a. $\sim (\alpha \equiv \beta) \mathrel{|\!\!=\!\!|} (\alpha \equiv \sim \beta)$

b. $\sim (\alpha \equiv \beta) \mathrel{|\!\!=\!\!|} (\sim \alpha \equiv \beta)$

c. $\sim (\alpha \equiv \beta) \mathrel{|\!\!=\!\!|} ((\alpha \wedge \sim\beta) \vee (\beta \wedge \sim \alpha))$

13^0 $\alpha \mathrel{|\!\!=\!\!|} \alpha$

14^0 $\cancel{\alpha \mathrel{|\!\!=\!\!|} \sim\alpha}$ $\alpha \mathrel{|\!\!=\!\!|} \sim\sim \alpha$

15^0 $(\alpha \wedge \alpha) \mathrel{|\!\!=\!\!|} \alpha$

16^0 $(\alpha \vee \alpha) \mathrel{|\!\!=\!\!|} \alpha$

17^0 $(\alpha \supset (\beta \supset \gamma)) \mathrel{|\!\!=\!\!|} (\beta \supset (\alpha \supset \gamma))$

18^0 $((\alpha \vee \beta) \vee \gamma) \mathrel{|\!\!=\!\!|} (\alpha \vee (\beta \vee \gamma))$

19^0 $((\alpha \wedge \beta) \wedge \gamma) \mathrel{|\!\!=\!\!|} (\alpha \wedge (\beta \wedge \gamma))$

20^0 $(\alpha \wedge (\beta \vee \gamma)) \mathrel{|\!\!=\!\!|} ((\alpha \wedge \beta) \vee (\alpha \wedge \gamma))$

21^0 $(\alpha \vee (\beta \wedge \gamma)) \mathrel{|\!\!=\!\!|} ((\alpha \vee \beta) \wedge (\alpha \vee \gamma))$

Cele arătate în **12—3** şi **12—4** sînt importante pentru că formulează exact condiţiile în care două expresii pot fi considerate ca avînd *sens identic* (intensiune identică): anume, cînd ele sînt tautologic echivalente (**12—3**) şi indică un număr de expresii care au totdeauna *acelaşi sens* (aceeaşi intensiune) în logica propoziţiilor (**12—4**).

În acord cu aceste precizări, putem spune că, în cazul oricărei expresii de forma '$\alpha \mathrel{|\!\!=\!\!|} \beta$', oricare dintre cele două expresii poate fi considerată ca „exprimînd sensul" celeilalte. Pe baza celor conţinute în **12—3, 4** se poate înţelege în mod exact în ce constă un „raport de parafrază" între două expresii, tot aşa cum se poate înţelege exact în ce constă raportul între o expresie şi „definiţia" ei : se poate arăta că definiţia unei expresii nu este altceva decît o expresie al cărei sens (a cărei intensiune) este identic(ă) cu sensul (intensiunea) expresiei de definit.

Vom încerca să demonstrăm acest lucru pe scurt în rîndurile următoare.

Fie α şi β două expresii oarecare în logica propoziţiilor. Vom simboliza faptul că β este o definiţie a lui α (sau invers) scriind $\alpha =_{\mathrm{Df}} \beta$.

Se cunoaşte faptul (chiar şi din uzul lexicografic) că orice definiţie (definiens), în cazul în care este corectă, se poate substitui în orice context termenului definit (*definiendum*). Formulăm explicit următoarea regulă:

12–5. Substituţia reciprocă definiendum/definiens. Dacă două expresii α, β ale logicii propoziţiilor sînt astfel încît '$\alpha =_{\mathrm{Df}} \beta$', atunci β se poate substitui în logica propoziţiilor lui α : α / β, şi invers, α se poate substitui lui β : β/α în orice context, ***salva veritate.***

Să admitem acum că $\alpha =_{\mathrm{Df}} \beta$ şi să presupunem că '$\alpha \models\!\dashv \beta$' nu este adevărată.

Conform cu **11–5**, 21°, putem scrie

$$\alpha \equiv \alpha$$

Conform cu **12–5**, putem opera în această expresie substituţia α/β şi obţinem

$$\alpha \equiv \beta$$

Conform cu presupunerea iniţială, trebuie să admitem că '$\alpha \equiv \beta$' ***nu este o tautologie***, şi, prin urmare, există o valorizare V_i, pentru care avem $V_i(\alpha \equiv \beta) = 0$.

Întrucît, pentru $\alpha \equiv \alpha$ avem $V(\alpha \equiv \alpha) = 1$ pentru *orice* valorizare, V_i, iar pentru $\alpha \equiv \beta$ există o valorizare pentru care $V(\alpha \equiv \beta) = 0$, urmează că α ***nu se poate substitui*** cu β în orice context. Această constatare contrazice însă regula **12–5**, ceea ce înseamnă că presupunerea că '$\alpha \models\!\dashv \beta$' nu este adevărată duce la contradicţie şi, prin urmare, este falsă.

Putem, prin urmare, să stabilim următoarea propoziţie :

12—6. **Propoziţie.** Fie α, β două expresii în logica propoziţiilor. Dacă α, β sînt astfel încît $\alpha =_{Df} \beta$, atunci $\alpha \models\!\dashv \beta$ este adevărată pentru logica propoziţiilor.

O proprietate cu caracter destul de intuitiv a expresiilor cu sens identic este aceea că ele sînt reciproc substituibile în orice context, fără ca expresia în interiorul căreia s-a făcut substituţia să-şi schimbe sensul. Dată fiind identitatea de sens dintre *nu este închis* şi *este deschis* putem spune că, substituind primei expresii pe cea de a doua în *fereastra nu este închisă*, obţinem o nouă propoziţie, *fereastra este deschisă*, care spune acelaşi lucru cu prima. O situaţie paralelă se întîlneşte şi în limbajele logice, lucru pe care îl exprimă următoarea teoremă.

12—7. **Teoremă.** Fie α, β două expresii oarecare în logica propoziţiilor. Dacă α şi β sînt astfel încît '$\alpha \models\!\dashv \beta$' este adevărată pentru logica propoziţiilor, atunci α şi β sînt *reciproc substituibile în orice context* (inclusiv contextul nul), *salva veritate*.

Demonstraţie. Fie α, β, două expresii oarecare în logica propoziţiilor.

Fie $\gamma(\alpha)$ o expresie complexă din logica propoziţiilor în care α este unul dintre constituenţi ; fie $\gamma(\beta)$ expresia obţinută din $\gamma(\alpha)$ prin substituţia α/β. Elementul γ reprezintă deci partea identică a celor două expresii : $\gamma(\alpha)$, $\gamma(\beta)$.

A spune că α este substituibil prin β *salva veritate* înseamnă a spune că dacă $V(\gamma(\alpha)) = 1$, atunci $V(\gamma(\beta)) = 1$ şi dacă $V(\gamma(\alpha)) = 0$, atunci $V(\gamma(\beta) = = 0$.

Considerăm separat cele două situaţii alternative : (i) $V(\gamma(\alpha)) = 1$, şi (ii) $V(\gamma(\alpha)) = 0$.

Considerăm, în continuare, ca *date* următoarele alternative posibile : (i) Prima alternativă

$$V(\gamma(\alpha)) = 1 \tag{1}$$

$$\alpha \models\!\dashv \beta \tag{2}$$

$$V(\gamma) = t \text{ în } \gamma(\alpha) \text{ şi } \gamma(\beta),$$

unde t este o valoare constantă, *aceeaşi* în $\gamma(\alpha)$ şi $\gamma(\beta)$ (3)
şi facem următoarea presupunere :

$$V(\gamma(\beta)) = 0. \tag{4}$$

A. Admitem că (1) rezultă din valorizarea

$$V(\gamma) = t \text{ și } V(\alpha) = 1. \tag{5}$$

Deoarece atît în (1), cît și în (4) avem, conform cu (3), $V(\gamma) = t$, urmează că (4) nu poate rezulta decît din

$$V(\beta) = 0. \tag{6}$$

Dar (5) : $V(\alpha) = 1$ și (6) sînt în contradicție evidentă cu (2).

B. Admitem că (1) rezultă din valorizarea

$$V(\gamma) = t \text{ și } V(\alpha) = 0. \tag{7}$$

Deoarece atît în (1) cît și în (4) avem, conform cu (3), $V(\gamma) = t$, urmează că (4) nu poate rezulta decît din

$$V(\beta) = 1. \tag{8}$$

Dar : $V(\alpha) = 0$ și (8) sînt în contradicție evidentă cu (2).

(ii) A doua alternativă. Considerăm ca date

$$V(\gamma(\alpha)) = 0 \tag{9}$$

$$\alpha \mathrel{\models\!\!\dashv} \beta \tag{10}$$

$$V(\gamma) = t \text{ în } \gamma(\alpha) \text{ și } \gamma(\beta)$$

unde t este o valoare constantă, aceeași în $\gamma(\alpha)$ și $\gamma(\beta)$ (11)
și facem următoarea presupunere:

$$V(\gamma(\beta)) = 1. \tag{12}$$

A. Admitem că (9) rezultă din valorizarea

$$V(\gamma) = t \text{ și } V(\alpha) = 1. \tag{13}$$

Deoarece atît în (9) cît și în (12) avem, conform cu (11), $V(\gamma) = t$, urmează că (12) nu poate rezulta decît din

$$V(\beta) = 0. \tag{14}$$

Dar (13) : $V(\alpha) = 1$ și (14) sînt în contradicție evidentă cu (10).

B. Admitem că (9) rezultă din valorizarea

$$V(\gamma) = t \text{ și } V(\alpha) = 0. \tag{15}$$

Deoarece atît în (9) cît și în (12) avem, conform cu (11), $V(\gamma) = t$, urmează că (12) nu poate rezulta decît din

$$V(\beta) = 1. \tag{16}$$

Dar (15) : $V(\alpha) = 0$ şi (16) sînt în contradicţie evidentă cu (10).
Deoarece în ambele alternative posibile, (i) şi (ii), pentru ambele revalorizări posibile ale expresiei $\gamma(\alpha)$, presupunerile (4), (12) duc la contradicţie, urmează că (4) şi (12) sînt false.

Prin urmare, în cazul primei alternative trebuie să admitem

$$V(\gamma(\beta)) = 1, \text{ în loc de (4)} \tag{17}$$

iar în cazul celei de a doua alternative trebuie să admitem

$$V(\gamma(\beta)) = 0 \text{ în loc de (12).} \tag{18}$$

Din (17), (18) rezultă

$$V(\gamma(\alpha)) = V(\gamma(\beta)), \text{ Q E D.} \tag{19}$$

O consecinţă evidentă care decurge din **12—3**, **12—4**, *11*° şi **12—1** este cuprinsă în următoarea teoremă :

12—8. Teoremă. '$\alpha \models\mid \beta$' este adevărată pentru logica propoziţiilor dacă şi numai dacă '$\alpha \models \beta$' şi '$\beta \models \alpha$' sînt ambele adevărate pentru logica propoziţiilor.

Teorema de mai sus arată că, în cazul în care α şi β au aceeaşi intensiune (acelaşi sens), β este o consecinţă logică a lui α şi α este o consecinţă logică a lui β. În aceste condiţii, este clar că, în cazul tuturor expresiilor de sub **12—4**, membrul din dreapta semnului '$\models\mid$' poate fi dedus din cel din stînga şi invers. Mai precis : dacă se afirmă

$$p \wedge q$$

din aceasta rezultă (= se poate deduce), conform cu **12—4** 1° şi **12—8**

$$\sim(\sim p \vee \sim q)$$

şi invers. Sau, dacă se afirmă

$$\sim(p \supset q)$$

din aceasta rezultă (= se poate deduce), conform cu **12—4**, 1° şi **12—8**

$$p \wedge \sim q$$

şi invers.

O consecință directă a felului în care a fost definită tautologia (**11—4**), a felului în care a fost definită contradicția (rîndurile care urmează propoziției **11—7** și **11—8**), a regulilor de adevăr pentru ' $\equiv$ ' (cf. **7 — 2** *RA* 5) și a definiției date semnului ' $\models\mid$ ' (**12—3**) este următoarea teoremă :

12—9. Teoremă. Fie α, β două expresii oarecare în logica propozițiilor. Pentru orice α, β : **a.** Dacă α, β sînt *tautologii*, atunci $\alpha \models\mid \beta$. **b.** Dacă α, β sînt contradicții, atunci $\alpha \models\mid \beta$.

D e m o n s t r a ț i e

Pentru punctul **a**, considerăm ca *dat* faptul că

α, β sînt *tautologii*. (1)

Facem următoarea presupunere :

$\alpha \models\mid \beta$ este falsă. (2)

Din presupunerea (2) rezultă că

$\alpha \equiv \beta$ nu este o tautologie. (3)

Din (3) rezultă că există cel puțin o valorizare pentru care avem

$$V(\alpha \equiv \beta) = 0. \qquad (4)$$

Din (4) rezultă că *există* o valorizare V_1, astfel încît

$$V(\alpha) = 1 \text{ și } V(\beta) = 0 \qquad (5a)$$

sau

$$V(\alpha) = 0 \text{ și } V(\beta) = 1. \qquad (5b)$$

Dar atît (5a), unde $V(\beta) = 0$, cît și (5b), unde $V(\alpha) = 0$, contrazic datele inițiale anume (1).

Presupunerea (2) este, prin urmare, falsă, deci

$\alpha \models\mid \beta$ este adevărat, Q E D. (6)

Pentru punctul **b**, demonstrația urmează exact aceiași pași, cu singura deosebire că „datul" este

(1') α, β sînt *contradicții*.

În acest caz, (5a), (5b) contrazic acest „dat" inițial prin faptul că, în (5a) $V(\alpha) = 1$, iar în (5b) $V(\beta) = 1$.

Teorema **12—9** este deosebit de semnificativă, deoarece pune în evidență faptul că *toate tautologiile au același sens* (**a**), după cum *toate contradicțiile au același sens* (**b**) (cf. și observațiile de sub **11—11** pp. 90—92).

c. Identitate de sens și sinonimie. În special în lingvistică (ca şi în limbajul comun) între identitatea de sens şi sinonimie nu se obişnuieşte să se facă distincţie. Definiţia uzuală a raportului de sinonimie ca raport intre două forme lingvistice (eventual cuvinte) care au acelaşi sens reflectă tocmai această „sinonimie" între cei doi termeni.

Nevoia unei distincţii între cele două concepte apare în momentul în care luăm în consideraţie unele cazuri pe care le-am putea numi „extreme". Unul dintre ele ne este sugerat chiar de teorema **12—9**, care spune că toate tautologiile (ca şi toate contradicţiile, dealtfel) au sens identic, sau, altfel formulat, spun acelaşi lucru. Conform cu această teoremă, sîntem obligaţi să admitem că, de exemplu, expresiile '$\sim p \vee p$' (**11—5**, 27⁰) şi '$(p \supset q) \supset ((q \supset r) \supset (p \supset r))$' (**11—5**, 19^0 *a*) au *acelaşi sens* sau „spun acelaşi lucru"; conform cu uzul obişnuit, ar trebui să spunem, de asemenea, că cele două expresii sînt *sinonime.* Dacă „traducem" aceste expresii în limbajul natural înlocuind, în acelaşi timp, variabilele cu propoziţii ale limbajului natural, vom observa că este greu de admis că cele două expresii-traduceri sînt „sinonime" în accepţia uzuală a termenului.

Pentru prima expresie vom avea, de exemplu :

(39) *(Ion doarme)* **sau**$_2$ *(Ion nu doarme).*

Pentru a doua expresie vom avea, făcînd substituţiile *p/Ion doarme, q / afară plouă, r/afară e frig:*

(40) **Dacă** *(Ion doarme* **implică** *faptul că afară plouă)* **atunci** *(***dacă** *faptul că afară plouă* **implică** *faptul că afară este frig)* **atunci** *(faptul că Ion doarme* **implică** *faptul că afară este frig)).*

Conform cu cele arătate, ar trebui să spunem că (39) şi (40) sînt sinonime, ceea ce este greu de admis, dată fiind accepţiunea comună a termenului de sinonimie, căci este destul de clar că (39) şi (40) nu spun „acelaşi lucru în forme diferite" (sau „cu cuvinte diferite").

Această situaţie ne arată că definiţia dată pentru „identitatea de sens" este *prea puţin restrictivă* pentru a putea fi luată ca definiţie mai exactă a ceea ce se înţelege în mod obişnuit prin „sinonimie" sau raport de „parafrază" între două expresii.

Introducerea unei definiţii mai restrictive ne-ar putea permite să realizăm o *nuanţare* în ce priveşte chestiunea identităţii de sens. Fără a avea pretenţia de a da o definiţie exactă a raportului de sinonimie (sau de parafrază) în logica propoziţiilor, vom enumera mai jos condiţiile pe care trebuie să le îndeplinească două expresii din logica propoziţiilor pentru ca ele să poată fi considerate *sinonime.*

12—10. Condiţii pentru sinonimie. Fie două expresii oarecare α, β din logica propoziţiilor. Spunem că între α şi β există un raport de *sinonimie (parafrază)* dacă şi numai dacă următoarele condiţii sînt satisfăcute :

1°. $\alpha \models\!\dashv \beta$ este adevărată pentru logica propoziţiilor.

2°. Nici una dintre expresiile α, β nu este o tautologie sau o contradicţie cu excepţia cazului în care α este **identic** cu β, cînd α, β pot fi tautologii sau contradicţii.

3°. Constituenţii ultimi ai celor două expresii sînt identici.

După cum se observă, prima condiţie stipulează *identitatea de sens*; a doua exclude posibilitatea ca cele două expresii să aibă sens identic pe baza faptului că sînt tautologii sau contradicţii. Altfel spus, α şi β sînt expresii logic nedeterminate, ceea ce înseamnă că echivalenţele sînt din categoria celor înregistrate în **12—4** sau că cele două expresii sînt obţinute una dintr-alta prin aplicarea regulii de substituire a echivalentelor (**12—7**).

De exemplu, două expresii ca

$$(p \supset q) \supset r$$

şi

$$(\sim p \vee q) \supset r$$

pot fi considerate ca sinonime (sau ca fiind în raport de parafrază) deoarece se pot obţine una dintr-alta prin substituţia constituentului $(p \supset q)$ prin $(\sim p \vee q)$ (sau invers), pe baza regulii **12—7** şi a propoziţiei **12—4** 5°.

O altă alternativă (rezultată din excluderea posibilităţii ca α şi β să fie tautologii) este aceea ca α şi/sau β

să fie obținute prin substituirea în **12—4** a unor expresii complexe în locul meta-variabilelor α, β. Astfel, dacă în **12—4** 5^0 facem substituția $\alpha/(\sim p \vee q)$ și β/r, obținem

$$(\sim p \vee q) \supset r \vDash\!\dashv \sim(\sim p \vee q) \vee r$$

care exprimă sinonimia (raportul de parafrază) dintre $(\sim p \vee q) \supset r$ și $\sim(\sim p \vee q) \vee r$.

Se exceptează de la restricția prevăzută sub 2^0 cazurile în care expresia din stînga semnului '$\vDash\!\dashv$' este identică cu expresia din dreapta; aceasta înseamnă că, în cazul în care cele două expresii sînt identice, ele trebuie considerate *sinonime*, chiar dacă sînt tautologii. Aceasta revine la a admite că orice tautologie este sinonimă cu ea însăși, ceea ce este în perfect acord cu intuiția noastră. Mai mult: în cazul în care nu admitem această „excepție”, condiția 2^0 s-ar dovedi contraintuitivă, întrucît ne-ar constrînge să considerăm că nici o tautologie (sau contradicție) nu este sinonimă cu ea însăși.

Trebuie să facem însă, în această ordine de idei, o observație esențială: pentru cazul în care α este o tautologie (sau contradicție), spunem că 'α este sinonim cu α' nu în virtutea faptului că α este o tautologie (sau contradicție), ci în virtutea „principiului identității”: '$\alpha \equiv \alpha$' este o tautologie.

§ 13. Validitate și tautologie în limbajul natural.

Dintre conceptele discutate în §§**11**, **12**, o legătură evidentă și incontestabilă cu problematica lingvistică o au conceptul de *identitate de sens* (§ **12 b**) și conceptul de *sinonimie* (sau raport de parafrază) (§ **12 c**). Acesta este motivul pentru care vom începe considerațiile din acest paragraf cu problemele legate de *sinonimie*.

a. Sinonimia frazelor. Se pare că două fraze ca

(41) *Ion doarme* **sau**$_2$ *Gheorghe citește*

(42) *Ion nu doarme* **și**$_1$ *Gheorghe nu citește*

sau, într-o formă mai apropiată de vorbirea uzuală

(42′) **Nici** *Ion nu doarme,* **nici** *Gheorghe nu citește*

sînt interpretate fără dificultate de un vorbitor al limbii române ca fiind într-un raport „antonimic”: frazele (42), (42′) „contrazic” fraza (41). Aceasta înseamnă că *negația* frazei (42) şi/sau (42′) spune exact „acelaşi lucru" cu fraza (41), tot aşa cum o propoziţie ca *Ion nu este neînsurat* spune acelaşi lucru cu o propoziţie ca *Ion este însurat* :

(43) **Nu este adevărat că** *(Ion nu doarme* **şi**$_1$ *Gheorghe nu citeşte).*

sau

(43′) **Nu este adevărat că (nici** *Ion nu doarme,* **nici** *Gheorghe nu citeşte).*

La fel, este foarte probabil că un vorbitor al limbii române va considera că două fraze ca

(44) **Nu este adevărat că** *(Ion doarme* **şi**$_1$ *Gheorghe citeşte).*

şi

(45) *Ion nu doarme* **sau**$_2$ *Gheorghe nu citeşte.*

sau

(45′) **Sau** *Ion nu doarme,* **sau**$_2$ *Gheorghe nu citeşte*

spun „acelaşi lucru" ((44), pe de o parte, (45), (45′), pe de altă parte) sau, altfel spus, se află în raport de parafrază.

În acelaşi fel, este foarte probabil că perechi de fraze ca :

(46) *Ion doarme* **şi**$_1$ *Gheorghe citeşte.*

(47) **Nu este adevărat că** *(Ion nu doarme* **sau**$_2$ *Gheorghe nu citeşte).*

şi

(48) **Nu este adevărat că** *(Ion doarme* **sau**$_2$ *Gheorghe citeşte).*

(49) *Ion nu doarme* **şi**$_1$ *Gheorghe nu citeşte.*

sînt interpretate ca fiind în raport de parafrază.

Este foarte posibil ca relaţia de sens dintre

(50) **Nu este adevărat că (dacă** *Ion stă în casă,* **atunci** *afară este frig).*

şi

(51) *Ion stă în casă* **şi**$_1$ *afară nu este frig.*

să nu aibă pentru un vorbitor obişnuit un caracter de parafrază. În schimb, este foarte probabil că, în cazul în care i s-ar cere să motiveze o aserţiune ca (50), orice vorbitor va răspunde :

(52) *Pentru că (uneori) Ion stă în casă* **şi**$_1$ *afară nu este frig.*

O b s e r v a ţ i e. Formularea „mai naturală" care conţine cuvîntul „uneori" se datorește caracterului de „necesitate" asociat de ideea de implicaţie în limbajul natural (vezi mai sus, § **7** 4° b). O implicaţie necesară este o implicaţie care are loc în orice condiţii; dacă se neagă implicaţia, atunci este firesc să se specifice că expresia echivalentă cu implicaţia negată are loc *uneori*, adică în *unele* condiţii.

Se poate uşor vedea că relaţiile de parafrază dintre (41) şi (43), (43'), dintre (44) şi (45), (45'), dintre (46) şi (47), dintre (48) şi (49) şi dintre (50) şi (51) corespund unor relaţii de identitate de sens de sub **12**—**4** şi anume celor de sub 3°, respectiv 2°, 1°, 4° şi 10°.

Pe de altă parte, trebuie remarcat faptul că nimic din definiţiile gramaticale date raporturilor de disjuncţie, coordonare copulativă, raportului condiţional şi negaţiei nu permite stabilirea vreunei relaţii de sens, mai exact, stabilirea unui raport de parafrază (sau sinonimie) între fraze ca cele menţionate mai sus. Trebuie să spunem, prin urmare, că aparatul conceptual tradiţional al gramaticii este insuficient din acest punct de vedere şi inadecvat.

Se pare că, în schimb, definiţii ale identităţii de sens şi sinonimiei de felul celor de sub **12**—**3**, **10** ne pot oferi un mijloc de a exprima raporturi de parafrază de tipul celor de mai sus.

Trebuie observat însă că definiţii ca **12**—**3**, **10** se bazează în întregime pe definiţii, teoreme şi propoziţii legate de conceptul de *validitate*, *tautologie*, *echivalenţă tautologică* ş.a.m.d., aceasta pentru a nu aminti decît noţiunile imediat învecinate. Dacă mergem mai departe, aşa cum se impune într-un sistem deductiv, constatăm că întreaga semnificaţie a definiţiilor care ne interesează aici nu poate fi captată decît prin raportare la noţiunile fundamentale de „adevăr", „condiţie de adevăr", „sens (intensiune)", „valorizare" etc.

Din aceste observaţii rezultă două lucruri:

a) Utilizarea aparatului conceptual furnizat de logica propoziţiilor în descrierea semantică a frazelor din limbile naturale nu trebuie privită ca simplă „înlocuire" a unui aparat conceptual mai vechi cu unul „mai nou" şi mai „formalizat" pentru a realiza un acord cu tendinţa de formalizare manifestată în ultimul timp în majoritatea ştiinţelor umaniste. E vorba de ceva mai mult şi anume de înlocuirea unui sistem de concepte care se dovedeşte *insuficient* pentru descrierea anumitor realităţi semantice din limbajul natural, cu un altul, cu o capacitate explicativă mai mare, şi în ai cărui termeni aceste relaţii ar putea fi descrise în mod satisfăcător.

(b) Conceptele de „identitate de sens" şi „sinonimie" („parafrază") au fost definite în **12—3, 10** exclusiv în raport cu logica propoziţiilor şi, în consecinţă, sînt aplicabile direct *numai acestui tip de limbaj logic.* Mai mult: se poate spune că numai atunci cînd sînt folosite în legătură cu un astfel de limbaj, conceptele aici în discuţie au o semnificaţie exactă.

Rezultă de aici că cele două concepte nu pot fi aplicate *direct* în studiul limbajului natural. Aceasta în primul rînd pentru motivul că noţiunile pe care cele două definiţii se bazează nu sînt nici ele aplicabile în mod direct limbajului natural: am arătat că noţiunea de „regulă de adevăr" nu se poate aplica propoziţiilor simple din limbajul natural decît în anumite condiţii, specificate în § **5**; dacă sensul (intensiunea) unei propoziţii nu este altceva decît condiţia ei de adevăr (cf. **4—2**), urmează că sensul unei propoziţii din limbajul natural poate fi considerat „condiţie de adevăr" numai în măsura în care regulile de adevăr au fost formulate explicit pentru propoziţiile limbajului natural; mai departe, conceptul de *validitate* poate fi definit pentru limbajul natural numai în măsura în care condiţiile de adevăr au fost definite în mod satisfăcător pentru limbajul natural. Mai departe : în definirea conceptului de validitate este implicată formularea regulilor de adevăr pentru conectori (**7—2**, *RA 1—5*). Dar conectorii limbajului natural (diversele forme de negaţie şi conjuncţiile) prezintă anumite particularităţi (cf. § **8**) care trebuie avute în vedere atunci cînd se stabilesc reguli de adevăr (corespunzătoare celor din **7—2**) pentru conectorii limbajului natural. Toate cele arătate aici sînt de natură să arate mai clar în ce sens se poate vorbi de o „adaptare" a conceptelor de validitate şi tautologie la necesităţile descrierii semantice a limbajului natural.

De exemplu, nu se poate spune cu precizie dacă o frază a limbii române ca

(53) *Gheorghe are o carte* **sau** *Ion are o broască.*

este sau nu este sinonimă (în raport de parafrază) cu o frază ca

(54) **Nu este adevărat că (nici** *Gheorghe nu are o carte,* **nici** *Ion nu are o broască).*

atîta timp cît nu ştim dacă cuvîntul *broască* din (53) are acelaşi sens cu *broască* din (54) şi, prin urmare, nu ştim dacă *Ion nu are o broască* este sau nu este negaţia propoziţiei *Ion are o broască*; altfel spus, nu ştim dacă al doilea constituent al frazei (54) este identic cu al doilea constituent al frazei (53) + *negaţie.*

În aceste condiţii, este evident că nu putem spune dacă (53) şi (54) sînt sau nu adevărate în exact aceleaşi condiţii, adică nu putem spune dacă (53) şi (54) au sau nu au acelaşi sens.

Pe de altă parte, nu putem spune dacă cele două fraze sînt sau nu sînt sinonime pentru simplul motiv că nu ştim dacă *sau* din (53) este inclusiv (sau_2 din § **8**, 4⁰) ori exclusiv (sau_1 din § **8**, 4⁰). Este evident că (53), (54) sînt sinonime numai în măsura în care în (53) avem a face cu un sau_2 (inclusiv).

Este evident că asupra existenţei unui raport de sinonimie între cele două fraze nu se poate decide în sensul definiţiilor **12—3, 10** decît *după ce* atît propoziţiile simple, cît şi conjuncţiile au fost în mod explicit dezambiguizate.

b. Raportul de consecinţă logică. Relaţia de „consecinţă logică" este mai puţin uzuală (dacă nu chiar deloc) în semantica lingvistică. Justificarea introducerii acestui concept pentru caracterizarea unor raporturi semantice între expresiile limbajului natural o vom încerca la sfîrşitul acestui subparagraf. Pentru un moment, vom încerca să arătăm dacă şi în ce măsură acest concept, aşa cum a fost definit în **12—1**, are vreo semnificaţie pentru limbajul natural.

După toate aparenţele, pentru orice vorbitor care judecă în mod corect, o propoziţie ca

(55) *Gheorghe citeşte.*

va fi o „consecinţă logică" a unei fraze ca (46) (cf. mai sus, sub **a**).

La fel, o frază ca

(56) **Nu este adevărat că** *(Ion nu citește)*.

va fi considerată drept „consecința logică" a propoziției

(57) *Ion citește*.

Dat fiind că limbajul natural poate fi folosit în „argumentare", este de presupus că „legile silogismului", așa cum sînt exprimate în **12—2**, 7°—9°, permit să se spună că

(58) **Dacă** *Ion doarme*, **atunci** *afară e frig*.

este „consecința logică" a frazei:

(59) **(Dacă** *(Ion doarme)* **atunci** *(afară plouă))* **și (dacă** *(afară plouă)* **atunci** *(afară este frig))*.

(cf. **12—2**, *9°*), sau că

(60) **Dacă** *((faptul că afară plouă)* **implică** *(faptul că afară este frig))* **atunci** *(faptul că Ion doarme)* **implică** *(faptul că afară este frig))*.

este o „consecință logică" a frazei

(61) **Dacă** *Ion doarme*, **atunci** *afară plouă*.

(cf. **12—2**, *7°*), sau că

(62) **Dacă** *((faptul că Ion doarme)* **implică** *(faptul că afară plouă))* **atunci** *((faptul că Ion doarme)* **implică** *(faptul că afară este frig))*.

este o „consecință logică" a frazei

(63) **Dacă** *afară plouă*, **atunci** *afară este frig*.

(cf. **12—2**, 8°).

Se poate observa că, atunci cînd spunem că, de exemplu, (62) este o „consecință logică" a frazei (63), ne bazăm în fond pe teorema **12—2**, 8° adică pe faptul că (62) este o „transpunere" în limbaj natural (cu înlocuirea variabilelor prin propoziții simple) a celui de al doilea constituent din **12—2**, 8°, iar (63) este o „transpunere" în limbaj natural a primului constituent al aceleiași expresii.

Stabilirea unui astfel de raport (de „consecință logică") în exemplele de mai sus se justifică numai în măsura în care o „transpunere" de felul celei operate mai sus se justifică. Și o astfel de „transpunere", mai departe, se justifică numai în măsura în care am definit conceptele de *validitate* și de *tautologie* în raport cu limbajul natural. După cum am arătat sub **a.**, însăși definirea acestor concepte în raport cu limbajul natural este posibilă numai după ce conceptele de *adevăr și condiție de adevăr* au fost definite în prealabil *pentru limbajul natural* şi după ce anumite conjuncţii ale limbajului natural au fost definite într-un mod analog cu conectorii din logica propoziţiilor.

Dacă, în momentul de faţă, este greu de presupus că cineva ar putea să considere că problema identităţii de sens a frazelor sau problema sinonimiei (raportului de parafrază) dintre fraze este o problemă exterioară lingvisticii, este mult mai probabil ca cineva să considere că raportul de „consecinţă logică" este o problemă care nu interesează lingvistica, ci numai logica.

La acest mod de a vedea se opun, credem, două serii de considerente.

În primul rînd, pentru a ne menţine la un punct de vedere foarte pragmatic, putem spune că limbajul natural este utilizabil şi utilizat, printre altele, şi în *argumentare*, şi că argumentarea presupune ceea ce în mod obişnuit numim „coerenţă" (logică) iar această coerenţă se bazează în bună măsură, dacă nu exclusiv, pe raportul de consecinţă logică. Prin urmare, se poate spune că una dintre funcţiile deloc periferice ale limbajului se bazează şi poate fi descrisă în termenii conceptului de „consecinţă logică". Mai mult : conceptul de „coerenţă" poate fi privit şi oarecum independent de „argumentare" ca simplu calificativ stilistic. Se spune despre un text (vorbit sau scris) că este coerent sau incoerent. Or, în momentul în care voim să explicăm cît mai exact ce înţelegem prin coerenţă, ajungem inevitabil la raportul de „consecinţă logică" (dintre propoziţii şi fraze).

Să ne imaginăm un text de felul acesta :

(64) *Ion citeşte şi Gheorghe doarme. Este ora 11. Afară plouă, aşa cum plouă de obicei în luna noiembrie, dar Gheorghe nu doarme, fiindcă el nu doarme niciodată.*

Propoziţia

(65) *Gheorghe nu doarme.*

este negaţia propoziţiei

(66) *Gheorghe doarme.*

care, la rîndul ei, este consecinţa logică a frazei

(67) *Ion citeşte* şi *Gheorghe doarme.*

(la fel cum (55) este consecinţa logică a frazei (46)).

Prin urmare, în (64) este conținută *negația* unei propoziții care în forma afirmativă este, în același timp, consecința logică a unei părți din (64) (anume fraza (67)). În plus însăși conjuncția (67) este în contradicție cu consecința logică a propoziției [= Gh]

(68) *El* [= ~~Ion~~] *nu doarme niciodată.*

În aceste condiții, spunem că (64) este un text „incoerent". Dacă vrem să arătăm mai exact de ce anume este incoerent sau în ce anume constă incoerența acestui text, trebuie să facem uz, așa cum am făcut mai sus, de conceptul de consecință logică : (64) conține negația unor propoziții care sînt, în forma lor afirmativă, consecințe logice ale altor propoziții și fraze din același text.

În al doilea rînd, pentru a examina lucrurile dintr-un punct de vedere ceva mai teoretic : dacă acceptăm ideea că este perfect legitimă preocuparea lingvistului de a stabili *dacă* și *în ce condiții* două fraze au sau nu au sens identic și/sau dacă aceste fraze sînt sinonime (sau : sînt în raport de parafrază), atunci de ce este mai puțin legitimă preocuparea lingvistului de a stabili *dacă* și *în ce condiții* o expresie decurge din altă expresie? Așa cum ***identitatea*** sau ***sinonimia*** sînt ***relații între sensuri*** ale expresiilor, tot așa și ***consecința logică*** nu este altceva decît tot o relație între sensuri ale expresiilor. Ambele relații se manifestă la ***nivelul semantic*** și în *limbajul natural.* Prin urmare, cel care descrie semantica limbajului natural nu poate să se intereseze de *una* dintre relații, și să o ignore pe cealaltă, pentru motivul că ar fi de natură ne-lingvistică, adică nu ar ține de semantica limbajului natural.

Dacă ne gîndim și la faptul că identitatea de sens nu este altceva decît un raport de consecință logică „în ambele sensuri", așa cum arată teorema **12—9**, atunci ne apare și mai puțin justificabilă teoretic excluderea relației de consecință logică din cîmpul de investigație al lingvistului.

c. Tautologiile. Conceptul de „tautologie" (ca și cel de „contradicție", dealtfel) pare a fi, la prima vedere, și mai depărtat de domeniul conceptual al lingvisticii. Aceasta cu atît mai mult cu cît avem în vedere faptul că tautologiile sînt aproape absente din vorbirea uzuală. Mai mult : în momentul în care încercăm să „transpunem" tautologiile în limbaj natural (cu substituirea variabilelor propoziționale prin propoziții simple afirmative ale limbajului natural), obținem, în majoritatea cazurilor, fraze-monstru care de multe ori cu greu pot fi acceptate ca normale. Pentru exemplificare, se pot lua chiar fraze ca (40) sau (62), care sînt, totuși, mai puțin depărtate decît altele de ceea ce se poate considera în mod obișnuit „frază normală"; de remarcat, în același timp, și faptul că (40) și (62) sînt „făcute" mai acceptabile prin folosirea alternativă a expresiilor *dacă* ... *atunci* și *implică* — luate ca sinonime — precum și prin folosirea propozițiilor precedate de *faptul că* ... în locul propozițiilor simple corespunzătoare — de exemplu *faptul că Ion doarme* în loc de propoziția simplă *Ion doarme*.

Există, desigur, și tautologii (mai exact, fraze care ar putea fi echivalente cu tautologiile din logica propozițiilor) care sînt acceptabile și în limbajul natural. Dăm mai jos cîteva *scheme* de astfel de tautologii, notînd prin P_1, P_2 ... propozițiile afirmative simple și prin *nu*-P_1, *nu*-P_2, ... corespondentele lor negate; prin *nu este adevărat că nu*-P_1, exprimăm negația dublă a unei propoziții.

(69) **Dacă** P_1, **atunci** P_1

(70) **Dacă** P_1, **atunci nu este adevărat că** *nu*-P_1

(71) **Dacă** (P_1 **și**$_1$ P_2), **atunci** P_1

(72) **Dacă** (P_1 **și**$_1$ P_2), **atunci** P_2

(73) P_1 **sau**$_2$ *nu*-P_1

(74) **Dacă** P_2, **atunci** (P_1 **sau** P_2)

Observație. Conjuncțiile *și*, *sau* sînt date mai sus în formă dezambiguizată (conform celor arătate sub § **8 a**).

Realitatea este însă că, independent de faptul dacă tautologiile sînt sau nu sînt acceptate ca fraze normale în uzul curent al limbajului natural, ele sînt indispensabile în descrierea semantică a frazelor, din două motive:

(i) Conceptul de „tautologie" este indispensabil pentru definirea unor relații semantice care *nu pot fi ignorate* în descrierea semantică a frazelor : pe conceptul de „tautologie" se bazează, după cum am văzut, definiția conceptului de „identitate de sens", „relație de sinonimie (parafrază)", relația de „consecință logică" (vezi mai sus, sub **a**, **b**.). Așadar, fie că tautologiile apar, fie că nu apar, în uzul normal al limbajului natural, ca fraze pronunțate sau scrise, conceptul de „tautologie" precum și clasa de expresii la care acest concept se referă este indispensabil(ă) în descrierea semantică.

(ii) Dacă este adevărat că noțiunea de tautologie, în cazul limbajului natural, nu reflectă în primul rînd proprietățile unei *clase de propoziții*, este normal să ne întrebăm ce anume reflectă ea, din moment ce are un rol esențial în sistemul de concepte semantice legate de limbajul natural.

Răspunsul la această întrebare este că interpretarea lingvistică cea mai convenabilă a conceptului de „tautologie" (precum și a clasei de expresii la care se referă) este următoarea : tautologiile reprezintă *scheme de funcționare* care asigură, pe de o parte, posibilitatea de a stabili relații între sensurile expresiilor, iar, pe de altă parte, posibilitatea de comunicare și deci de înțelegere reciprocă între indivizii unei colectivități.

Că tautologiile fac posibilă stabilirea unor relații semantice fundamentale (ca aceea de identitate de sens sau consecință logică) rezultă destul de clar din faptul că aceste relații se definesc pe baza conceptului de tautologie. Mai mult : în măsura în care un vorbitor este capabil să întrebuințeze în mod corect fraze cu sens identic (sau fraze sinonime) sau fraze al căror sens decurge din alte fraze, trebuie să admitem că tautologiile reflectă tocmai această competență.

Că tautologiile pot fi privite ca un fel de scheme sau „reguli" care asigură posibilitatea de comunicare rezultă din următoarele considerente. „Incoerența" unui text (prin urmare, a unei clase de aserțiuni) se poate proba prin arătarea faptului că textul respectiv este *contradictoriu*. Mai departe : o colecție de propoziții (fraze) este contradictorie fie în cazul în care conține atît o expresie oarecare α cît și negația ei, fie în cazul în care consecința logică a propozițiilor (frazelor) respective este și o expresie oarecare, α, și negația ei.

Dar contradicția este, după cum am văzut, o expresie care nu poate fi *niciodată adevărată*. Așadar, printr-o contradicție nu se poate comunica niciodată nimic, nici cu privire la universul real, nici cu privire la un alt univers alternativ, posibil.

Dacă, avîndu-se în vedere momentul vorbirii, se enunță fraza

(75) *Ion doarme* și_1 *Ion nu doarme.*

cel care aude (sau citește) fraza (75) nu este, în mod evident, pus în situația de a ști care este situația reală : individul numit *Ion* se află sau nu se află, în momentul enunțării, în starea denumită prin verbul *dormi?*

În acest sens spunem că o suită de enunțuri contradictorii (sau cu consecințe contradictorii) și care alcătuiesc un „text" (sau „discurs") nu poate *comunica* nimic cu privire la universul real.

Dacă ne gîndim acum că o contradicție nu este altceva decît o tautologie negată, putem să intuim destul de clar care este relația dintre tautologii, pe de o parte, și caracterul *non-contradictoriu* și deci *coerent* al unui ansamblu de enunțuri (text, discurs) : un discurs este non-contradictoriu și deci coerent atunci cînd nici nu conține, nici nu implică tautologic negarea unei tautologii. După cum am văzut însă, numai un text non-contradictoriu este capabil să *comunice* ceva.

Pe de altă parte, trebuie însă precizat faptul că un text care nu conține negații de tautologii (și nici nu le implică tautologic) nu este în mod necesar tautologic (= nu este constituit dintr-o suită (sau colecție) de tautologii) și nici nu trebuie să conțină în mod necesar vreo tautologie ; căci non-contradicția nu înseamnă tautologie.

Observație. Vezi comentarii asupra „interpretării" tautologiilor în Dumitriu, 1973 : 124—138.

d. Tautologiile și „conștiința lingvistică". Pentru a încheia acest paragraf consacrat relevanței *lingvistice* a conceptelor de validitate și tautologie, este necesar să ne îndreptăm atenția asupra următoarei chestiuni.

Este sigur că un număr de vorbitori, să spunem ai limbii române, fără o instrucţie prealabilă în materie de „logică" nu sînt capabili să formuleze răspunsuri corecte la întrebări de felul acesta :

(a) Care sînt construcţiile sinonime (= în raport de parafrază) ale frazelor :

(i) **Nu este adevărat că** (P_1 **sau**$_2$ P_2)

(ii) **Nu este adevărat că** (P_1 **şi**$_1$ P_2)

(iii) **Nu este adevărat că (dacă** P_1 **atunci** P_2)

sau chiar

(iv) **Nu este adevărat că (nu-**P)

sau

(v) P_1 **şi**$_1$ P_2

(vi) P_1 **sau**$_2$ P_2

(vii) **Dacă** P_1, **atunci** P_2

(b) Care sînt consecinţele logice ale frazelor :

(i) P_1 **şi**$_1$ **(dacă** P_1, **atunci** P_2)

(ii) P_1 **şi**$_2$ P_2

(iii) **Dacă** (P_1 **şi**$_1$ P_2), **atunci** P_3

(iv) **Dacă** P_1, **atunci** (P_2 **implică** P_3)

(v) **(Dacă** P_1, **atunci** P_2) **şi**$_1$ **(dacă** P_2, **atunci** P_3)

Observaţie. „Testul" imaginar de mai sus nu cuprinde, evident, decît cele mai simple şi mai „intuitive" raporturi de sinonimie (a) şi de „consecinţă logică" (b). Pe de altă parte, „testul" este dat în formă abstractă de „schemă" de frază. Desigur, dacă cineva vrea să aplice efectiv un asemenea test, va trebui să înlocuiască simbolurile abstracte P_1, P_2, . . .cu propoziţii asertive simple ale limbii române.

Cei care sînt înclinaţi să considere că noţiuni ca „validitate", „tautologie" se situează dincolo de frontierele lingvisticii consideră că incapacitatea unor vorbitori de a da răspunsuri satisfăcătoare la testul de mai sus reprezintă un argument decisiv în favoarea acestei teze : dat fiind că pentru a răspunde corect la un astfel de test este nevoie de o instrucție specială în *logică* (și nu în lingvistică) și dat fiind că oamenii vorbesc românește corect și fără a ști care este expresia echivalentă a unei implicații negate, de exemplu, urmează că atît conceptul de „validitate" cît și cel de „tautologie" nu se leagă de proprietăți sau categorii *lingvistice*, ci de proprietăți sau categorii de altă natură, anume — „logică".

La acest mod de a raționa trebuie aduse următoarele obiecții :

(a) Am arătat în acest paragraf, sub **c.**, care este relevanța *lingvistică* a conceptului de „tautologie", iar sub **a. b.**, am arătat care este relevanța lingvistică a conceptelor conexe, anume acela de *identitate de sens*, de *sinonimie* (*parafrază*) și acela de *consecință logică.*

În fond, trebuie observat că atît faptul că aceste concepte au fost elaborate și definite în afara lingvisticii (anume în logică) cît și faptul că ele sînt considerate ca aparținînd aparatului conceptual al unei alte discipline decît lingvistica se explică în mare măsură prin tradiție (determinată de dezvoltarea istorică a celor două ramuri ale științei, lingvistica și logica) și nu prin *natura* lucrurilor. De fapt, pe lîngă cele arătate mai sus (cf. **a.—c.**), care sînt de natură să pună în lumină natura *lingvistică* (sau, mai exact, *și* natura lingvistică) a acestor concepte, trebuie adăugată și următoarea observație : nu putem vorbi nici de *validitate*, nici de *tautologie*, nici de *identitate de sens*, nici de *consecință logică* în mod independent de un anumit *limbaj specificat*, fie el artificial (ca diversele sisteme de „logică simbolică"), fie el natural. În acest sens, spunem că noțiunile aici în discuție aparțin *semanticii* în general (semanticii „generale") și deci oricărei discipline care descrie un sistem lingvistic (prin urmare și lingvisticii). Faptul că aceste concepte au primit o definiție exactă în raport cu limbajele artificiale (logice) se explică prin aceea că limbajul natural are o complexitate mult mai mare decît aceea a limbajelor logice, fapt care face mult mai dificilă definirea acestor concepte în raport cu limbajul natural. A fost nevoie deci de a le defini în raport cu limbaje cu o structură mult mai simplă decît aceea a oricărui limbaj natural (aşa se explică, dealtfel, în mare măsură, necesitatea de a „inventa" limbaje cum este limbajul logicii simbolice). Aceasta nu înseamnă însă că, prin natura lucrurilor, conceptele respective nu privesc decît limbajele logice.

(b) Capacitatea sau incapacitatea vorbitorilor de a folosi în mod corect o anumită regulă a sistemului lingvistic nu este corelată în mod necesar cu caracterul lingvistic sau nelingvistic al acestei reguli. Dacă un vorbitor foloseşte cu sens „greşit" un cuvînt tragem concluzii asupra competenţei sale *lingvistice* şi nu cu privire la caracterul lingvistic sau nelingvistic al semnificaţiei respective. Mai concret: dacă cineva vorbeşte despre o *şedinţă lucrativă* înţelegînd prin aceasta „şedinţă de lucru", nu vom pune niciodată la îndoială caracterul *lingvistic* al definiţiei „corecte" a cuvîntului, anume „care aduce un cîştig material (în special bănesc)" (vezi discuţia asupra acestui gen de situaţii în Vasiliu, 1976), ci vom spune pur şi simplu că vorbitorul respectiv *nu cunoaşte o anumită regulă de sens* şi că deci competenţa sa individuală este deficitară. Un alt exemplu: dacă cineva nu recunoaşte raportul de parafrază între:

(76) *Ion vede o mulţime de obiecte de acelaşi fel (şi cu aceleaşi dimensiuni), aşezate ordonat unele peste altele, pentru a forma o grămadă.*

(ceea ce urmează după *vede* este definiţia unuia dintre sensurile din DEX s.v. pentru cuvîntul *stivă*) şi

(77) *Ion vede o stivă.*

nimeni nu va fi înclinat să spună că raportul de parafrază dintre cele două expresii nu priveşte lingvistica, ci o altă disciplină ştiinţifică.

Dacă am accepta un raţionament de acest fel, ar trebui să acceptăm şi ideea că acordul subiectului cu predicatul nu este o regulă lingvistică, fiindcă sînt mulţi vorbitori care nu ştiu să facă acordul.

În încheierea acestor observaţii, trebuie arătat că tautologiile, ca „reguli" care exprimă capacitatea unui limbaj — deci şi a limbajului natural — de a „comunica" ceva în legătură cu universul real, se „învaţă" tot aşa cum se „învaţă" sensurile cuvintelor sau regulile gramaticale.

Atunci cînd se spune că studiul gramaticii în şcoală urmăreşte să cultive la elevi capacitatea de a face o expunere „logică" sau capacitatea de a cuprinde sistemul de conexiuni „logice" dintr-un text sau „structura logică" a acestuia sau a unei fraze, se are în vedere în mare măsură, în ultimă analiză, şi deprinderea elevilor cu folosirea (evident, în formă neexplicită) regulilor „tautologice". Ca urmare a acestei instrucţii, un vorbitor trebuie să ştie că nu poate afirma (sau „spune") în aceeaşi ocazie şi cu referire la acelaşi moment fraze ca

(78) *Ion doarme și Gheorghe citește*

şi

(79) *Ion nu doarme sau Gheorghe nu citește*

sau

(80) *Dacă Ion doarme, atunci Gheorghe citește*

şi

(81) *Ion doarme și Gheorghe nu citește*

etc.

Dacă lucrurile stau aşa, aceasta înseamnă că vorbitorii îşi *însușesc* regulile de natură tautologică care guvernează limbajul natural tot aşa cum îşi *însușesc* sistemul de reguli fonologice, morfologice, sintactice şi semantice.

Evident că această „însuşire" a regulilor de natură tautologică poate să se realizeze şi prin simpla transmitere de experienţă lingvistică, tot aşa cum se realizează şi însuşirea regulilor al căror caracter strict lingvistic nu este contestat de nimeni.

Capitolul III

LOGICA PROPOZIŢIILOR ŞI MODALITĂŢILE ALETHICE

§ 1. Consideraţii introductive. În acest capitol ne ocupăm de un limbaj logic mai complex decît cel din Cap. II, anume de un limbaj logic care conţine, pe lîngă constante propoziţionale, variabile propoziţionale şi conectori, două semne speciale, numite operatori modali şi care corespund, în parte, expresiilor de tipul *este necesar*, *este posibil* din limbajul natural.

În logica propoziţiilor, eram interesaţi numai de faptul dacă o expresie este „adevărată" sau „falsă", fără vreo altă calificare. În logica modală sîntem interesaţi, de asemenea, în a şti *cum* (= în ce *mod*) este adevărată sau falsă o propoziţie : dacă este adevărată sau falsă *în mod necesar*, sau dacă este adevărată sau falsă numai *în mod posibil*. În paragrafele următoare se vor înlocui aceste explicaţii aproximative asupra sensului celor doi operatori modali prin definiţii exacte.

Dat fiind că majoritatea conceptelor semantice de bază au fost introduse şi explicate în capitolul precedent şi că semnificaţia lor lingvistică a fost discutată pe larg în Cap. II, în acest capitol vom încerca să degajăm relevanţa lingvistică a conceptelor nou introduse abia *la sfîrşit*, după ce întregul sistem conceptual al logicii modale va fi fost prezentat.

§ 2. Elementele constitutive ale sistemului modal. Sistemul modal pe care îl vom descrie în paragrafele următoare se compune din următoarele semne :

(a) constante propoziţionale : a, b, $c, \ldots$; a_1, $a_2, \ldots$; b_1, $b_2, \ldots$, care au aceeaşi valoare cu constantele propoziţionale din logica ne-modală a propoziţiilor (cf. II § 2);

(b) variabile propoziţionale: p, q, r, ...; p_1, p_2, ...; q_1, q_2, ..., care au aceeaşi valoare cu variabilele propoziţionale din logica ne-modală (cf. II § **2**);

(c) conectori: '$\sim$'(negaţie) '$\wedge$' (conjuncţie), '$\vee$' (disjuncţie), '$\supset$' (implicaţie), '$\equiv$' (echivalenţă), cu semnificaţia explicată neformal în II § **7**(i)—(vi).

Observaţie. Definiţia exactă a acestor conectori în logica modală se va da mai jos, **3—2**.

(d) operatori modali: '$\Box$' şi '$\Diamond$'. Primul este operatorul de *necesitate*, al doilea — operatorul de *posibilitate*. O expresie ca '$\Box\alpha$' se citeşte „α este necesar"; o expresie ca '$\Diamond\alpha$' se citeşte „α este posibil".

Pentru a putea construi expresii corecte în acest sistem, este nevoie să stabilim un număr de *reguli de formare*:

2—1. Reguli de formare

a. Identică cu II **7—1***a*.

b. Identică cu II **7—1***b*.

c. Dacă α este corect formată, atunci:

(i), '$\Box\alpha$' este corect formată; (ii) '$\Diamond\alpha$' este corect formată.

d. Dacă α este corect formată, atunci $\sim\alpha$ este corect formată.

Explicaţii. Pentru *a*., *b*. sînt valabile exact aceleaşi explicaţii cu cele privitoare la II **7—1** *a*., *b*. Regula de sub *c*. spune că oricărei expresii corect formate din logica ne-modală i se poate prefixa unul dintre operatorii modali '$\Box$' sau '$\Diamond$', iar rezultatul este o expresie corect formată în logica modală a propoziţiilor. Astfel, din expresii ca $p, \sim q$, $p \supset q$, $(p \vee q) \supset r$ (corect formate în logica propoziţiilor) se pot obţine expresii ca $\Box p$, $\Box \sim q$, $\Box(p \supset q)$, $\Diamond(p \supset q)$, $\Box((p \vee q) \supset r)$, $\Diamond((p \vee q) \supset r)$, care sînt corect formate în logica modală.

Pe de altă parte, tot conform cu *c*., o expresie modală se poate obţine din altă expresie modală prin prefixarea unui operator modal: dintr-o expresie ca $\Box p$ (formată pe baza regulii *c*.) se pot obţine expresii ca $\Box\Box p$ sau $\Diamond\Box p$;

dintr-o expresie ca $\Diamond p$ se pot obține expresii ca $\Box\Diamond p$ sau $\Diamond\Diamond p$; din expresii ca $\Box\Box p$, $\Box\Diamond p$, $\Diamond\Box p$, $\Diamond\Diamond p$, se pot obține, tot prin aplicarea regulii *c.*, expresii ca $\Box\Box\Box p$, $\Box\Box\Diamond p$, $\Box\Diamond\Box p$, $\Box\Diamond\Diamond p$ etc.

Cu privire la **2 — 1** *d.* trebuie observat că (spre deosebire de **7 — 1** *d.*) pe baza acesteia, se pot forma expresii corecte prin prefixarea negației atît pornind de la expresii ale logicii ne-modale (deci expresii ca $\sim p$, $\sim(\sim q)$, $\sim(p \supset q)$, $\sim((p \vee q) \supset r)$, cît și pornind de la expresii modale (deci $\sim\Box p$, $\sim\Diamond p$, $\sim\Box\sim p$, $\sim\Diamond\sim p$, $\sim\Box(p \supset q)$, $\sim\Diamond(p \supset q)$, $\sim\Box((p \vee q) \supset r)$, $\sim\Diamond((p \vee q) \supset r)$.

În vederea discuției din paragrafele următoare vom introduce prin definiție următoarele noțiuni:

2 — 2. Definiție. Fie α o expresie corect formată în sistemul modal (=formată pe baza regulilor **2 — 1**) și M unul dintre cei doi operatori modali, '$\Box$' sau '$\Diamond$'.

a. α este o **expresie LP** dacă și numai dacă nu conține nici un M.

b. α este o **expresie modală** dacă și numai dacă conține cel puțin un M.

c. α este un **constituent LP** al unei expresii modale dacă și numai dacă:

(i) α este un *constituent* al unei expresii modale β;

(ii) α este o *expresie LP.*

În acord cu **2 — 2 a.**, expresii ca p, $\sim p$, $(p \supset q)$, $(p \vee q) \supset r$ sînt **expresii LP**. În același timp, conform cu **2 — 2 b.**, ele sînt constituenți LP ai expresiilor $\Box p$ $\Diamond\sim p$, $\Box(p \supset q)$, $\Diamond((p \vee q) \supset r)$, respectiv. Tot așa, q, $(p \vee r)$ și $(p \equiv q)$ sînt constituenți LP ai expresiilor $q \wedge \Box(p \supset q)$, $(p \vee r) \supset \Box q$, $(p \equiv q) \wedge \Diamond(q \vee p)$, respectiv.

§ 3. Valorizare și lumi posibile. În II § 6 am introdus funcția de valorizare V, în conformitate cu care unei propoziții p i se asocia una sau alta din valorile de adevăr incluse în clasa $< 1, 0 >$. Această asociere a unei valori se făcea în mod absolut: $V(p) = 1$ însemna că „*p este adevărat*" pur și simplu, tot așa cum $V(p) = 0$ însemna că „*p* este fals" pur și simplu.

În acest paragraf vom considera valorile adevărat/fals nu în mod absolut, ci în dependență de, sau prin raportare la un anumit obiect w_i, care aparține unei clase de obiecte W, pe care o vom numi *clasă a lumilor posibile*. În consecință, V devine o funcție de două variabile p și w_i domeniul valorilor rămînînd același, anume $< 1, 0 >$. Vom scrie deci $V(p, w_i) = 1$ sau $V(p, w_i) = 0$, citind „p are valoarea 1 în w_i" și, respectiv, „p are valoarea 0 în w_i".

În legătură cu V formulăm următoarea regulă

3—1. Regulă de valorizare. Pentru orice expresie α și orice $w_i \in W$, avem fie $V(\alpha, w_i) = 1$, fie $V(\alpha, w_i) = 0$ dar nu amîndouă.

La sfîrșitul acestui paragraf, vom arăta mai exact care este relația dintre conceptul de „lume posibilă"(descripție de stare) așa cum a fost definit în **9—1** și obiectele w_i, w_j ale clasei W, a „lumilor posibile".

Imediat mai jos vom da regulile de adevăr pentru conectori, prin raportare la obiectele conținute în clasa W.

3—2. Reguli de adevăr pentru conectori

RA 1 [$\sim$]: $V(\sim\alpha, w_i) = 1$ dacă și numai dacă $V(\alpha, w_i) = 0$; în caz contrar, $V(\sim\alpha, w_i) = 0$.

RA 2 [$\wedge$]: $V[(\alpha \wedge \beta), w_i] = 1$ dacă și numai dacă $V(\alpha, w_i) = V(\beta, w_i) = 1$; în caz contrar, $V[(\alpha \wedge \beta), w_i] = 0$.

RA 3 [$\vee$]: $V[(\alpha \vee \beta, w_i] = 1$ dacă și numai dacă:

a. $V(\alpha, w_i) = V(\beta, w_i) = 1$ sau:

b. $V(\alpha, w_i) = 1$ și $V(\beta, w_i) = 0$, sau:

c. $V(\alpha, w_i) = 0$ și $V(\beta, w_i) = 1$;

dacă nici *a.*, nici *b.*, nici *c.*, atunci

$V[(\alpha \vee \beta), w_i] = 0$.

RA 4 [$\supset$]: $V[(\alpha \supset \beta), w_i] = 1$ dacă și numai dacă:

a. $V(\alpha, w_i) = V(\beta, w_i) = 1$, sau:

b. $V(\alpha, w_i) = V(\beta, w_i) = 0$, sau:

c. $V(\alpha, w_i) = 0$, $V(\beta, w_i) = 1$;

dacă nici *a.*, nici *b.*, nici *c.*, atunci

$V[(\alpha \supset \beta), w_i] = 0$.

RA 5 [≡]: $V[(\alpha \equiv \beta), w_i] = 1$ dacă şi numai dacă:

a. $V(\alpha, w_i) = V(\beta, w_i) = 1$, sau:

b. $V(\alpha, w_i) = V(\beta, w_i) = 0$;

dacă nici *a.*, nici *b.*, atunci

$V/(\alpha \equiv \beta), w_i) = 0$.

Observaţie. Aceste reguli sînt perfect asemănătoare cu regulile *RA 1—5* de sub II, **7—2** cu singura deosebire că în **3—1** asocierea valorii *1*, sau *0* unei anumite expresii se face ***în raport cu o lume posibilă***, w_i.

Pentru a putea stabili raportul dintre regulile de sub **3—2** şi conceptul de „lume posibilă" (sau: descripţie de stare) aşa cum a fost definit sub II, **9—1**, vom aminti că o lume posibilă nu este altceva decît o colecţie de propoziţii cu anumite proprietăţi:

(a) dacă p aparţine acestei colecţii, atunci $\sim p$ nu aparţine, şi invers;

(b) dacă p aparţine acestei colecţii, atunci $V(p) = 1$, şi dacă $\sim p$ aparţine acestei colecţii, atunci $V(\sim p) = 1$ (cf. II **9—1**, 1°, 2°).

(c) dacă $p_1, p_2, \ldots, p_n$ aparţin acestei colecţii şi dacă q este o consecinţă logică a propoziţiilor $p_1, p_2, \ldots p_n$, atunci q aparţine, de asemenea, acestei colecţii.

Să considerăm acum obiectele $w_1, w_2, \ldots$ din mulţimea W, ca fiind ***lumi posibile*** în sensul definiţiei II, **9—1**. În aceste condiţii, vom căuta să vedem ce înseamnă de fapt expresii ca $V(p, w_i) = 1$ sau $V(p, w_i) = 0$.

Dacă w_i este o clasă de propoziţii care este o *lume posibilă* şi dacă $V(p, w_i) = 1$ spune că p este adevărat în această lume posibilă, w_i, aceasta nu înseamnă altceva, conform cu II **9—1**, 2°, decît că $p \in w_i$ (= propoziţia p *aparţine* clasei w_i).

Dacă w_i este o lume posibilă în sensul definiţiei II **9—1**, şi dacă $V(p, w_i) = 0$ spune că p este fals în *această lume posibilă*, w_i, aceasta înseamnă, conform cu **3—2**, *RA 1* că $V(\sim p, w_i) = 1$. Dar, întrucît $V(\sim p, w_i) = 1$ înseamnă că $\sim p$ este adevărat în lumea posibilă w_i, aceasta nu înseamnă altceva, conform cu II **9—1** 2°, decît că $\sim p \in w_i$.

Mai departe, conform cu II, **9—1**, 1°, dacă $p \in w_i$, atunci $\sim p \notin w_i$ (citeşte: „p nu aparţine la w_i"), şi dacă $\sim p \in w_i$, atunci $p \notin w_i$.

Cele arătate pot servi ca demonstraţie neformală pentru următoarea propoziţie:

3—3. Propoziţie. Fie w_i o lume posibilă în sensul definiţiei II **9—1.**

A. **a.** $V(p, w_i) = 1$ dacă şi numai dacă $p \in w_i$

b. $V(p, w_i) = 0$ dacă şi numai dacă $\sim p \in w_i$

c. $V(\sim p, w_i) = 1$ dacă şi numai dacă $\sim p \in w_i$

d. $V(\sim p, w_i) = 0$ dacă şi numai dacă $p \in w_i$

B. **a.** $V(p, w_i) = 0$ dacă şi numai dacă $p \notin w_i$

b. $V(\sim p, w_i) = 0$ dacă şi numai dacă $\sim p \notin w_i$

Propoziţia de mai sus exprimă faptul că a spune că o propoziţie este adevărată într-o anumită lume posibilă echivalează cu a spune că propoziţia respectivă aparţine lumii posibile respective (**3—3** *A*, **a.**, **c.**). A spune că o propoziţie este *falsă* într-o anumită lume posibilă înseamnă a spune fie că (a) *negaţia* ei aparţine lumii posibile respective, fie că (b) propoziţia respectivă *nu aparţine* lumii posibile respective.

După cum am arătat în II§ **9** (cf. II **9—3 a.**), cu propoziţiile care aparţin unei clase de propoziţii cu n membri, se pot construi 2^n lumi posibile (în sensul definiţiei II **9—1**).

Să presupunem că una dintre lumile posibile $w_1, \ldots w_n$, anume w_i este *lumea reală*. Să presupunem că cineva face parte din starea de lucruri descrisă de w_i.

Existînd în w_i, cineva poate să-şi „reprezinte" o altă stare de lucruri, diferită de aceea în care există; vom simboliza această stare de lucruri (pe care cineva din w_i şi-o poate „reprezenta") prin w_j. De exemplu, trăind într-o regiune în care *există lupi* pot să-mi reprezint, ca lume posibilă alternativă la aceea în care trăiesc, o lume în care *nu există lupi*. În acest sens, putem spune că lumea w_j este accesibilă lumii w_i.

Mai departe: dacă w_j este accesibilă (în sensul de mai sus) lumii w_i (în care cineva există), acest cineva se poate reprezenta pe el însuşi ca existînd în w_j şi, mai departe, din w_j, reprezentîndu-şi o altă lume, w_k, cu anumite caracteristici, diferite şi de acelea ale lumii w_i, şi de acelea ale lumii w_j. De exemplu, dacă w_i este lumea în care *nu există lupi* şi *există patru anotimpuri*, lumea w_k ar putea fi lumea în care *nu există lupi* şi *nu există patru anotimpuri*. Prin urmare, prin faptul că cineva se reprezintă pe sine ca existînd în w_j, lumea w_k devine accesibilă lumii w_j. În aceste condiţii, cineva care există realmente în w_i îşi reprezintă o lume alternativă, w_j, şi, mai departe, reprezentîndu-se pe sine ca existînd în w_j, îşi reprezintă în continuare o lume pe care şi-ar putea-o reprezenta *din* w_j, anume o lume w_k. Prin urmare, cel care există în w_i îşi reprezintă o lume w_k, *prin intermediul* unei lumi w_j, care este accesibilă lumii w_i.

Cele arătate se pot exprima în felul următor: dacă lumea w_j este accesibilă lumii w_i, şi dacă lumea w_k este accesibilă lumii w_j, atunci lumea w_k este accesibilă lumii w_i. Spunem, în aceste condiţii, că relaţia de accesibilitate este *tranzitivă*.

Se poate însă să nu facem presupunerea că cineva existînd realmente în w_i (lumea reală) se poate reprezenta pe sine însuşi existînd într-o lume w_j, accesibilă lumii w_i, şi de acolo (din w_j) reprezentîndu-şi, mai departe, o altă lume, w_k. În acest caz, relaţia de accesibilitate este *netranzitivă*.

Mai departe. Putem considera că cineva existînd în w_i, (lumea reală) îşi poate reprezenta o lume alternativă, w_j, şi că se poate reprezenta pe el însuşi în w_j. În cazul în care presupunem, în continuare, că, reprezentîndu-se pe sine în w_j, cineva îşi poate reprezenta, *din* w_j, lumea reală w_i, spunem de fapt că w_j *este accesibilă* lumii w_i şi că, invers, w_i *este accesibilă* lumii w_j. În acest caz, relaţia de accesibilitate este *simetrică*. În cazul în care facem prima presupunere, dar nu o facem şi pe cea de a doua (anume, că reprezentîndu-se pe sine în w_j, cineva îşi poate reprezenta, din w_j, lumea reală) înseamnă că avem în vedere o relaţie de accesibilitate cu caracter *nesimetric*.

În sfîrşit, în cazul în care presupunem că cineva existînd într-o lume w_i (să spunem ca şi mai sus că w_i este lumea reală) îşi poate reprezenta această lume în totalitatea ei, spunem că w_i îşi este accesibilă ei înseşi. În acest caz, putem spune că relaţia de accesibilitate este *reflexivă*. În cazul în care considerăm că cineva existînd în w_i nu este capabil în mod necesar să-şi reprezinte lumea w_i în totalitatea ei, putem spune că relaţia de accesibilitate este *nereflexivă*.

Observaţie. O relaţie de accesibilitate nereflexivă nu este atît de neobişnuită, cum ar părea la prima vedere. Este foarte posibil ca cineva care trăieşte în Bucureşti să nu ştie să spună dacă o propoziţie ca : *În Bucureşti există o clădire cu 28 de etaje* este adevărată sau falsă. Deci este foarte posibil ca cineva care există în w_i să nu aibă acces la *întreaga* lume w_i.

În consideraţiile de mai sus, pentru a oferi o bază intuitivă de înţelegere a relaţiei de accesibilitate, am făcut uz de anumite elemente anecdotice : un individ care *există* într-o anumită lume şi care îşi *reprezintă* sau *nu-şi reprezintă* o altă stare de lucruri alternativă ; care *se reprezintă pe sine într-o altă stare de lucruri* etc.

Lăsînd la o parte aceste consideraţii cu caracter foarte concret, putem considera o relaţie abstractă R între membrii mulţimii W a lumilor posibile. Această relaţie R o numim *prin convenţie* relaţie de „accesibilitate”. (Eventual ne-am putea mulţumi cu desemnarea ei cu ajutorul simbolului R.)

Există mai multe posibilităţi de a defini relaţia R, pe mulţimea W, a lumilor posibile, avînd în vedere proprietăţile de (i) reflexivitate, (ii) tranzitivitate, (iii) simetrie ale acestei relaţii, posibilităţi rezultate din combinarea diferită a acestor proprietăţi :

a) Putem considera că R este *reflexivă* : pentru orice $w_i \in W$, $w_i R w_i$.

(b) Putem considera că R este *tranzitivă* : pentru orice

$w_i \in W$, orice $w_j \in W$ şi orice $w_k \in W$, dacă $w_i R w_j$ şi $w_j R w_k$, atunci $w_i R w_k$.

(c) Putem considera că R este *simetrică*: pentru orice $w_i \in W$ şi orice $w_j \in W$, dacă $w_i R w_j$, atunci $w_j R w_i$.

(d) Putem considera că R este *reflexivă* şi *tranzitivă* (deci satisface condiţiile de sub (a), (b)).

(e) Putem considera că R este *reflexivă* şi *simetrică* (deci satisface condiţiile de sub (a), (c)).

(f) Putem considera că R este *tranzitivă* şi *simetrică* (deci satisface condiţiile de sub (b), (c)). Este uşor de observat că, dacă R este *tranzitivă* şi *simetrică*, atunci R este şi *reflexivă*: dat fiind că pentru orice w_i, w_j, $w_k \in W$ este adevărat că, în cazul în care $w_i R w_j$ şi $w_j R w_k$, atunci $w_i R w_k$ şi dat fiind că R este simetrică, atunci este adevărat şi faptul că dacă $w_i R w_j$ şi $w_j R w_i$, atunci $w_i R w_i$.

(g) Putem considera că R este *reflexivă*, *tranzitivă* şi *simetrică* (deci satisface condiţiile de sub (a), (b), (c)). Se ştie că o relaţie care satisface toate aceste trei condiţii este o „relaţie de echivalenţă".

Observaţie. Dat fiind că o relaţie R care este *tranzitivă* şi *simetrică* este, în mod necesar, şi *reflexivă*, urmează că o relaţie ca cea definită mai sus, sub (f), este, în acelaşi timp, şi o relaţie de *echivalenţă* (ca şi cea de sub (g)).

(h) Putem, în sfîrşit, considera că relaţia R este *nereflexivă*, *netranzitivă* şi *nesimetrică* (deci nu satisface nici una din condiţiile (a), (b), (c).

Pe baza relaţiei R definită într-unul din felurile menţionate sub (a) — (h) putem delimita şi considera numai *o parte* din clasa W.

De exemplu, putem defini pe R ca sub (a) şi considera, în continuare, subclasa W_1 a clasei W, pe care o definim astfel: pentru orice $w_i \in W$, dacă $w_i R w_i$, atunci $w_i \in W_1$.

Definind pe R ca sub (b), putem considera în continuare subclasa W_2 a clasei W pe care o definim astfel: pentru orice w_i, w_j, $w_k \in W$, dacă $w_i R w_j$ şi $w_j R w_k$ implică $w_i R w_k$, atunci w_i, w_j, $w_k \in W_2$.

Procedînd mai departe pe baza aceluiaşi principiu, putem obţine subclasele W_3, $W_4, \ldots, W_8$.

§ 4. **Operatori modali.** Cînd afirmăm o frază ca

(82) **Este posibil ca** *Ion să fie acasă.*

facem în fond afirmaţia că oricare ar fi starea de lucruri reală (deci fie că *Ion este acasă*, fie că *Ion nu este acasă*), *există o stare de lucruri* (cea reală sau alta) în care *Ion este acasă.* Într-o formulare mai tehnică, (82) afirmă că există o lume posibilă în care propoziţia *Ion este acasă* este adevărată.

După cum se observă, pentru a exprima sensul frazei (82) nu a fost necesar să considerăm starea reală de fapt, ci am putut să ne referim şi la alte stări de fapt decît cea reală, anume la una care, dacă nu este numaidecît cea reală, poate constitui o stare de fapt alternativă la cea reală, adică o stare reprezentabilă sau *posibilă.* Dacă starea reală este, conform cu II **9—1**, o „lume posibilă", atunci o alternativă diferită de starea reală nu este altceva decît *o altă lume posibilă.*

Observăm, prin urmare, că, pentru a explica sensul unei fraze ca (82), nu este suficient să considerăm o singură lume posibilă (aşa cum am făcut, în II § 4, pentru a explica sensul unei propoziţii simple), ci este necesar să considerăm, în mod simultan, mai multe lumi posibile.

Pentru a reveni acum la limbajul logic, conform cu II **3—2**, o propoziţie ca '*a*' este adevărată dacă şi numai dacă Ion doarme. În acest caz am avut în vedere o singură lume posibilă, şi anume cea reală. Considerînd, în continuare, o expresie ca '$\Diamond a$', va trebui să spunem, conform cu cele arătate mai sus în acest paragraf, că '$\Diamond a$' este adevărată dacă şi numai dacă *există o lume posibilă* în care *a* este adevărată, deci o lume posibilă în care Ion doarme (cf. **II 3—2**).

Sensul unei fraze ca

(83) **În mod necesar,** *Ion este student* **sau** *Ion nu este student*

poate fi explicat astfel : *Ion este student* **sau** *Ion nu este student* este adevărată totdeauna, adică în *orice stare de lucruri* (inclusiv, deci, starea de lucruri reală). Dat fiind că ceea ce am numit aici „stare de lucruri" nu este altceva decît o *lume posibilă*, putem reformula sensul frazei (83) spunînd că *Ion este student* **sau** *Ion nu este student* este *adevărată în toate lumile posibile.*

Întîmplător, în măsura în care *Ion este studeut* **sau** *Ion nu este student* este o tautologie, afirmația că această frază este „adevărată în toate lumile posibile" este și ea adevărată.

Am arătat (II, **11**—**2**) că o expresie este *validă* dacă și numai dacă ea este adevărată în *toate lumile posibile*, iar în II **11**—**4** am definit tautologia ca o expresie validă în logica propozițiilor; acesta este motivul pentru care spunem că fraza de mai sus este adevărată în toate lumile posibile și, prin urmare, (83) este adevărată.

După cum se observă, în acest caz, pentru a exprima sensul frazei (83), deci condiția ei de adevăr, nu a fost suficient să ne referim la o singură lume posibilă (cea reală), ci a trebuit să ne referim la mai multe, mai exact, la *toate*.

Pentru a reveni din nou la limbajul logic, vom spune ca și mai sus că a este adevărată dacă și numai dacă Ion doarme (II, **3**—**2**). Mai departe, o expresie ca '$\Box a$' este adevărată dacă și numai dacă 'a' este adevărată *în toate lumile posibile* (deci nu numai în cea reală).

Întîmplător, '$\Box a$' nu este adevărată, întrucît a se pare că nu este adevărată în *toate* lumile posibile.

Observație. În schimb, '$\Box (a \vee \sim a)$' *este* adevărată, deoarece '$a \vee \sim a$', ca tautologie, este adevărată în toate lumile posibile.

În cazul în care am defini conceptele de *posibil* ($\Diamond$) și *necesar* ($\Box$) ca mai sus, adică „adevărat în *cel puțin una* din lumile posibile" și, respectiv, „adevărat în *toate* lumile posibile", am ajunge în mod necesar la concluzia că o expresie ca '$\Box \alpha$' este adevărată atunci și numai atunci cînd α este o *tautologie* (întrucît, în logica propozițiilor, numai tautologiile sînt adevărate în toate lumile posibile).

Există însă și posibilitatea de a da formulării *toate lumile posibile* o accepție mai restrînsă, adică posibilitatea de a considera numai *o parte* din lumile posibile (care se pot descrie în termenii unei colecții de propoziții simple). În acest caz *toate lumile posibile* va însemna „toate lumile posibile *din acea parte* a totalității lumilor". Și aici intervine rolul relației R (de accesibilitate) definită în § **3**. Nu vom mai vorbi pur și simplu de „adevărat în toate lumile posibile" ci de „adevărat în toate lumile posibile accesibile lumii reale w_i". Dar lumile accesibile lumii w_i nu sînt altceva decît clasa constituită din acei w_j pentru care $w_i R w_j$ este adevărată.

În felul acesta, formularea „toate lumile posibile (accesibile)" își va modifica semnificația în raport cu felul în care au fost obținute cele 8 subclase ale lui W ($W_1, \ldots, W_8$) la sfîrșitul § **3**. „Toate lumile posibile (accesibile)" poate însemna „toate lumile din W_1" (cînd R este numai reflexivă), sau „toate lumile din W_2" (cînd R este *tranzitivă*), sau „toate lumile din W_3" (cînd R este *simetrică*) ș.a.m.d., pînă la W_8 (cînd R este *nereflexivă*, *netranzitivă* și *nesimetrică*).

În urma acestor considerații, putem să stabilim următoarele reguli de adevăr pentru expresiile formate prin prefixarea operatorilor modali.

4—1. Reguli de adevăr pentru operatori modali. Fie α o expresie oarecare.

RA 1 [$\Box$]: Pentru orice α și orice $w_i \in W$, $V(\Box\alpha, w_i) = 1$ dacă și numai dacă pentru orice $w_j \in W$, pentru care $w_i R w_j$, $V(\alpha, w_j) = 1$; în caz contrar, $V(\Box\alpha, w_i) = 0$.

RA 2 [$\Diamond$]: Pentru orice α și orice $w_i \in W$, $V(\Diamond\alpha, w_i) = 1$ dacă și numai dacă există cel puțin un $w_j \in W$, pentru care $w_i R w_j$, astfel încît $V(\alpha, w_j) = 1$; în caz contrar, $V(\Diamond\alpha, w_i) = 0$.

Date fiind considerațiile care precedă regulile de sub **4—1**, rezultă că există mai multe feluri de a defini operatorul '$\Box$' (în raport cu felul în care este definită relația R); corespunzător acestor definiții diferite ale operatorului de necesitate, vom avea *sisteme modale* (*alethice*) *diferite*. Conform cu diversele moduri de a defini relația R (menționate la sfîrșitul § 3(a) — (h)), vom avea *cel puțin opt* sisteme modale distincte. Dintre aceste sisteme, nu vom descrie în paragrafele următoare decît trei (urmînd sistemul de designație din Hughes & Cresswell, 1972), sistemele *T*, *S4* și *S5*. În sistemul *T*, relația R este *reflexivă* (cf. (a) de la sfîrșitul § **3**), în *S4*, relația R este *reflexivă* și *tranzitivă* (cf. (d) de la sfîrşitul § **3**), în *S5*, relaţia *R* este *reflexivă*, *tranzitivă* şi *simetrică* (cf. (g) de la sfîrşitul § **3**).

După cum am văzut în §§ **3**, **4**, în definiţia conceptului de „adevăr", în sistemele modale intervine nu numai funcţia *V* de valorizare, ci şi relaţia *R* de *accesibilitate* şi clasa $W = \langle w_1, \ldots, w_n \ldots, \rangle$ a lumilor posibile.

Spunem că orice triplet de forma $\langle W, R, V \rangle$ unde:

— *W* este o clasă de obiecte numite *lumi posibile*: $\langle w_1, \ldots, w_n, \ldots \rangle$,

— *R* este o relaţie definită pe mulţimea obiectelor din *W*, relaţie caracterizată într-unul din modurile indicate la sfîrşitul § **3** sub (a) — (h), iar

— *V* este o funcţie de două variabile (una aparţinînd expresiilor corect formate în sistemul dat, cealaltă aparţinînd clasei *W*) ale cărei valori fac parte din clasa $\langle 1, 0 \rangle$ (a valorilor de adevăr)

este un *model* (semantic).

Întrucît relaţia *R* poate fi caracterizată, aşa cum am văzut, în mai multe feluri (cel puţin în opt feluri), vom avea cel puţin opt tipuri de modele (semantice), fiecare corespunzînd unui sistem modal.

Întrucît ne ocupăm de sistemele *T*, *S4* şi *S5*, vom avea a face în paragrafele următoare cu trei tipuri de modele, asociate sistemelor descrise, anume *modelul T*, *modelul S4* şi *modelul S5*.

§ 5. Sistemul T.

a. Elementele constitutive ale sistemului T. *Inventarul* de semne ale sistemului este cel indicat în § **2**, sub (a) — (c); *regulile de formare* sînt cele formulate sub **2—1**, *regulile de adevăr* sînt cele indicate în **3—1**, **3—2**, **4—1**, *regula de substituţie reciprocă definiendum/definiens*, identică cu II **12—5**.

b. Modelul T şi noţiunea de „valorizare". După cum am arătat în § **4**, un model *T* este constituit din tripletul $\langle W, R, V \rangle$, unde:

1⁰. *W* este clasa lumilor posibile;

2⁰. *R* este o relaţie *reflexivă* definită pe clasa *W*; deci, pentru orice $w_i \in W$, avem $w_i R w_i$;

3⁰. *V* este o funcţie prin intermediul căreia fiecărei expresii corect formate, α, i se asociază una dintre valorile $\langle 1, 0 \rangle$, în raport cu un element, w_i, al clasei W, în conformitate cu regulile **3—1**, **3—2** și **4—1**.

Dat fiind că funcția V (de valorizare) este un element al modelului T, urmează că, în principiu, asocierea valorii *1* (adevărat) sau *0* (fals) la o expresie este *dependentă* de modelul T.

Nu mai vorbim, deci, pur și simplu, de „adevărat" și/sau „fals", ci de „adevărat în (modelul) T" sau „fals în (modelul) T".

De fapt, specificarea „în (modelul) T" este indispensabilă numai pentru expresiile formate cu operatori modali, întrucît relația R (împreună cu proprietățile care o definesc) intervine numai în regulile de adevăr stabilite pentru această clasă de expresii (cf. **4—1**). În regulile de adevăr pentru expresiile nemodalizate, relația R nu intervine în nici un fel (cf. **3—2**). Or, după cum am arătat în § **4**, singura diferență între cele trei modele semantice de care ne ocupăm rezidă în felul în care este definită relația R (*reflexivă* în modelul T, *reflexivă* și *tranzitivă* în modelul *S4*, și *reflexivă, tranzitivă* și *simetrică*, în modelul *S5*). Prin urmare, dacă α este o expresie care nu conține operatori modali, $V(\alpha, w_i) = 1$ sau $V(\alpha, w_i) = 0$ înseamnă același lucru în oricare din cele trei modele, întrucît condițiile de adevăr ale expresiei α nu depind în nici un fel de natura relației R. În schimb, dacă α are forma '$\Box\beta$', $V(\Box\beta, w_i) = 1$ înseamnă altceva în T decît în *S4* sau *S5*; aceasta deoarece condiția de adevăr a expresiei '$\Box\beta$' depinde de natura relației R, așa cum arată regula *RA 1* de sub **4—1** : '$\Box\beta$' este adevărată în w_i dacă și numai dacă în orice w_j pentru care avem w_iRw_j, $V(\beta, w_j) = 1$; dar „orice w_j" înseamnă totalitatea membrilor subclasei W_1 (a clasei W), în cazul sistemului T, în timp ce „orice w_j" înseamnă totalitatea membrilor subclasei W_4 (a clasei W) sau totalitatea membrilor subclasei W_7 (a clasei W), în cazul sistemelor *S4*, respectiv *S5* (pentru noțiunea de subclasă a clasei W, vezi considerațiile finale din § **3**).

e. Validitate în T. În acord cu II § **11—1**, o expresie α este *validă în logica propozițiilor* dacă și numai dacă, pentru orice valorizare V, a clasei de propoziții care formează constituenții ultimi ai expresiei α, avem $V(\alpha) = 1$; mai pe scurt : α este validă în logica propozițiilor, dacă pentru orice valorizare avem $V(\alpha) = 1$.

Ținînd seamă de faptul că (a) în T, nu vorbim pur și simplu de „valorizare”, ci de valorizare în raport cu o anumită lume posibilă, w_i (cf. § **3**), (b) în T, funcția V este un membru al tripletului $\langle W, R, V \rangle$ și (c) valorizarea depinde, în cazul expresiilor modalizate, de natura relației R (cf. mai sus, sub **b.**), urmează că, în definirea conceptului de „validitate în T”, trebuie să intervină în mod explicit raportarea la o *lume posibilă* și la un model T.

Dacă o expresie validă în logica propozițiilor era o expresie adevărată în toate lumile posibile (descripțiile de stare), cf. II **11**—**2**, în cazul în care vrem să transferăm în sistemul T conceptul de validitate și să-l adaptăm acestui sistem, atunci trebuie să admitem în primul rînd că o expresie validă în T este o expresie *adevărată în toate lumile posibile, deci în orice* $w_i \in W$. Mai departe, dat fiind că funcția V este un element al *modelului* T, urmează că trebuie să admitem, de asemenea, că o expresie validă în T nu este numai o expresie adevărată în orice $w_i \in W$, ci și o expresie adevărată în orice $w_i \in W$, în raport cu *modelul* T. În sfîrșit, ținînd seamă de faptul că există mai multe *modele* T posibile în raport cu aceeași expresie (deoarece există mai multe valorizări posibile ale constituenților unei expresii în raport cu aceeași lume posibilă, după cum există posibilitatea ca același constituent să aibă valorizări diferite în lumi posibile diferite), urmează că, pentru a fi validă în T, o expresie trebuie să fie *adevărată în raport cu orice model* T.

Toate condițiile formulate mai sus sînt incluse în următoarea definiție a validității :

5—**1. Definiție.** O expresie α este **validă în T** dacă și numai dacă pentru orice $w_i \in W$ și orice *model* T de forma $\langle W, R, V \rangle$, avem $V(\alpha, w_i) = 1$.

Observație. Pentru a face mai clară semnificația formulării „orice *model* T”, vom analiza cîteva exemple.

1°. Pentru o expresie ca '$\Box p$' există următoarele *modele T* posibile:

(i) pentru orice $w_j \in W$, pentru care $w_i R w_j$, avem $V(p, w_j) = 1$;
(ii) pentru orice $w_j \in W$, pentru care $w_i R w_j$, avem $V(p, w_j) = 0$;
(iii) există un $w_j \in W$, pentru care $w_i R w_j$, astfel încît $V(p, w_j) = 1$;
(iv) există un $w_j \in W$, pentru care $w_i R w_j$, astfel încît $V(p, w_j) = 0$.

Conform regulii 4—1 *RA 1*, este clar că, în cazul (i) avem $V(\Box p, w_i) = 1$; în cazurile (ii) şi (iv) avem $V(\Box p, w_i) = 0$; în cazul (iii) nu putem stabili dacă $V(\Box p, w_i) = 1$ sau $V(\Box p, w_i) = 0$.

Prin urmare, trebuie să spunem în acest caz că '$\Box p$' nu este validă în *T* deoarece nu avem $V(\Box p, w_i) = 1$ pentru *orice model T* (ci numai pentru modelul (i)).

2°. Pentru o expresie ca p există următoarele *modele T* posibile (presupunînd că W este fixat):

(i) $V(p, w_i) = 1$ şi pentru orice $w_j \in W$, pentru care $w_i R w_j$, $V(p, w_j) = 1$;
(ii) $V(p, w_i) = 1$ şi pentru orice $w_j \in W$, pentru care $w_j R w_j$, $V(p, w_j) = 0$;
(iii) $V(p, w_i) = 1$ şi există un $w_j \in W$, pentru care $w_i R w_j$, astfel încît $V(p, w_j) = 1$;
(iv) $V(p, w_i) = 1$ şi există un $w_j \in W$, pentru care $w_i R w_j$, astfel încît $V(p, w_j) = 0$;
(v) $V(p, w_i) = 0$ şi pentru orice $w_j \in W$ pentru care $w_i R w_j$, $V(p, w_j) = 1$;
(vi) $V(p, w_j) = 0$ şi pentru orice $w_j \in W$ pentru care $w_i R w_j$, $V(p, w_j) = 0$;
(vii) $V(p, w_i) = 0$ şi există un $w_j \in W$, pentru care $w_i R w_j$, astfel încît $V(p, W_j) = 1$;
(viii) $V(p, w_i) = 0$ şi există un $w_j \in W$, pentru care $w_i R w_j$, astfel încît $V(p, w_j) = 0$.

Conform cu **5—1**, trebuie să spunem că p nu este validă în *T*, deoarece nu avem $V(p, w_i) = 1$ pentru oricare din cele 8 modele.

3°. Pentru o expresie ca $p \vee \sim p$, al cărei constituent ultim este p, avem exact aceleaşi modele posibile ca cele de sub 2° : (i) — (viii).

Urmează să calculăm valoarea expresiei $p \vee \sim p$ în raport cu cele opt modele posibile, pe baza regulilor **3—2** *RA 1, 3.*

Pentru (i) : dacă $V(p, w_i) = 1$, atunci, prin *RA 1*, $V(\sim p, w_i) = 0$; conform cu *RA 3*, $V[(p \vee \sim p), w_i] = 1$. Dat fiind că în *orice* $w_j \in W$, pentru care $w_i R w_j$, avem $V(p, w_j) = 1$, urmează, ca mai sus, că *în orice* w_j, pentru care $w_i R w_j$, avem $V(\sim p, w_j) = 0$. În consecinţă, în orice $w_j \in W$, pentru care $w_i R\, w_j$, avem $V(p \vee \sim p) = 1$.

Pentru (ii) : Dacă $V(p, w_i) = 0$, atunci, prin *RA 1*, $V(\sim p, w_i) = 1$. Conform cu *RA 3*, $V[(p \vee \sim p), w_i] = 1$. Dat fiind că în orice $w_j \in W$ pentru care $w_i R w_j$ avem $V(p, w_j) = 0$, urmează, ca mai sus, că în *orice* w_j pentru care $w_i R w_j$ avem $V(\sim p, w_j) = 1$. În consecinţă, în orice $w_j \in W$, pentru care $w_i R w_j$, avem $V[(p \vee \sim p), w_j] = 1$.

Fără a mai da raţionamentul în detaliu consemnăm, în continuare, numai rezultatele finale :

Pentru (iii) : $V[(p \vee \sim p), w_i)] = 1$ şi există un $w_j \in W$, pentru care $w_i R w_j$, astfel încît $V[(p \vee \sim p), w_j] = 1$.

Pentru (iv) : $V[(p \vee \sim p), w_i] = 1$ şi există un $w_j \in W$, pentru care $w_i R w_j$, astfel încît $V[(p \vee \sim p), w_j] = 1$.

Pentru (v) : $V[(p \vee \sim p), w_i] = 1$ şi pentru orice $w_j \in W$ pentru care $w_i R w_j$, $V[(p \vee \sim p), w_j] = 1$.

Pentru (vi) : $V[(p \vee \sim p), w_i] = 1$ şi pentru orice $w_j \in W$ pentru care $w_i R w_j$, $V[(p \vee \sim p), w_j] = 1$.

Pentru (vii) : $V[(p \vee \sim p), w_i] = 1$ şi există un $w_j \in W$, pentru care $w_i R w_j$, astfel încît $V[(p \vee \sim p), w_j] = 1$.

Pentru (viii) : $V[(p \vee \sim p), w_i] = 1$ şi există un $w_j \in W$, pentru care $w_i R w_j$, astfel încît $V[(p \vee \sim p), w_j] = 1$.

Se poate observa că în raport cu nici unul dintre modelele (i) — (viii) nu avem nici $V[(p \vee \sim p), w_i] = 0$, nici $V[(p \vee \sim p), w_j] = 0$. Rezultă că $\Box\, (p \vee \sim p)$ este adevărată în raport cu oricare din cele opt modele.

d. Metodă de testare a validităţii în T. Pentru a decide dacă o expresie α este sau nu este validă în T nu ne putem folosi de matricile de adevăr (ca în cazul expresiilor din logica propoziţiilor), deoarece, după cum am văzut, în sistemele modale, există cazuri în care, pentru a stabili valoarea de adevăr a unei expresii este necesar să considerăm în mod simultan şi comparativ *mai multe lumi posibile* (este vorba de valoarea de adevăr a expresiilor care conţin operatori modali). Matricile de adevăr nu oferă posibilitatea de a ne referi în mod simultan la mai multe lumi posibile.

Este necesară deci o altă metodă de testare. Putem dovedi în mod oarecum indirect că o expresie α este validă în T arătînd că presupunerea că α nu este validă duce la contradicţie. Această metodă se numeşte *metoda falsificării* sau a *reducerii la absurd.*

A spune că o expresie, α, nu este validă, înseamnă, conform cu **5—1**, a spune că: există o lume w_i pentru care $V(\alpha, w_i) = 0$, în raport cu cel puţin unul dintre modelele posibile T, de forma $\langle W, R, V\rangle$.

În cazul în care, făcînd ipoteza că există cel puţin o lume $w_i \in W$, în care $V(\alpha, w_i) = 0$, constatăm că *pentru un model T*, există un constituent, β, al expresiei α pentru care avem într-o lume w_j valorizările $V(\beta, w_j) = 1$ şi $V(\beta, w_j) = 0$ (situaţie care contrazice regula **3—1**), urmează că ipoteza că α *nu este validă* duce la contradicţie şi, prin urmare, este adevărată ipoteza contrară, anume că α *este validă.*

Ceva mai sistematic, metoda falsificării poate fi descrisă după cum urmează, ca un număr definit de paşi:

5—2. Testarea validităţii în T.

(i) Ipoteză: există o lume $w_i \in W$, astfel încît $V(\alpha, w_i) = 0$.

(ii) Se acordă constituenţilor $\beta_1,\ldots,\beta_n$ ai expresiei α valorile prescrise prin regulile **3—2**, **4—1**, pentru ca $V(\alpha, w_i) = 0$. În cazul în care există mai multe posibilităţi de valorizare a constituenţilor $\beta_1,\ldots,\beta_n$, se înregistrează fiecare valorizare în mod separat.

(iii) Se acordă fiecăruia dintre constituenţii $\gamma_1^1, \ldots, \gamma_m^1, \gamma_1^2,\ldots, \gamma_p^2, \gamma_1^n\ldots, \gamma_r^n$ ai expresiilor $\beta_1,\ldots,$ respectiv β_n valorile prescrise prin regulile **3—2**, **4—1**, pentru ca $V(\beta_1, w^*) = 1$, sau $V(\beta_1, w^*) = 0$; $V(\beta_2, w^*) = 1$ sau $V(\beta_2, w^*) = 0$; ...; $V(\beta_n, w^*) = 1$ sau $V(\beta_n, w^*) = 0$, conform cu valorile acordate expresiilor $\beta_1,\ldots,\beta_n$, pe baza celor prevăzute sub (ii), pentru fiecare din valorizările înregistrate prin (ii) (w^* simbolizează un element oarecare al clasei W, care urmează să fie specificat în cursul aplicării testului).

În cazul în care există mai multe posibilități de valorizare a constituenților $\gamma_1^1, \ldots, \gamma_m^1, \gamma_1^2, \ldots, \gamma_p^2, \ldots, \gamma_1^n, \ldots, \gamma_r^n$, se înregistrează fiecare valorizare în mod separat.

(iv) Procedeul se repetă pînă cînd:

(a) se ajunge la cel puțin o clasă de valorizări conformă cu **3—1** ale constituenților ultimi ai expresiei α, sau

(b) se ajunge la situația în care, adoptînd oricare din valorizările posibile la un moment al procedurii, se ajunge la situația în care pentru un constituent oarecare, δ, al expresiei α să avem $(V\delta, w^*) = 1$ și $V(\delta, w^*) = 0$.

În cazul (a) sau (b), testul se încheie.

În cazul (a), spunem că α ***nu este validă în T*** (deoarece ipoteza că există un $w_i \in W$, pentru care $V(\alpha, w_i) = 0$ poate fi admisă).

În cazul (b) spunem că α ***este validă în T*** (deoarece ipoteza că există un $w_i \in W$ pentru care $V(\alpha, w_i) = 0$ duce la contradicție — violînd regula **3—1** — și, în consecință, nu poate fi admisă).

Exemplificăm mai departe modul de aplicare a testului de validitate **5—3**.

Exemplul 1°. Fie expresia '$\Box p \equiv \sim \Diamond \sim p$'.

Ipoteză: Există o lume posibilă $w_i \in W$, astfel încît

$$V[(\Box p \equiv \sim \Diamond \sim p)\, w_i] = 0 \qquad (1)$$

Din (1), prin

3—2 *RA 5*: (a) $V(\Box p, w_i) = 1$ și $V(\sim \Diamond \sim p, w_i) = 0$ (2)

sau

$$\text{(b)}\quad V(\Box p, w_i) = 0 \text{ și } V(\sim \Diamond \sim p, w_i) = 1 \qquad (3)$$

Din (2), prin

4—1 *RA 1*: pentru *orice* $w_j \in W$, pentru care $w_i R w_j$

$$V(p, w_j) = 1 \qquad (4)$$

Din (2), prin

3—1 *RA 1*: $V(\Diamond \sim p, w_i) = 1$ (5)

Din (5), prin

4—1 *RA 2*: *Există* un $w_k \in W$, pentru care $w_i R\ w_k$, astfel încît $V(\sim p, w_k) = 1$ (6)

Din (6), prin

3—2 *RA 1*: $V(p, w_k) = 0$ (7)

Din (4): Dacă pentru *orice* $w_j \in W$, pentru care $w_i R w_j$, avem $V(p, w_j) = 1$, atunci și pentru w_k avem $V(p, w_k) = 1$ (8)

Din (3), prin

4—1 *RA 1*: *Există* un $w_j \in W$ pentru care $w_i R\ w_j$, astfel încît $V(p, w_j) = 0$ (9)

Din (3), prin

3—2 *RA 1*: $V(\Diamond \sim p, w_i) = 0$ (10)

Din (10), prin

4—1 *RA 2*: *Nu există nici un* $w_j \in W$, pentru care $w_i R w_j$, astfel încît

$V(\sim p, w_j) = 1$ (11)

Din (11), prin

3—2 *RA 1*: *Nu există nici un* $w_j \in W$, pentru care $w_i R w_j$, astfel încît

$V(p, w_j) = 0$ (12)

Din (12), prin

3—2 *RA 1*: Dacă *nu există nici un* w_j, pentru care $w_i R w_j$, astfel încît $V(p, w_j) = 0$, atunci, pentru *orice* $w_j \in W$, avem

$V(p, w_j) = 1$ (13)

Testul se încheie după (8) și (13), întrucît prin (8) și (7) avem $V(p, w_k) = 1$ și $V(p, w_k) = 0$, iar prin (13) și (9) avem $V(p, w_j) = 1$ și $V(p, w_j) = 0$.

Întrucît testul se încheie prin alternativa (b) din 5—2. spunem că '$\Box p \equiv \sim\Diamond\sim p$' este *validă în T*.

Exemplul 2°. Fie expresia '$\Box p \supset \Box\Box p$'.

Ipoteză: Există o lume posibilă $w_i \in W$, astfel încît

$$V[(\Box p \supset \Box\Box p), w_i] = 0. \qquad (1)$$

Din (1), prin

3—2, *RA 4*: (a) $V(\Box p, w_i) = 1$ și

(b) $V(\Box\Box p, w_i) = 0$ (2)

Din (2) (b), prin

4—1, *RA 1*: Există un $w_j \in W$ pentru care $w_i R w_j$, astfel încît $V(\Box p, w_j) = 0$. (3)

Din (3), prin

4—1, *RA 1*: Există un $w_k \in W$, pentru care $w_j R w_k$,

astfel încît $V(p, w_k) = 0$. (4)

Din (1) (a) prin

4—1, *RA 1*: Pentru orice $w_j \in W$ pentru care

$w_i R w_j$, $V(p, w_j) = 1$. (5)

Testul se încheie după (5) întrucît se ajunge la valorizarea singurului constituent ultim, p, al expresiei inițiale (alternativa (a)).

De observat: 1° faptul că (4) și (5) nu violează regula **3—1**, întrucît V asociază propoziției p valori de adevăr diferite *în lumi posibile diferite* ('0' în w_k și '1' în w_j); 2° din (5) nu rezultă că, în w_k, p ar trebui să fie valorizat $V(p, w_k) = 1$, deoarece, dacă w_j este accesibilă lumii w_i (cf. (3)), w_k nu este accesibilă lumii w_i, deoarece, în T, relația R nu este tranzitivă.

Întrucît, prin testul de mai sus, s-a ajuns la o valorizare noncontradictorie a constituentului p, ipoteza (1) *se poate* face, ceea ce înseamnă că expresia testată *nu este validă în T*.

e. Teoreme cu privire la validitate în T. Deoarece dispunem de o definiție a validității în T și de o metodă de testare a validității, putem, în momentul de față, să stabilim un număr de teoreme privitoare la validitatea în sistemul T.

Prima teoremă privește statutul tautologiilor în sistemul T.

5—3. Teoremă. Fie α o expresie LP. Dacă α este o *tautologie* (lucru care se poate demonstra cu ajutorul matricilor de adevăr), atunci α este **validă în T.**

Demonstrație. Admitem, conform cu prima parte din **5—3**, că α este o tautologie și facem următoarea

Ipoteză: Există un $w_i \in W$ pentru care avem

$$V(\alpha, w_i) = 0. \qquad (1)$$

Conform cu II, **11—2**, spunem că, întrucît α este o tautologie, α este adevărată în *toate lumile posibile.* (2)

Din (2) rezultă că

$$\text{pentru } \textit{orice } w_j \in W, \text{ avem } V(\alpha, w_j) = 1 \qquad (3)$$

Dacă pentru *orice* $w_j \in W$, $V(\alpha, w_j) = 1$, atunci

$$\text{și pentru } w_i \in W, \text{ avem } V(\alpha, w_j) = 1 \qquad (4)$$

Întrucît (1) contrazice pe (4), urmează că ipoteza (1) este falsă, și, prin urmare, negația ei este adevărată:

nu există nici un $w_i \in W$, pentru care să avem $V(\alpha, w_i) = 0$ (5)
ceea ce înseamnă că
pentru *orice* $w_i \in W$, avem $V(\alpha, w_i) = 1$

Q E D. (6)

5—4. Teoremă. Fie α o expresie oarecare din logica propozițiilor. Dacă α este o *tautologie*, atunci '$\Box\alpha$' este **validă în T.**

Teorema **5—4** arată că orice tautologie (din logica propozițiilor) este necesar adevărată în T.

Demonstrație. Conform primei părți a teoremei **5 — 4**, α este o tautologie (1)

Ipoteză: '$\Box\alpha$' nu este validă în T. (2)
Din (2), prin **5—1**: *Există* un $w_i \in W$, astfel încît

$$V(\Box\alpha, w_i) = 0 \qquad (3)$$

Din (3), prin **4—1**, *RA 1*: *Există un* $w_j \in W$, pentru care $w_i R w_j$, astfel încît

$$V(\alpha, w_j) = 0 \qquad (4)$$

Din (1), prin

5—3 : α este *validă* în T (5)

Din (4), prin

5—1 : α *nu* este *validă* în T. (6)

Se observă că (6) — rezultată din ipoteza (2) — contrazice pe (5), care rezultă din ceea ce am admis inițial.

Întrucît (2) duce la contradicție, urmează că (2) este falsă, deci negația ei este adevărată :

nu este adevărat că '$\Box\alpha$' nu este validă în T (7)

Din (7) : '$\Box\alpha$' este *validă* în T, QED. (8)

O consecință directă a teoremei 5—4 este exprimată prin următorul corolar :

5—5. Corolar. Fie α o expresie oarecare din logica propozițiilor. Dacă α este o **contradicție** atunci $\Box \sim \alpha$ este **validă în T.**

Înainte de a merge mai departe, vom introduce prin definiție două semne noi, anume '$\dashv$', semnul „implicației necesare (sau logice)", și semnul ' $=$ ', al „echivalenței necesare (sau logice)".

5—6. Definiție.

$$\text{a. } \alpha \dashv \beta =_{\mathrm{Df}} \Box(\alpha \supset \beta)$$

$$\text{b. } \alpha = \beta =_{\mathrm{Df}} \Box(\alpha \equiv \beta)$$

Conform cu II **12—5**, '$\alpha \dashv \beta$' și '$\Box(\alpha \supset \beta)$' sînt reciproc substituibile în orice context (inclusiv în contextul nul), după cum '$\alpha = \beta$' și '$\Box(\alpha \equiv \beta)$' sînt și ele reciproc substituibile în orice context (inclusiv contextul nul).

După aceste precizări, putem stabili următoarea teoremă :

5—7. Teoremă. Următoarele expresii sînt **valide în T :**

a) Toate *tautologiile* din logica propozițiilor.

b) 1°. $\Box p \supset p$

2°. $\Box(p \supset q) \supset (\Box p \supset \Box q)$

3°. $p \supset \Diamond p$

4°. $(p = q) \supset (\Box p \equiv \Box q)$

10 – c. 1549

5°. $\Box(p \wedge q) \equiv (\Box p \wedge \Box q)$

6°. $\Box(p \equiv q) \equiv (p = q)$

7°. $\Box p \equiv \sim\Diamond\sim p$

8°. $\Diamond p \equiv \sim\Box\sim p$

9°. a. $\Box\sim p \equiv \sim\Diamond p$

b. $\sim\Box p \equiv \Diamond\sim p$

c. $\Box\Box p \equiv \sim\Diamond\Diamond\sim p$

d. $\Box\Box\sim p \equiv \sim\Diamond\Diamond p$

e. $\Diamond\Diamond\sim p \equiv \sim\Box\Box p$

f. $\Box\Diamond\sim p \equiv \sim\Diamond\Box p$

g. $\Diamond\Box\sim p \equiv \sim\Box\Diamond p$

10°. $\sim\Diamond(p \vee q) \equiv (\sim\Diamond p \wedge \sim\Diamond q)$

11°. $\Diamond(p \vee q) \equiv (\Diamond p \vee \Diamond q)$

12°. $(p \dashv q) \supset (\Diamond p \supset \Diamond q)$

13°. $(\Box p \vee \Box q) \supset \Box(p \vee q)$

14°. $\Diamond(p \wedge q) \supset (\Diamond p \wedge \Diamond q)$

15°. $(\sim p \dashv p) \equiv \Box p$

16°. $(p \dashv \sim p) \equiv \Box\sim p$

17°. $((q \dashv p) \wedge (\sim q \dashv p)) \equiv \Box p$

18°. $((p \dashv q) \wedge (p \dashv \sim q)) \equiv \Box\sim p$

19°. $\Box p \supset (q \dashv p)$

20°. $\Box\sim p \supset (p \dashv q)$

21°. $\Box p \supset (\Diamond q \supset \Diamond(p \wedge q))$

Pentru a *demonstra* teorema de mai sus, trebuie să arătăm cu ajutorul metodei descrise sub **5—2** că fiecare dintre expresiile 1° — 21° este *validă în* T.

Este necesar acum să arătăm semnificația expresiilor de sub **5—7**.

1⁰ arată că tot ceea ce este necesar este adevărat și *acum*; mai exact: o propoziție necesară, deci adevărată în *toate* lumile posibile, este adevărată și în *această lume* (din a cărei descriere face parte și 1⁰).

2⁰ exprimă într-un anumit fel proprietatea de *distributivitate* a operatorului '$\Box$' pe lîngă fiecare membru al unei implicații (operația inversă, de *prefixare a operatorului* '$\Box$' *la o implicație* în cazul în care fiecare din membrii unei implicații este precedat de '$\Box$', nu este posibilă, deoarece 2⁰ este o implicație și nu o echivalență (= implicație bilaterală)).

3⁰ arată că tot ceea ce este adevărat *(acum și aici)* *este și posibil.*

4⁰ exprimă raportul dintre o expresie formată cu '$=$' și o echivalență în care fiecare dintre membrii constituenți este precedat de '$\Box$'; dat fiind că, prin definiție, '$\alpha = \beta$' nu este altceva decît $\Box(\alpha \equiv \beta)$, prin 2⁰ se ajunge fără dificultate la 4⁰.

5⁰ exprimă proprietatea de *distributivitate* a operatorului '$\Box$' pe lîngă membrii unei conjuncții. De observat că 2⁰ era o *implicație*, în timp ce 4⁰ este o *echivalență*; de aici posibilitatea de a *substitui* în orice context (inclusiv contextul nul) membrul din stînga membrului din dreapta, sau invers.

6⁰ rezultă din definiția **5—6** b.

7⁰ oferă posibilitatea de substituire a operatorului '$\Box$' prin '$\sim\Diamond\sim$' în orice context. Eventual sistemul *T* se poate constitui luînd ca termen primar (nedefinit) un singur operator, anume '$\Diamond$', urmînd ca '$\Box$' să fie introdus prin definiție: '$\Box\alpha =_{Df} \sim\Diamond\sim\alpha$'; în acest caz, 7⁰ devine o consecință directă a acestei definiții, pe baza regulii II **12—6** (cf. § **5** a.).

Se poate proceda și în alt mod, anume luînd ca termen primar operatorul '$\Box$' și introducînd prin definiție operatorul '$\Diamond$': '$\Diamond\alpha =_{Df} \sim\Box\sim\alpha$'. În acest caz, consecința directă a acestei definiții va fi '$\Diamond p \equiv \sim\Box\sim p$' (prin II **12—6**), adică 8⁰, de sub **5—7**.

8⁰ vezi 7⁰.

9⁰ *a.*, *b.* dau formele echivalente ale expresiilor modale precedate de semnul de negație; această formă se obține prin *înlocuirea operatorului modal negat prin perechea lui* și *trecerea semnului de negație după operatorul înlocuit.* Punctele *c.* — *g.* arată că secvențele de operatori modali sînt guvernate de aceleași reguli care guvernează operatorii modali simpli.

10⁰ dă echivalentul negației unei disjuncții modalizate.

11⁰ exprimă proprietatea de *distributivitate* a operatorului '$\Diamond$' în raport cu disjuncția.

12⁰ arată că, în cazul în care *p* implică în mod necesar pe *q*, atunci posibilitatea lui *p* implică faptul că *q* este, de asemenea, posibil.

13⁰ arată că operatorul '$\Box$' prefixat la fiecare dintre membrii unei disjuncții poate fi prefixat o singură dată, întregii disjuncții. După cum se vede, 13⁰ are ceva comun cu distributivitatea, dar nu exprimă o relație de distributivitate, întrucît 13⁰ este o *implicație* și nu o echivalență (cf. și mai sus, sub 2⁰).

14⁰ arată că semnul '$\Diamond$' prefixat la o conjuncție poate fi distribuit pe lîngă fiecare membru al conjuncției. Și în acest caz, proprietatea exprimată are ceva comun cu distributivitatea, fără a fi însă proprietatea propriu-zisă de distributivitate, deoarece expresia este o implicație și nu o echivalență (ca și mai sus, sub 13⁰).

Expresiile de sub 15⁰—21⁰ exprimă anumite legi ale raționamentului:

15⁰ arată că dacă negația unei expresii implică în mod necesar expresia corespnzătoare ne-negată, atunci aceasta din urmă este necesară. Altfel spus, o afirmație implicată în mod necesar de propria ei negație are caracter necesar.

16° arată că orice expresie care își implică în mod necesar propria ei negație este necesar falsă.

17° exprimă faptul că o expresie care este implicată cu necesitate atît de o altă expresie cît *şi* de negaţia acesteia este necesar adevărată. Altfel spus : adevărul necesar este implicat cu necesitate şi de adevăr şi de fals.

18° arată că în cazul în care o propoziţie implică cu necesitate o altă propoziţie *şi* negaţia acesteia, atunci prima propoziţie este necesar falsă. Altfel spus : din falsul logic (= necesar) se poate deduce atît adevărul, cît şi falsul; sau : falsul implică orice. Cele exprimate de 18° reprezintă o motivare a faptului că, în momentul în care într-un sistem formal se poate deduce atît o expresie α cît şi negaţia ei, $\sim \alpha$, se consideră că sistemul este *contradictoriu*.

Cele exprimate de 17° şi 18° stau la baza următorului principiu : adevărul (necesar) este implicat şi de adevăr şi de fals, iar falsul (necesar) implică atît adevărul, cît şi falsul.

19° exprimă o consecinţă directă a principiului de mai sus, sau, mai exact a celor arătate de 17° : ceea ce este necesar adevărat este implicat cu necesitate de orice adevăr.

20° este, de asemenea, o consecinţă a principiului de mai sus, sau, mai exact, a celor arătate de 18° : ceea ce este necesar fals implică orice adevăr.

21° arată că, în cazul în care o propoziţie este necesar adevărată, conjuncţia ei cu o altă propoziţie este *posibilă*, cu condiţia ca această „altă propoziţie" să fie, de asemenea, posibilă.

Trebuie observat că expresiile de sub **5—7** (ca şi expresiile de sub II **11—5**) nu sînt decît *scheme valide* şi nu propoziţii valide, întrucît nu conţin decît variabile propoziţionale. În cazul în care înlocuim variabilele cu constante propoziţionale, obţinem propoziţii propriu-zise valide.

Se poate observa că, în T, există două categorii de expresii valide : prima este constituită din expresiile valide pe baza teoremei **5—3**, adică din *tautologiile* logicii propoziţiilor care îşi păstrează validitatea şi în T; a doua categorie este constituită din expresii care conţin operatori modali şi care se dovedesc a fi valide în urma aplicării testului de validitate în T (**5—2**).

Prin urmare, clasa expresiilor valide în T cuprinde pe lîngă *tautologiile* din logica propoziţiilor şi alte expresii; altfel spus, tautologiile reprezintă o *subclasă* a clasei expresiilor valide în T.

După cum am văzut, atît expresiile de sub II **15—5**, cît şi expresiile de sub **5—2** sînt *scheme valide*: urmează deci că, pe baza acestor scheme se pot obţine alte expresii (eventual tot scheme) care se caracterizează tot prin faptul că sînt valide, în cazul în care înlocuim în mod uniform variabilele prin expresii corect formate în T. Pentru a realiza acest lucru este necesar să dispunem de o regulă de substituţie a variabilelor. Regula II **11—14** nu poate fi transferată *tale quale* în T, întrucît este prea restrictivă (nu are în vedere decît tautologiile). Este deci nevoie de o *adaptare* a regulii II **11—14** la sistemul T.

Pentru a putea fi utilizabilă în T, regula de substituţie a variabilelor trebuie să aibă următoarea formă:

5—8. Regulă de substituţie a variabilelor. Fie α o expresie corect formată în T şi α' o expresie obţinută din α prin substituţia *uniformă* a variabilelor (nu în mod necesar a tuturor variabilelor) din α prin expresii corect formate în T.

Dacă α este *validă în* T, atunci α' este, de asemenea, *validă în* T.

Explicaţii 1⁰. Calificarea „uniformă" pe lîngă *substituţie* are exact aceeaşi semnificaţie cu aceea menţionată în legătură cu II **11—14**.

2⁰. Pe baza regulii **5—8** se pot obţine expresii valide în T din tautologii.

De exemplu, din $p \vee \sim q$ se poate obţine:

(a): $(a \supset b) \vee \sim (a \supset b)$; b): $(r \wedge w) \vee \sim (r \wedge w)$;

(c): $\Box p \vee \sim \Box p$; (d): $\Diamond p \vee \sim \Diamond p$ ş.a.m.d.

Sau din $(q \supset (p \vee q))$ se poate obţine:

(a): $a \supset (b \vee a)$; (b): $(a \supset b) \supset ((c \supset d) \vee (a \supset b))$;

(c): $(r \wedge w) \supset ((r \wedge z) \vee (r \wedge w))$;

(d) : $\Box q \supset (p \vee \Box q)$; (e): $\Diamond q \supset (p \vee \Diamond q)$;

(f) : $\Box q \supset (\Box p \vee \Box q)$; (g): $\Diamond q \supset (\Diamond p \vee \Diamond q)$;

(h): $\Box (r \vee w) \supset (q \vee \Box (r \vee w))$ ş.a.m.d.

3°. Pe baza aceleiaşi reguli, se pot obţine expresii valide în T din expresii de tipul celor de sub **5—7**.

De exemplu, din $\Box p \supset p$ se poate obţine : (a) : $\Box a \supset a$; (b) : $\Box(p \wedge q) \supset (p \wedge q)$; (c) : $\Box(a \vee b) \supset (a \vee b)$; (d): $\Box \sim p \supset \sim p$.

Vom numi, în continuare, *expresie tautologic validă* (în T), o expresie LP care este validă în T, sau o expresie modală obţinută prin **5—8** dintr-o expresie LP validă în T.

Expresiile *tautologic valide* sînt valide în T exclusiv în virtutea regulilor logicii propoziţiilor şi prin aceasta se deosebesc de expresiile valide în virtutea regulilor specifice sistemului T.

Paralel cu definiţia II **11—6** a contradicţiei, vom avea următoarea definiţie a *contra-validităţii* :

5—9. Definiţie. Fie α o expresie oarecare în T. Expresia α este **contra-validă în T** dacă şi numai dacă pentru orice $w_1 \in W$ şi orice model T : $\langle W, R, V\rangle$ avem $V(\alpha, w_1) = 0$.

Definiţia de mai sus arată că o expresie contra-validă este falsă în toate lumile posibile.

Paralel cu II **11—8**, vom avea pentru T :

5—10. Teoremă. Pentru orice expresie α din T, $\sim\alpha$ este **contra-validă în T** dacă şi numai dacă α este *validă în T*.

Pentru a demonstra această teoremă, se procedează în acelaşi fel ca pentru demonstrarea teoremei II **11—8,** înlocuindu-se, evident, definiţia validităţii în logica propoziţiilor, cu definiţia validităţii în T.

Pe baza definiţiilor **5—1, 9**, putem stabili, în continuare, următoarele definiţii :

5—11. Definiţie. Fie α o expresie în T.

a. α este **logic determinată** în T dacă şi numai dacă α este *validă în T*, sau *contra-validă în T*.

b. α este **logic nedeterminată** (sau **factuală**) în T dacă şi numai dacă α nu este *nici validă în T, nici contra-validă în T.*

Analogul propoziţiilor II **11—12, 13** îl constituie următoarele două propoziţii :

5—12. Propoziţie. Fie $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$ un număr de expresii în T.

a. Dacă fiecare expresie α_i $(1 \leqslant i \leqslant n)$ este *validă în T*, atunci '$\alpha_1 \wedge \alpha_2 \wedge \ldots \wedge \alpha_n$' este, de asemenea, *validă în T.*

b. Dacă fiecare expresie α_i $(1 \leqslant i \leqslant n)$ este *contra-validă în T*, atunci '$\alpha_1 \vee \alpha_2 \vee \ldots \vee \alpha_n$' este, de asemenea, *contra-validă în T.*

După cum se vede, **5—12** arată că prin conjuncţia unui număr de expresii valide se obţine tot o expresie validă, iar prin disjuncţia unui număr de expresii contra-valide, se obţine tot o expresie contra-validă.

5—13. Propoziţie. Fie α, β două expresii oarecare din T.

a. Pentru orice α şi orice β, dacă α şi β sînt *ambele valide în T*, atunci $\alpha \equiv \beta$ este, de asemenea, *validă în T.*

b. Pentru orice α şi orice β, dacă α şi β sînt *ambele contra-valide în T*, atunci $\alpha \equiv \beta$ este, de asemenea, *validă în T.*

Propoziţia de mai sus arată că echivalenţa tuturor expresiilor valide în T este ea însăşi validă în T, după cum echivalenţa tuturor expresiilor contra-valide în T este ea însăşi validă în T.

Pentru demonstraţia propoziţiilor **5—12, 13** se porneşte de la II **11—12, 13** şi de la teorema **5—3** ; cele două propoziţii sînt consecinţe directe ale acestei teoreme.

f. Implicaţie materială/implicaţie logică; echivalenţă materială/echivalenţă logică. În II **7—2** am definit prin *RA 4, 5* implicaţia şi echivalenţa în logica propoziţiilor (cf. şi II **7—4**). În acest capitol sub **3—2** *RA 4, 5*, aceiaşi conectori au fost redefiniţi în sistemul modal, adică în raport cu o lume posibilă dată. Ceea ce caracterizează atît implicaţia cît şi echivalenţa, aşa cum am arătat, este un fapt oarecum „negativ": implicația *nu înseamnă* „consecință logică" iar echivalența *nu înseamnă* „identitate de sens" (cf. explicațiile de sub II **7**—**4**, *4*°, *5*°); pentru a formula pozitiv aceste lucruri, putem spune despre implicație că afirmă că o propoziție-consecvent poate să fie adevărată independent de adevărul sau falsul antecedentului, iar despre echivalență, că afirmă că două propoziții au valoare de adevăr identică.

După cum am văzut în II § **12**, pentru ca implicația să exprime o relație de „consecință logică" între antecedent și consecvent, și pentru ca echivalența să exprime „identitatea de sens" între două expresii, este necesar ca cele două relații să îndeplinească o anumită condiție: să fie „totdeauna" adevărate, adică să fie *adevărate în toate lumile posibile* (în logica propozițiilor, acest lucru echivalează cu calitatea de *tautologii* a expresiilor formate cu cei doi conectori).

Dar „adevărat în toate lumile posibile" nu înseamnă altceva decît „*necesar* adevărat" sau, altfel spus, „nu *poate* fi fals". Conform cu **4**—**1** *RA 1*, aceste formulări folosite în legătură cu implicația și echivalența înseamnă $\Box(\alpha \supset \beta)$ și $\Box(\alpha \equiv \beta)$. În continuare, observăm că cele două expresii reprezintă *definițiile* expresiilor '$\alpha \prec \beta$' și respectiv '$\alpha = \beta$' (cf. **5**—**6**).

Se numește *implicație materială* și *echivalență materială* implicația și, respectiv, echivalența definită prin II **7**—**4** și/sau **3**—**2**. Cu ajutorul acestor conectori se formează expresii care, *într-o anumită lume posibilă, pot fi adevărate sau false*; se numesc *implicație logică* și *echivalență logică* acei conectori cu ajutorul cărora se formează expresii (cu formă de implicație și echivalență) care sînt *adevărate în toate lumile posibile* sau *necesar adevărate*.

Pentru a face distincția explicită între cele două raporturi, sistemul *T* conține perechile de semne '$\supset$' și '$\prec$', '$\equiv$' și '$=$'.

g. „Consecință logică" și „identitate de sens" în T. Conform cu cele arătate aici mai sus sub **f.** și în II § **12**, în cazul în care antecedentul și consecventul sînt legate prin '$\prec$', consecventul poate fi considerat „consecință logică" a antecedentului; în mod paralel, în cazul în care două expresii sînt legate prin '$=$', cele două expresii trebuie considerate ca avînd „sens identic".

Trebuie atrasă însă atenția asupra faptului că semnele '$\prec$' și '$=$' nu trebuie înțelese ca avînd aceeași semnificație cu semnele '$\models$', respectiv '$\models\!\!\dashv$' introduse în II § **12**. Și aceasta din două motive principale:

(i) Pentru că, așa cum am precizat în comentariile privitoare la II **12—1** și II **12—3**, prin care au fost introduse '$\models$' și '$\models\!\!\dashv$', cele două semne nu aparțin limbajului-obiect ci meta-limbajului; ca urmare a acestui fapt, expresiile formate cu ajutorul celor două semne nu fac aserțiuni despre lucruri, ci despre expresiile din limbajul-obiect.

Spre deosebire de aceste două semne, conectorii '$\prec$' și '$=$' din T sînt semne ale limbajului T, deci ale limbajului-obiect. În consecință, expresiile formate cu acești conectori fac aserțiuni *despre lucruri* și nu despre propozițiile limbajului obiect.

(ii) Semnele '$\models$' și '$\models\!\!\dashv$' sînt mai „comprehensive" decît semnele '$\prec$' și, respectiv, '$=$'. După cum am văzut, '$\alpha \models \beta$' și '$\alpha \models\!\!\dashv \beta$' sînt adevărate atunci și numai atunci cînd '$\alpha \supset \beta$' și, respectiv, '$\alpha \equiv \beta$' sînt *tautologii*. Dar, dacă '$\alpha \supset \beta$', '$\alpha \equiv \beta$' sînt tautologii, atunci, conform cu **5—4**, '$\Box(\alpha \supset \beta)$' și '$\Box(\alpha \equiv \beta)$' sînt valide în T. Dar cele două expresii cu operatorul '$\Box$' prefixat sînt, prin definiție (**5—6**), identice cu '$\alpha \prec \beta$' și '$\alpha = \beta$'. Așadar, se poate spune că dacă '$\alpha \models \beta$' și '$\alpha \models\!\!\dashv \beta$', atunci '$\alpha \prec \beta$' și '$\alpha = \beta$'.

Pe de altă parte însă, implicațiile și echivalențele tautologice nu sînt *singurele* implicații și echivalențe valide; în afară de implicațiile și echivalențele tautologic valide în T, mai există, după cum am arătat (cf. comentariile care precedă regula **5—8**), și implicații și echivalențe a căror validitate decurge din regulile sistemului T (și nu din caracterul lor tautologic). În această situație sînt toate schemele valide de sub **5—7**. Ideea de „consecință logică" se leagă de ideea de *implicație totdeauna adevărată* (= care nu poate fi niciodată falsă), în timp ce ideea de „identitate de sens" se leagă de ideea de *echivalență totdeauna adevărată* (= care nu poate fi niciodată falsă), așadar cele două concepte (de „consecință logică" și de

„identitate de sens”) se leagă de ideea de *validitate* şi nu de aceea de *tautologie*. Coincidenţa dintre conceptul de „validitate” şi cel de „tautologie” reprezintă un caz particular, care se realizează numai în logica propoziţiilor.

Ca urmare a consideraţiilor de mai sus, vom defini cele două concepte (de „consecinţă logică” şi de „identitate de sens”) într-un mod mai larg, independent de conceptul de tautologie şi numai în dependenţă de acela de „validitate”. Folosim, ca şi în II **12—1, 3**, semnele '$\models$' şi '$\models\!\dashv$' în expresii ca '$\alpha \models \beta$' sau '$\alpha \models\!\dashv \beta$' cu semnificaţia „$\beta$ este consecinţa logică a lui α”, respectiv „α şi β au sens identic”.

5—14. Definiţie. Fie α, β două expresii corect formulate în T.

a. $\alpha \models \beta$ este adevărată pentru T dacă şi numai dacă una din următoarele două condiţii este satisfăcută:

(i) '$\alpha \dashv \beta$' este *validă în* T;

sau:

(ii) '$\alpha \supset \beta$' este *validă în* T;

b. '$\alpha \models\!\dashv \beta$' este adevărată pentru T dacă şi numai dacă una din următoarele două condiţii este satisfăcută:

(i) '$\alpha = \beta$' este *validă în* T;

sau:

(ii) '$\alpha \equiv \beta$' este *validă în* T.

Urmarea directă şi evidentă a acestei definiţii şi a teoremelor II **11—5, 5—3, 5—7** este următoarea teoremă:

5—15. Teoremă. Următoarele expresii sînt adevărate pentru T.

a. (i) 1⁰. $(\alpha \vee \alpha) \models \alpha$

2⁰. $\beta \models (\alpha \vee \beta)$

3⁰. $(\alpha \vee \beta) \models (\beta \vee \alpha)$

4⁰. $(\beta \supset \gamma) \models (\alpha \vee \beta) \supset (\alpha \vee \gamma)$

5⁰. $(\alpha \wedge \beta) \models \alpha$

6⁰. $(\alpha \wedge \beta) \models \beta$

7°. $(\alpha \supset \beta) \models ((\beta \supset \gamma) \supset (\alpha \supset \gamma))$

8°. $(\beta \supset \gamma) \models ((\alpha \supset \beta) \supset (\alpha \supset \gamma))$

9°. $((\alpha \supset \beta) \wedge (\beta \supset \gamma)) \models (\alpha \supset \gamma)$

10°. $(\alpha \wedge (\alpha \supset \beta)) \models \beta$

11°. $\alpha \models \alpha$

12°. $\alpha \models \sim\sim\alpha$

13°. $(\alpha \supset (\beta \supset \gamma)) \models ((\alpha \wedge \beta) \supset \gamma)$

14°. $((\alpha \wedge \beta) \supset \gamma) \models (\alpha \supset (\beta \supset \gamma))$

(ii) 1°. $\Box\alpha \models \alpha$

2°. $\Box(\alpha \supset \beta) \models \Box\alpha \supset \Box\beta$

3°. $\alpha \models \Diamond\alpha$

4°. $(\alpha = \beta) \models \Box\alpha \equiv \Box\beta$

5°. $(\alpha \mathrel{-\!\!3} \beta) \models (\Diamond\alpha \supset \Diamond\beta)$

6°. $(\Box\alpha \vee \Box\beta) \models \Box(\alpha \vee \beta)$

7°. $\Diamond(\alpha \wedge \beta) \models \Diamond\alpha \wedge \Diamond\beta$

8°. $\Box\alpha \models (\beta \mathrel{-\!\!3} \alpha)$

9°. $\Box\sim\alpha \models (\alpha \mathrel{-\!\!3} \beta)$

10°. $\Box\alpha \models (\Diamond\beta \supset \Diamond(\alpha \wedge \beta))$

b. (i) 1°. $(\alpha \wedge \beta) \mathrel{=\!\!|\!\!\models} \sim(\sim\alpha \vee \sim\beta)$

2°. $\sim(\alpha \wedge \beta) \mathrel{=\!\!|\!\!\models} (\sim\alpha \vee \sim\beta)$

3°. $(\alpha \vee \beta) \mathrel{=\!\!|\!\!\models} \sim(\sim\alpha \wedge \sim\beta)$

4°. $\sim(\alpha \vee \beta) \mathrel{=\!\!|\!\!\models} (\sim\alpha \wedge \sim\beta)$

5°. $(\alpha \supset \beta) \mathrel{=\!\!|\!\!\models} (\sim\alpha \vee \beta)$

6°. $(\alpha \wedge \beta) \mathrel{=\!\!|\!\!\models} (\beta \wedge \alpha)$

7°. $(\alpha \vee \beta) \mathrel{=\!\!|\!\!\models} (\beta \vee \alpha)$

8°. $(\alpha \equiv \beta) \mathrel{=\!\!|\!\!\models} (\beta \equiv \alpha)$

9^0. $(\alpha \supset \beta) \boxminus (\sim\beta \supset \sim\alpha)$

10^0. $\sim(\alpha \supset \beta) \boxminus (\alpha \wedge \sim\beta)$

11^0. $(\alpha \equiv \beta) \boxminus ((\alpha \supset \beta) \wedge (\beta \supset \alpha))$

12^0. *a*. $\sim(\alpha \equiv \beta) \boxminus (\alpha \equiv \sim\beta)$

b. $\sim(\alpha \equiv \beta) \boxminus (\sim\alpha \equiv \beta)$

c. $\sim(\alpha \equiv \beta) \boxminus ((\alpha \wedge \sim\beta) \vee$
$\vee (\beta \wedge \sim\alpha))$

13^0. $\alpha \boxminus \alpha$

14^0. $\alpha \boxminus \sim\sim\alpha$

15^0. $(\alpha \wedge \alpha) \boxminus \alpha$

16^0. $(\alpha \vee \alpha) \boxminus \alpha$

17^0. $(\alpha \supset (\beta \supset \gamma)) \boxminus (\beta \supset (\alpha \supset \gamma))$

18^0. $((\alpha \vee \beta) \vee \gamma) \boxminus (\alpha \vee (\beta \vee \gamma))$

19^0. $((\alpha \wedge \beta) \wedge \gamma)) \boxminus (\alpha \wedge (\beta \wedge \gamma))$

20^0. $(\alpha \wedge (\beta \vee \gamma)) \boxminus ((\alpha \wedge \beta) \vee$
$\vee (\alpha \wedge \gamma))$

21^0. $(\alpha \vee (\beta \wedge \gamma) \boxminus ((\alpha \vee \beta) \wedge$
$\wedge (\alpha \vee \gamma))$

(ii) 1^0. $\Box(\alpha \wedge \beta) \boxminus (\Box\alpha \wedge \Box\beta)$

2^0. $\Box(\alpha \equiv \beta) \boxminus (\alpha = \beta)$

3^0. $\Box\alpha \boxminus \sim\Diamond\sim\alpha$

4^0. $\Diamond\alpha \boxminus \sim\Box\sim\alpha$

5^0. *a*. $\Box\sim\alpha \boxminus \sim\Diamond\alpha$

b. $\sim\Box\alpha \boxminus \Diamond\sim\alpha$

c. $\Box\Box\alpha \boxminus \sim\Diamond\Diamond\sim\alpha$

$d.\quad \Box\Box\sim\alpha \boxminus \sim\Diamond\Diamond\alpha$

$e.\quad \Diamond\Diamond\sim\alpha \boxminus \sim\Box\Box\alpha$

$f.\quad \Box\Diamond\sim\alpha \boxminus \sim\Diamond\Box\alpha$

$g.\quad \Diamond\Box\sim\alpha \boxminus \sim\Box\Diamond\alpha$

$6^0.\quad \sim\Diamond(\alpha \vee \beta) \boxminus (\sim\Diamond\alpha \wedge \sim\Diamond\beta)$

$7^0.\quad \Diamond(\alpha \vee \beta) \boxminus (\Diamond\alpha \vee \Diamond\beta)$

$8^0.\quad (\sim\alpha \dashv\!\!\!\!\!\!-\!\!\!3\ \alpha) \boxminus \Box\alpha$

$9^0.\quad (\alpha \dashv\!\!\!\!\!\!-\!\!\!3 \sim\alpha) \boxminus \Box\sim\alpha$

$10^0.\quad ((\beta \dashv\!\!\!\!\!\!-\!\!\!3\ \alpha) \wedge (\sim\beta \dashv\!\!\!\!\!\!-\!\!\!3\ \alpha)) \boxminus \Box\alpha$

$11^0.\quad ((\alpha \dashv\!\!\!\!\!\!-\!\!\!3\ \beta) \wedge (\alpha \dashv\!\!\!\!\!\!-\!\!\!3 \sim\beta)) \boxminus \Box\sim\alpha$

Pe baza regulii de substituţie reciprocă definiendum/definiens (II **12—5** şi § **5** a), a conceptului de „identitate de sens în *T*" (**5—14 b**.), a regulii **5—8** de substituţie a variabilelor, a conceptului de „expresie tautologic validă în *T*", putem stabili următoarea propoziţie (analogă cu II **12—6**) :

5—16. Propoziţie. Fie α, β două expresii în *T*. Dacă α, β sînt astfel încît $\alpha =_{Df} \beta$, atunci '$\alpha \boxminus \beta$' este adevărată pentru *T*.

Demonstraţia este identică cu aceea a propoziţiei II **12—6**, cu menţiunea că, în această demonstraţie, valorizarea simplă (din logica propoziţiilor) se înlocuieşte cu valorizarea relativă la lumile posibile.

Odată definită noţiunea de „identitate de sens în *T*" (**5—14 b**) şi enumerate fiind în **5—15 b** o serie de perechi de expresii caracterizate prin identitatea de sens, putem formula o teoremă analogă cu II **12—7**, a cărei demonstraţie merge paralel cu demonstraţia teoremei II **12—7**, cu înlocuirea valorizării „simple" (din logica propoziţiilor) cu valorizarea relativă la o lume posibilă dată, w_i (ca în logicile modale) :

5—17. Teoremă. Fie α, β două expresii oarecare în *T*. Dacă α, β sînt astfel încît $\alpha \boxminus \beta$ este adevărată pentru *T*, atunci α şi β **sînt reciproc substituibile în orice context (inclusiv contextul nul), salva veritate.**

Conform cu **5—17**, din expresii ca '$\Box p \supset p$', '$\Box(p \supset q) \supset (\Box p \supset \Box q)$' se pot obține expresii ca '$\sim\Diamond \sim p \supset p$', respectiv, '$\Box(\sim p \vee q) \supset (\Box p \supset \Box q)$'.

Pentru a stabili raportul dintre '$\models$' și '$\models\!\!\!\!\dashv$' atunci cînd se referă la T, stabilim următoarea teoremă, care corespunde teoremei II **12—8** și care decurge în mod direct din **5—14**, **5—1**, **5—3**, II **12—4**, 11^0 și **5—6**:

5—18. Teoremă. Fie α, β două expresii în T. '$\alpha \models\!\!\!\!\dashv \beta$' este adevărată pentru T dacă și numai dacă '$(\alpha \models \beta)$' și '$(\beta \models \alpha)$' sînt ambele adevărate pentru T.

h. Identitate de sens și sinonimie în T. Ca și în logica propozițiilor, toate expresiile valide în T au același sens (cf. **5—13**). Așadar o expresie ca '$p \supset \Diamond p$' (cf. **5—15a**(ii)3°) are același sens cu o expresie ca '$(p \supset q) \supset ((q \supset r) \supset (p \supset r))$' întrucît, conform cu **5—3**, toate tautologiile sînt valide în T, iar cea de a doua expresie este o tautologie (cf. II **11—5** 19°*a*).

Putem scrie deci:

$$(p \supset \Diamond p) \models\!\!\!\!\dashv ((p \supset q) \supset ((q \supset r) \supset (p \supset r))).$$

Ca și în logica propozițiilor, este evident că identitatea de sens nu este o condiție suficientă (deși necesară!) pe care două expresii trebuie să o satisfacă pentru a le considera „sinonime" sau „în raport de parafrază": nu se poate considera că expresia din dreapta semnului '$\models\!\!\!\!\dashv$' spune cu ajutorul unor semne diferite exact același lucru pe care îl spune expresia din stînga. Nu este necesar să insistăm asupra acestui lucru, întrucît am făcut-o în II § **12 c**, iar diferența dintre expresiile pe care le avem în vedere aici și cele pe care le-am avut în vedere în acel paragraf nu constă decît în faptul, neesențial, că în expresiile pe care le avem în vedere aici pot interveni și operatorii modali.

Este necesară deci fixarea unor condiții mai restrictive care să definească relația de „sinonimie (parafrază) în T". Pentru formularea acestor condiții este suficient să „transpunem" cele cuprinse în II **12—10** în sistemul conceptual folosit pentru descrierea sistemului T.

5—19. Condiții pentru sinonimie în T. Fie α, β două expresii în T.

Între expresiile α, β există un raport de sinonimie (parafrază) dacă și numai dacă următoarele trei condiții sînt satisfăcute:

1°. $\alpha \models\!\!\mid \beta$ este adevărată pentru T;

2°. *Nici una* dintre expresiile α, β *nu este validă* sau *contra-validă* în T, cu excepția cazului în care α este **identic** cu β, cînd α și β pot fi valide sau contra-valide în T.

3°. Constituenții ultimi ai constituenților LP ai expresiei α sînt identici cu constituenții ultimi ai constituenților LP ai expresiei β.

Conform cu **5—19**, expresiile din exemplul de mai sus nu sînt într-un raport de sinonimie, deoarece satisfac condiția 1°, dar nu satisfac condițiile 2° și 3°.

În schimb, dintre perechile de expresii legate prin $\models\!\!\mid$ de sub **5—15 b.**, cele indicate mai jos se află în raport de sinonimie (parafrază): cele de sub (i) și (ii) 1°—7° (vezi și comentariile de sub II **12—10**).

O b s e r v a ț i e. Expresiile de sub **5—15 b** (ii) 8°—11° nu sînt în relație de sinonimie, întrucît nu satisfac condiția 3°.

i. Raportul dintre sistemul T și logica propozițiilor. Dacă se compară sistemul T cu sistemul pe care l-am numit „logica propozițiilor”, se constată următoarele:

(i) toate elementele constitutive ale logicii propozițiilor: constante și variabile propoziționale, conectori, sînt și elemente constitutive ale sistemului T dar nu și invers; în plus, T conține operatorii '$\square$', '$\diamond$' precum și conectorii '$\prec$' și '$=$';

(ii) toate regulile de formare din logica propozițiilor sînt și reguli de formare în sistemul T, dar nu și invers (vezi §**5a**): regulile **2—1 a, b** sînt identice cu II **7—1 a, b** din logica propozițiilor; în schimb, **2—1 a** nu este o regulă de formare în logica propozițiilor, după cum nici **2—1 d** nu este o regulă de formare în logica propozițiilor, deoarece se referă și la expresii formate pe baza regulii **2—1 c** (care nu este o regulă în logica propozițiilor);

(iii) regulile de substituţie sînt identice: regula de substituţie definiendum/definiens (cf. § **5 a** şi II **12—5**) şi regula de substituţie uniformă a variabilelor (cf. II **11—14** şi **5—8**).

În plus, teorema **5—3** arată că toate tautologiile logicii propoziţiilor sînt *valide în T*. Întrucît tautologiile sînt, conform cu **11—4**, expresii *valide* în logica propoziţiilor, putem spune că toate expresiile valide în logica propoziţiilor sînt şi expresii valide în *T*.

Mai departe, se poate vedea uşor că nu orice expresie validă în *T* este şi o expresie validă în logica propoziţiilor. Aceasta pentru că:

(a) nu orice expresie corect formată în *T* este şi expresie corect formată în logica propoziţiilor: nici una dintre expresiile modale din *T*(cf. **2—2 b)** *nu este* o expresie corect formată în logica propoziţiilor;

(b) testul de validitate pentru expresiile modale din *T*(**5—2**) nu se poate aplica în logica propoziţiilor întrucît, în aceasta din urmă, valorizarea nu se efectuează în raport cu lumile posibile.

Putem formula deci următoarea teoremă (consideraţiile de mai sus pot servi ca demonstraţie neformală a acesteia).

5—20. Teoremă. Orice expresie *validă în logica propoziţiilor* este *validă în T*, dar *nu orice* expresie *validă în T* este *validă în logica propoziţiilor*.

Fie două limbaje oarecare, L_i, L_j (logica propoziţiilor sau sistemul *T* pot fi considerate ca exemplificări pentru conceptul de „limbaj", cu accepţia folosită aici).

5—21. Definiţie. Limbajul L_i este **inclus în** limbajul L_j, sau L_i este un **sub-limbaj** al lui L_j dacă şi numai dacă următoarele condiţii sînt satisfăcute în mod simultan:

(i) inventarul de semne ale lui L_i este inclus în inventarul de semne ale lui L_j (dar, eventual, nu şi invers);
(ii) toate regulile de formare ale lui L_i sînt şi reguli de formare ale lui L_j (dar, eventual, nu şi invers);
(iii) regulile de substituţie sînt identice;

(iv) orice expresie, α, care este validă în L_i, este validă în L_j, dar nu orice expresie, α, validă în L_j este validă în L_i.

Observație. În cazul particular al sistemelor discutate pînă aici, *logica propozițiilor* și *sistemul T*, elementele constitutive și regulile de formare ale primului limbaj erau și reguli constitutive și reguli de formare ale celui de al doilea limbaj, fără ca inversa să fie adevărată; după cum vom vedea mai jos (§§ **6**, **7**, **8**), există sisteme care au elemente constitutive perfect identice, reguli de formare perfect identice și satisfac, în același timp, condițiile (iii), (iv). Așa se explică formularea „dar eventual nu și invers" din formularea condițiilor (i), (ii).

Pe baza definiției **5—21**, a observațiilor (i)—(iii) de la începutul acestui paragraf și a teoremei **5 — 20**, putem formula următoarea teoremă:

5—22. Teoremă. *Logica propozițiilor* **este inclusă în** *sistemul* **T**; sau: *logica propozițiilor* este un **sub-limbaj** al *limbajului* **T.**

Pe baza definiției **5—21** și a unei definiții explicite a conceptului de „validitate" și a relațiilor de „consecință logică" ($\models$) și de „identitate de sens" ($\models\!\dashv$) se poate formula următoarea teoremă:

5—23. Teoremă. Fie două limbaje oarecare L_i, L_j. Dacă L_i, L_j sînt astfel încît L_i să fie **inclus** în L_j (sau: L_i să fie un **sub-limbaj** al lui L_j) atunci pentru oricare două expresii α, β corect formate:

a. dacă '$\alpha \models \beta$' este adevărată pentru L_i, atunci '$\alpha \models \beta$' este adevărată și pentru L_j (dar nu totdeauna și invers);

b. dacă '$\alpha \models\!\dashv \beta$' este adevărată pentru L_i, atunci '$\alpha \models\!\dashv \beta$' este adevărată și pentru L_j, dar nu întotdeauna și invers.

Teorema **5—23** arată că relațiile de „consecință logică" și de „identitate de sens" se „transferă" din limbajul inclus în limbajul care îl include, fără ca acest transfer să fie posibil și în sens invers, de la limbajul care include, la limbajul inclus.

Consecința imediată a teoremelor **5—22**, **5—23** este următoarea propoziție:

5—24. Propoziție. Fie α, β două expresii oarecare în T.
a. Dacă $\alpha \models \beta$ este adevărată pentru logica propozițiilor, atunci $\alpha \models \beta$ este adevărată și pentru T, dar nu și invers.
b. Dacă $\alpha \mathrel{\models\!\!\!\dashv} \beta$ este adevărată pentru logica propozițiilor, atunci $\alpha \mathrel{\models\!\!\!\dashv} \beta$ este adevărată și pentru T, dar nu și invers.

Propoziția **5—24** arată că relațiile de „consecință logică" și de „identitate de sens" se pot transfera din logica propozițiilor în sistemul T, dar nu și invers. Lucrul acesta se poate vedea în mod concret în **5—15**, unde toate expresiile din II **12—2** figurează sub **a**(i) și toate expresiile din II **12—4** figurează sub **b**(i), dar nici una din expresiile de sub **5—15 a**(ii) nu figurează în II **12—2**, după cum nici una dintre expresiile de sub **5—15 b**(ii) nu figurează în II **12—4**.

§ 6. Sistemul S4.

a. Elementele constitutive ale sistemului S4. *Inventarul* de semne ale sistemului *S4* este identic cu cel al sistemului T (cf. § **5a**) la care se adaugă, ca și în T, semnele '$\dashv$' și '$=$' introduse prin definiție (cf. **5—6**); *regulile de formare* sînt identice cu cele ale sistemului T (cf. § **5. a**); ***regulile de adevăr*** sînt identice cu cele din T (cf. § **5 a**.), la fel și ***regulile de substituție reciprocă definiendum/definiens*** (cf. §**5a**) și ***de substituție a variabilelor*** (cf. **5—8**).

b. Modelul S4. *Modelul S4* este constituit, ca și în *modelul T*, din tripletul $<W, R, V>$, unde:
1°. W este clasa lumilor posibile;
2°. R este o relație *reflexivă* și *tranzitivă* definită pe clasa W; deci (a) pentru orice $w_i \in W$ avem $w_i R w_i$ și (b) pentru orice w_i, w_j, $w_k \in W$ dacă $w_i R w_j$ și $w_j R w_k$, atunci $w_i R w_k$.
3°. V este o funcție prin intermediul căreia fiecărei expresii corect formate, α, i se asociază una dintre valorile $\langle 1, 0\rangle$, în raport cu elemente ale clasei W, în conformitate cu regulile **3—1, 2** și **4—1**.

Toate explicaţiile privind funcţia de valorizare V în T (cf. § **5 b**) sînt valabile şi pentru funcţia V în *S4*, cu singura menţiune a faptului că, în conformitate cu 2° (mai sus), în măsura în care valorizarea se face în raport cu lumi posibile în relaţie de accesibilitate, trebuie avut în vedere caracterul *tranzitiv* (pe lîngă cel *reflexiv*, comun cu sistemul T) al relaţiei R, în cazul sistemului *S4* (aceasta este, de fapt, singura deosebire între cele două modele).

În consecinţă, atunci cînd ne referim, în diverse împrejurări, la *totalitatea lumilor posibile* (sau „la *toate* lumile posibile") în legătură cu *S4*, avem în vedere numai *o parte* a lumilor posibile din W, anume lumile posibile care aparţin sub-clasei W_4 (cf. § **5 b** şi consideraţiile finale din § **3**). După cum se observă, această precizare este esenţială pentru înţelesul pe care îl au expresii ca „necesar în *S4*" (deci $V(\Box p, w_i)=1$ în *S4*) sau „valid în *S4*".

c. Validitate în S4. Definiţia *validităţii în S4* este în multe privinţe similară cu definiţia validităţii în T; deosebirea constă în faptul că, pentru *S4*, validitatea se defineşte în raport cu un *model S4*, în care, după cum am arătat sub **b.**, relaţia R este *reflexivă* şi *tranzitivă* (în T era numai reflexivă):

6—1. Definiţie. O expresie α este **validă în S4** dacă şi numai dacă, pentru orice $w_i \in W$ şi orice model *S4* de forma $<W, R, V>$, avem $V(\alpha, w_i) = 1$.

Toate explicaţiile cu privire la expresia „orice model" date în legătură cu **5—1** sînt valabile şi aici. În plus, atragem atenţia asupra faptului că formularea „orice $w_i \in W$" raportată la un model *S4* are în vedere, în ultimă instanţă, sub-clasa W_4 (aşa cum a fost definită la sfîrşitul § **3**).

d. Metodă de testare a validităţii în S4. Validitatea în *S4* se testează cu o metodă identică cu aceea descrisă sub **5—2**; evident, în aplicarea testului de validitate se ţine seama de faptul că în *S4* relaţia R este şi *reflexivă*, şi *tranzitivă*.

Efectul caracterului tranzitiv al relaţiei *S4* poate fi urmărit în testarea unei expresii care s-a dovedit a nu fi validă în T, anume '$\Box p \supset \Box\Box p$' (cf. §5. **d**, exemplul 2°). Se va vedea că această espresie este validă în raport cu modelul $S4$.

Fie expresia '$\Box p \supset \Box\Box p$'.

Ipoteză : Există un $w_i \in W$, astfel încît :

$$V\,[(\Box p \supset \Box\Box p),\ w_i] = 0 \qquad (1)$$

Din (1), prin

3—2 *RA* 4 : (a) $V(\Box p,\ w_i) = 1$ şi

(b) $V(\Box\Box p,\ w_i) = 0$ (2)

Din (2) (b), prin

4—1 *RA 1* : Există un $w_j \in W$, pentru care $w_i R w_j$, astfel încît

$$V(\Box p,\ w_j) = 0. \qquad (3)$$

Din (3), prin
4—1, *RA 1* : Există un $w_k \in W$, pentru care $w_j R\, w_k$, astfel încît

$$V(p,\ w_k) = 0. \qquad (4)$$

Din (2) (a)
prin **4—1** *RA1* : Pentru *orice* $w_j \in W$, pentru care $w_i R w_j$,

$$v(p,\ w_j) = 1 \qquad (5)$$

Din (3), (4) şi R-tranzitiv :

$$w_i R w_k \qquad (6)$$

Din (6), (5) : Dacă pentru *orice* $w_j \in W$ pentru care w_i Rw_j avem $V(p,\ w_j)=1$, atunci şi pentru $w_k \in W$ avem

$$V(p,\ w_k) = 1 \qquad (7)$$

Testul se încheie prin alternativa (b) din **5—2**, ceea ce înseamnă că formula testată este *validă în S4*. Observăm faptul că, în $S4$, expresia devine validă datorită paşilor (6), (7), care în exemplul 2° din **§5** *nu apăreau*; (6), (7) sînt determinaţi tocmai de caracterul *tranzitiv* al relaţiei R(cf. (6)).

Vom arăta, în continuare, că o expresie ca '$\Diamond p \supset \Box\Diamond p$' *nu este validă* în *S4*.

Fie expresia '$\Diamond p \supset \Box\Diamond p$'.

Ipoteză: *Există un* $w_i \in W$, astfel încît:

$$V[(\Diamond p \supset \Box\Diamond p),\ w_i] = 0 \qquad (1)$$

Din (1), prin

3—2 *RA 4*: (a) $V(\Diamond p,\ w_i) = 1$ şi

(b) $V(\Box\Diamond p,\ w_i) = 0. \qquad (2)$

Din (2) (b) prin

4—1 *RA 1*: *există* un $w_j \in W$ pentru care $w_i R w_j$, astfel încît

$$V(\Diamond p, w_j) = 0. \qquad (3)$$

Din (3), prin

4—1 *RA 2*: Pentru *orice* $w_k \in W$ pentru care $w_j R w_k$,

$$V(p,\ w_k) = 0. \qquad (4)$$

Din (2) (a) prin

4—1 *RA 2: există* un w_j, pentru care $w_i\ R\ w_j$ astfel încît:

$$V(p,\ w_j) = 1. \qquad (5)$$

Testul se încheie prin alternativa (a), întrucît se ajunge la valorizarea corectă a constituenţilor ultimi ai expresiilor LP din expresia modală iniţială. Trebuie observat faptul că (4) şi (5) nu contrazic regula **3—1**, deci nu sînt incompatibile: deoarece *R nu este simetrică*, w_j *nu este accesibilă lumii* w_k: deci dacă avem pentru orice w_k $V(p,\ w_k) = 0$, de aici nu rezultă că pentru w_j trebuie să avem, de asemenea, $V(p,\ w_j) = 0$.

e. Teoreme cu privire la validitate în S4. Pentru a putea stabili o teoremă cu caracter analog teoremei **5—3**, care să exprime relaţia dintre validitatea în *T* şi validitatea în *S4*, este necesar să aducem unele precizări cu privire la raporturile dintre clasa lumilor posibile asociate sistemului *T* şi clasa lumilor posibile asociate sistemului *S4*.

Fie, în continuare, R o relaţie definită pe clasa $W = = \langle w_1, \ldots, w_n, \ldots, \rangle$ a lumilor posibile.

6—2. Definiţie. Pentru orice w_i, $w_j \in W$, w_j este o alternativă a lui w_i dacă şi numai dacă $w_i R w_j$.

Mai departe, introducem conceptul de *alternativă T* a lui w_i, după cum urmează.

6—3 Definiţie. Pentru orice w_i, $w_j \in W$, w_j este o **alternativă T** lui w_i, dacă şi numai dacă (i) $w_i R w_j$ şi (ii) R este *reflexivă* (netranzitivă şi nesimetrică).

O consecinţă imediată a acestei definiţii este următoarea propoziţie.

6—4. Propoziţie. Pentru orice $w_i \in W$, w_i este *propria sa alternativă T.*

Fie W_{T_i} o clasă de lumi posibile definită astfel : pentru orice $w_j \in W$, $w_j \in W_{T_i}$ dacă şi numai dacă w_j este o *alternativă T* a lui w_i.

Consecinţa directă a propoziţiei **6—4** şi a definiţiei clasei W_{T_i} este următorul corolar.

6—5. Corolar. Pentru orice $w_i \in W$, $w_i \in W_{T_i}$.

În conformitate cu definiţia dată clasei W_{T_i}, dacă avem $w_i R w_j$, $w_i R w_k$, $w_i R w_l$ ..., atunci avem w_j, w_k, w_l ...$\in W_{T_i}$; conform cu **6—4**, avem şi $w_i \in W_{T_i}$. O lume posibilă $w_i \in W$ poate să aibă sau să nu aibă o alternativă T, diferită de ea însăşi, însă *orice* $w_i \in W$ este propria ei alternativă (**6—4**). Prin urmare, o clasă W_{T_i} *nu este niciodată vidă*, întrucît dat fiind caracterul reflexiv al relaţiei R, W_{T_i} conţine cel puţin un singur element, anume w_i ; în acest caz limită avem $W_{T_i} = \{w_i\}$.

Vom defini în continuare clasa W^T a *alternativelor T* sau a „lumilor posibile T" în felul următor : fie $W_{T_1}, \ldots, W_{T_n}$ clasele de alternative T ale lumilor posibile $w_1, \ldots$, respectiv w_n.

6—6. Definiţie. $W^T = W_{T_1} \cup \ldots \cup W_{T_n}$.

Introducem acum noţiunea de *alternativă S4* a lui w_i în felul următor :

6—7. Definiţie. Fie R o relaţie reflexivă ; pentru orice w_i, $w_k \in W$, w_k este o **alternativă S4** a lui w_i dacă şi numai dacă una din următoarele două condiţii este satisfăcută :

sau :

(i) $w_i R w_k$;

sau :

(ii) pentru orice $w_j \in W$, pentru care $w_i R w_j$, dacă $w_j R w_k$, atunci $w_i R w_k$.

Explicaţii. Conform cu această definiţie, pentru ca w_k să fie o alternativă *S4* la w_i este necesar şi suficient fie ca w_k să fie „direct'' accesibilă lumii w_i, adică să avem $w_i R w_k$ (unde R este reflexivă) (condiţia (i)), fie ca w_k să fie „indirect'' accesibilă lumii w_i, prin intermediul lumii w_j, adică să avem $w_i R w_j$ şi $w_j R w_k$, pentru orice w_j (ceea ce înseamnă că R este nu numai *reflexivă*, ca în (i), ci şi *tranzitivă*) (condiţia (ii)).

Consecinţa evidentă a definiţiei **6—7** este următoarea :

6—8. Propoziţie. Pentru orice w_i, $w_k \in W$, dacă w_k este o *alternativă T* a lui w_i, atunci w_k este şi o *alternativă S4* a lui w_i ; însă dacă w_k este o *alternativă S4* la w_i, w_k nu este şi o alternativă T la w_i.

Cele stabilite prin **6—7** au la rîndul lor următoarea consecinţă evidentă :

6—9. Propoziţie. Orice *alternativă S4*, w_k, la w_i este şi *propria ei alternativă T*.

Propoziţia **6—9** rezultă din faptul că relaţia R este reflexivă (cf. **6—7**).

Fie W_{S4_i} clasa tuturor alternativelor *S4* ale lui w_i, definită astfel : pentru *orice* $w_k \in W$, $w_k \in W_{S4_i}$ dacă şi numai dacă w_k este o *alternativă S4* a lui w_i.

Ca şi mai sus, vom defini **clasa** W^{S4} a *alternativelor S4* sau a „lumilor posibile *S4*'' în felul următor : fie $W_{S4_1}, \ldots$ W_{S4_m} clasele de alternative *S4* ale lumilor $w_1, \ldots,$ respectiv, w_m.

6—10. Definiţie. $W^{S4} = W_{S4_1} \cup, \ldots, \cup W_{S4_m}$.

Din faptul că R este tranzitivă, deci din faptul că pentru orice w_i, w_j, $w_k \in W$ avem : dacă $w_i R w_j$ şi $w_j R w_k$, atunci $w_i R w_k$, urmează că şi pentru cazul particular în care $w_k = w_i$, avem : dacă $w_i R w_j$ şi $w_j R w_l$, atunci $w_i R w_l$.

Acest raţionament ne permite să stabilim următoarea propoziţie :

6—11. Propoziţie. Pentru orice $w_k \in W^{S4}$, w_k este una dintre *propriile sale alternative S4.*

Consecinţa imediată a acestei propoziţii este dată de corolarul următor.

6—12. Corolar. a. Pentru orice $w_k \in W$, $w_k \in W_{S4_k}$.
b. Pentru orice $w_k \in W$, $w_k \in W^{S4}$.

Explicaţie : **b.** din **6—12** decurge din definiţia **6—10.**

Pe baza definiţiilor **6—6, 6—7** şi **6—10** şi a propoziţiei **6—8** putem stabili următoarea lemă :

6—13. Lemă. Pentru orice $w_l \in W$, **dacă** $w_l \in W^T$ este adevărat, atunci şi $w_l \in W^{S4}$ este adevărat ; reciproca nu este adevărată.

În continuare, vom reformula definiţiile validităţii în *T* şi în *S4* în felul următor :

5—1′. Definiţie. O expresie α este **validă în T** dacă şi numai dacă pentru orice $w_i \in W$ pentru care $w_i \in W^T$, avem $V(\alpha, w_i) = 1$.

6—2″. Definiţie. O expresie α este **validă în S4** dacă şi numai dacă, pentru orice $w_i \in W$, pentru care $w_i \in W^{S4}$, avem $V(\alpha, w_i) = 1$.

Din **6—13, 5—1′** şi **6—1′**, rezultă :

6—14. Teoremă. Pentru orice expresie corect formată, α, dacă α este **validă în T,** atunci α este **validă şi în S4;** reciproca nu este adevărată.

Demonstraţie. Pentru a demonstra această teoremă, vom demonstra întîi 1° că orice expresie validă în *T* este validă şi în *S4* şi apoi 2° că reciproca nu este adevărată.

1°. Pentru a demonstra 1° procedăm prin „reducere la absurd” şi anume : admitem prima parte a enunţului :

$$\alpha \text{ este } \textit{validă în } T \quad (1)$$

şi facem următoarea ipoteză :

$$\alpha \textit{ nu este validă în } S4 \quad (2)$$

Din (2) și

6 — 1' : *există* un $w_i \in W^{S4}$ astfel încît

$$V(\alpha, w_i) = 0. \qquad (3)$$

Din (1) și

$$\mathbf{5-1'}: \text{ pentru } \textit{orice } w_i \in W^T, \ V(\alpha, w_i) = 1 \qquad (4)$$

Din (4), prin **6 — 13** : pentru *orice* $w_i \in W^{S4}$,

$$V(\alpha, w_i) = 1 \qquad (5)$$

(3) și (5) sînt, evident, contradictorii. Întrucît (3) rezultă din ipoteza (2), urmează că *ipoteza este falsă*, deci negația ei este adevărată :

nu este adevărat că α nu este validă in *S4* (6)

de unde

α este *validă in S4*, Q E D. (7)

2°. Pentru a demonstra 2°, metoda cea mai simplă și aceea pe care o vom folosi este de a indica cel puțin o expresie validă in *S4* care să nu fie validă în *T*.

Această expresie este, după cum am văzut, '$\Box p \supset \Box\Box p$', care este *validă in S4* (vezi mai sus primul exemplu de testare a validității in *S4* sub **d**) și nu este validă în *T* (cf. § **5 d**, exemplul 2°). Prin urmare :

Există o expresie α care este *validă in S4* și *nu este validă in T*. (1)

Din (1): *Nu orice* expresie α, care este *validă in S4*, este *validă și in T*. Q E D. (2)

Prin 1° (7) și 2° (2) teorema este demonstrată.

Consecința directă a teoremelor **5—3** (care arată că orice tautologie (a logicii propozițiilor) este validă în *T*) și **6—14** este exprimată de următoarea propoziție :

6—15. Propoziție. Orice *tautologie* este **validă în S4.**

Corespondentul teoremei **5—4** privitoare la *T* este următoarea teoremă privitoare la *S4* :

6—16. Teoremă. Fie α o expresie corect formată în *T*. Dacă α este ***validă în T***, atunci $\Box\alpha$ este **validă în S4.**

Analogul teoremei **5—7** pentru *S4* este :

6—17. Teoremă. Următoarele expresii sînt **valide în** *S4* :

a. Toate expresiile valide în *T* în acord cu **5—7**.

b. 1° $\Box p \supset \Box\Box p$

$2^\circ \Diamond \Diamond p \supset \Diamond p$

$3^\circ \Box p \equiv \Box \Box p$

$4^\circ \Diamond p \equiv \Diamond \Diamond p$

$5^\circ \Diamond \Box \Diamond p \supset \Diamond p$

$6^\circ \Box \Diamond p \supset \Box \Diamond \Box \Diamond p$

$7^\circ \Box \Diamond p \equiv \Box \Diamond \Box \Diamond p$

$8^\circ \Diamond \Box p \equiv \Diamond \Box \Diamond \Box p$

Demonstraţia primului punct, **a.**, al teoremei de mai sus, se face prin teorema **6—14**; punctul **b.** al teoremei se demonstrează (ca şi pentru **5—7**) arătînd pe baza metodei din **5—2** că fiecare dintre expresiile **b.** 1°—8° este validă in *S4*.

Explicaţii

1° exprimă ideea că tot ce este necesar este **în mod necesar** necesar.

Echivalenţele de sub 3°, 4°, 7°, 8° reprezintă *reguli de reducţie*. O secvenţă de operatori modali poartă numele de *modalitate*. Practic, pe baza regulilor de formare (identice în *T* şi *S4*) un constituent LP poate fi precedat de o secvenţă de operatori cu un număr oricît de mare de membri. În acest sens, spunem că *numărul modalităţilor este infinit* (atît în *T*, cît şi în *S4*, întrucît regulile de formare sînt identice în ambele sisteme). Pe baza echivalenţelor menţionate şi a teoremei de substituţie a echivalentelor (vezi mai jos, **6—26**), orice modalitate se poate *substitui*, în acord cu 3°, 4°, 7°, 8°, cu următoarele şapte modalităţi: (i) : — ; (ii) : $\Box$; (iii) : $\Diamond$; (iv) : $\Box\Diamond$; (v) : $\Diamond\Box$; (vi) : $\Box\Diamond\Box$; (vii) : $\Diamond\Box\Diamond$ (unde '—' reprezintă modalitatea nulă, adică absenţa oricărui operator modal). În acest sens, spunem că *orice modalitate* din *S4* este **reductibilă** la una din cele şapte modalităţi menţionate mai sus.

Întrucît, în *T*, echivalenţele 3°, 4°, 7°, 8° *nu sînt valide* (lucrul se verifică prin aplicarea testului de validitate **5—2**), spunem că *sistemul T nu are reguli de reducţie*; consecinţa acestei situaţii este faptul că, *în T*, *numărul modalităţilor este infinit*, în timp ce, în *S4*, orice modalitate se poate reduce la una din cele şapte (pentru detalii vezi Hughes & Cresswell, 1972 : 43—47 ; 47—49).

Expresiile 2°, 6° reprezintă consecinţe directe ale expresiilor 4° şi, respectiv 7°, care pot fi înţelese ca legi de reductibilitate.

Expresia 5° arată că din modalitatea '$\Diamond\Box\Diamond$' se poate obţine una dintre modalităţile de bază, anume '$\Diamond$'.

Aşa cum am probat prin **5—2** că expresiile de sub **6—17 a** ***sînt valide în S4***, se poate proba, pe baza aceluiaşi procedeu, că expresiile 1°—8° (de sub **6—17 b**) ***nu sînt valide în T*** (pentru 1°, am văzut că proba a fost făcută sub § **5 d.** 2°). Acest lucru este exprimat de următoarea propoziţie :

6—18. Propoziţie. Niciuna dintre expresiile din **6—17b** **nu este validă în T.**

În ce priveşte conceptele de „contra-validitate" în *S4*, caracter „logic determinat" şi „logic nedeterminat" al unei expresii în *S4*, precum şi relaţiile dintre expresiile valide şi contra-valide din *S4*, nu avem de făcut decît să „transpunem" definiţiile, propoziţiile şi teoremele privitoare la *T*, în sistemul de concepte legat de sistemul *S4*. În consecinţă, vom enunţa mai jos aceste definiţii, propoziţii şi teoreme, indicînd pentru fiecare analogul ei din paragraful consacrat sistemului *T*.

6—19. Definiţie. Fie α o expresie oarecare în *S4*. Expresia α este **contra-validă în S4** dacă şi numai dacă, pentru orice $w_i \in W$ şi orice model *S4* de forma $<W, R, V>$, avem $V(\alpha, w_i) = 0$. (cf. **5—9**).

6—20. Teoremă. Pentru orice expresie α din *S4*, $\sim\alpha$ este **contra-validă în S4** dacă şi numai dacă α este ***validă în S4***. (cf. **5—10**).

6—21. Definiţie. Fie α o expresie în *S4*.

a. α este **logic determinată în S4** dacă şi numai dacă α este ***validă în S4*** sau ***contra-validă în S4***.

b. α este **logic nedeterminată în S4** (sau **factuală**) **în S4** dacă şi numai dacă α nu este ***nici validă în S4***, ***nici contra-validă în S4***. (cf. **5—11**).

6—22. Propoziţie. Fie $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$ un număr de expresii în *S4*.

a. Dacă fiecare expresie α_i $(1 \leqslant i \leqslant n)$ este *validă în S4*, atunci $\alpha_1 \wedge \alpha_2 \wedge \ldots \wedge \alpha_n$ este, de asemenea, *validă în S4*.

b. Dacă fiecare expresie $\alpha_i (1 \leqslant i \leqslant n)$ este *contra-validă în S4*, atunci $\alpha_1 \vee \alpha_2 \vee \ldots \alpha_n$ este, de asemenea, *contra-validă în S4*. (cf. **5—12**).

6—23. Propoziţie. Fie α, β două expresii în *S4*.

a. Pentru orice α şi orice β, dacă α şi β sînt *ambele valide în S4*, atunci $\alpha \equiv \beta$ este de asemenea *validă în S4*.

b. Pentru orice α şi orice β, dacă α şi β sînt *ambele contra-valide în S4*, atunci '$\alpha \equiv \beta$' este *validă în S4*. (cf. **5—13**).

f. Implicaţie materială/ implicaţie logică; echivalenţă materială/echivalenţă logică. Observaţiile care s-au făcut în legătură cu distincţia menţionată în titlu în § **5.f.** sînt valabile şi în legătură cu *S4*.

g. „Consecinţă logică" şi „identitate de sens" în S4. Explicaţiile date la începutul §**5.g.** îşi menţin valabilitatea şi atunci cînd vorbim despre semnele '$\dashv$' şi '$=$' pe de o parte, '$\models$' şi '$\mathrel{|}\!\!\!=\!\!\!\mathrel{|}$' pe de altă parte, în legătură cu *S4*.

În cele ce urmează vom defini cele două concepte (la care se referă titlul acestui subparagraf) în *legătură cu S4* şi vom stabili teoremele care se pot deduce din această definiţie, în legătură cu *S4*.

6—24. Definiţie. Fie α, β două expresii în *S4*.

a. '$\alpha \models \beta$' este adevărată pentru *S4* dacă şi numai dacă oricare din următoarele două condiţii este satisfăcută:

(i) '$\alpha \dashv \beta$' este *validă în S4*;

sau:

(ii) '$\alpha \supset \beta$' este *validă în S4*;

b. '$\alpha \mathrel{|}\!\!\!=\!\!\!\mathrel{|} \beta$' este adevărată pentru *S4*, dacă şi numai dacă oricare din următoarele două condiţii este satisfăcută:

(i) '$\alpha = \beta$' este *validă în S4*;

sau:

(ii) '$\alpha \equiv \beta$' este *validă în S4*.

(cf. **5—14**).

Urmarea directă a acestei definiţii şi a teoremelor II 11—5, 6—14, 6—17 este următoarea teoremă:

6—25. Teoremă.
a. Toate raporturile de „consecinţă logică" adevărate pentru T şi indicate în **5—15 a** sînt ***adevărate şi pentru*** $S4$.
b. Toate raporturile de „identitate de sens" adevărate pentru T şi indicate în **5—15 b** sînt ***adevărate şi pentru*** $S4$.
c. Următoarele expresii sînt adevărate pentru $S4$:

(i) 1° $\Box p \models \Box\Box p$

2° $\Diamond\Diamond p \models \Diamond p$

3° $\Diamond\Box\Diamond p \models \Diamond p$

4° $\Box\Diamond p \models \Box\Diamond\Box\Diamond p$

(ii) 1° $\Box p \,\boxminus\, \Box\Box p$

2° $\Diamond p \,\boxminus\, \Diamond\Diamond p$

3° $\Box\Diamond p \,\boxminus\, \Box\Diamond\Box\Diamond p$

4° $\Diamond\Box p \,\boxminus\, \Diamond\Box\Diamond\Box p$

(cf. **5—15**).

Propoziţia **5—16** privitoare la identitatea de sens dintre definiendum şi definiens îşi păstrează valabilitatea şi în legătură cu $S4$, întrucît nu depinde de elemente relevante exclusiv pentru T, ci de conceptul de „echivalenţă tautologică" (cf. demonstraţia care precedă II **12—6**).

Analogul pentru $S4$ al teoremei **5—17** este:

6—26. Teoremă. Fie α, β două expresii oarecare în $S4$. Dacă α, β sînt astfel încît '$\alpha \boxminus \beta$' este ***adevărată pentru*** $S4$, atunci α şi β sînt **reciproc substituibile în orice context (inclusiv contextul nul) salva veritate.**

Analogul pentru $S4$ al teoremei **5—18** este:

6—27. Teoremă. Fie α, β două expresii în $S4$. '$\alpha \boxminus \beta$' este *adevărată pentru* $S4$, dacă şi numai dacă '$\alpha \models \beta$' şi '$\beta \models \alpha$' sînt ambele adevărate pentru $S4$.

h. Identitate de sens și sinonimie în S4

Condițiile de sinonimie în *S4* sînt derivate din condițiile de sinonimie pentru *T*, prin înlocuirea lui „adevărat pentru *T*, „valid în *T*" prin „adevărat pentru *S4*", „valid în *S4*".

6—28. Condiții pentru sinonimie în S4. Fie α, β două expresii în *S4*.

Între expresiile α, β există un raport de **sinonimie (parafrază)** dacă și numai dacă următoarele trei condiții sînt satisfăcute:

1°. '$\alpha \mathrel{\vDash\!\!\dashv} \beta$' este adevărată pentru *S4*;

2°. *nici una* dintre expresiile α, β *nu este validă* sau *contra-validă* în *S4*, cu excepția cazului în care α este **identic** cu β, cînd α și β pot fi valide sau contra-valide în *S4*.

3° constituenții ultimi ai constituenților LP ai expresiei α sînt identici cu constituenții ultimi ai constituenților LP ai expresiei β.

Conform cu **6—28**, toate expresiile de sub **6—25 c.** (ii) sînt *sinonime* (în *S4*).

i. Raportul dintre sistemul S4 și sistemul T.

Din **§ 6 a**, rezultă următoarele:

(i) inventarul de semne ale sistemului *T* este identic cu inventarul de semne ale sistemului *S4*;

(ii) regulile de formare sînt identice în *T* și *S4*;

(iii) regulile de substituție din *T* sînt identice cu regulile de substituție din *S4*.

În plus, teorema **6—14** arată că

(iv) orice expresie validă în *T* este validă și în *S4*, fără ca inversa să fie adevărată.

În aceste condiții, pe baza definiției **5—22**, devine evidentă următoarea teoremă:

6—29. Teoremă. *Sistemul T* **este inclus** în *sistemul S4*; sau: *limbajul T* este un **sub-limbaj** al *limbajului S4*.

Din **5—23** și **6—29** rezultă în mod evident următoarea propoziție (analogă propoziției **5—24**, care se referea la raporturile dintre *T* și logica propozițiilor).

6—30. Propoziție. Fie α, β două expresii oarecare în *S4*.

a. Dacă '$\alpha \models \beta$' este adevărată pentru *T*, atunci '$\alpha \models \beta$' este adevărată și pentru *S4*, dar nu și invers.
b. Dacă '$\alpha \mathrel{\models\!\dashv} \beta$' este adevărată pentru *T*, atunci '$\alpha \mathrel{\models\!\dashv} \beta$' este adevărată și pentru *S4*, dar nu și invers.

Propoziția **6—30** arată că relațiile de „consecință logică" și de „identitate de sens" se pot transfera din sistemul *T* în sistemul *S4* (dar nu și invers).

Relațiile puse în evidență de **6—30** pot fi exemplificate concret dacă ne referim la **6—25**; punctele **a. b.** arată că tot ceea ce se poate „deduce" în *T* se poate deduce și în *S4*, tot ce este identic ca sens în *T* este identic ca sens și în *S4*; punctul **c.**(i), comparat cu **a.**(ii) din **5—15**, arată că nici una dintre relațiile de „consecință logică" enumerate în **6—25** nu este relație de consecință logică în *T*; punctul **c.**(ii) (din **6—25**) arată că nici una dintre relațiile de identitate de sens enumerate în **6—25** nu este relație de identitate de sens în *T*.

§ 7. Sistemul S5

a. Elementele constitutive ale sistemului S5. *Inventarul* de semne ale sistemului *S5* este identic cu cel al sistemului *S4* (cf. § **6 a**); *regulile de formare* sînt identice cu cele ale sistemului *S4* (cf. §§**6 a.**, **5 a.**); *regulile de adevăr* sînt identice cu cele ale sistemului *S4* (cf. § **6 a.**, **5 a.**), la fel *regula de substituție reciprocă definiendum/definiens* (cf. §§**5 a.**, **6 a.**) și *regula de substituție a variabilelor* (cf. **5—8** și § **6a.**). *Propoziția* **5—16** cu privire la *identitatea de sens dintre definiens și definiendum* își păstrează valabilitatea și în *S5*, pentru aceleași motive pentru care ea își păstrează valabilitatea în *S4*. Teorema **6—26** privitoare la *substituția salva varitate a echivalentelor își păstrează valabilitatea și în raport cu S5.*

b. Modelul S5. *Modelul S5* este constituit, ca și modelele *T* și *S4*, din tripletul $\langle W, R, V \rangle$, unde:

1°. W este clasa lumilor posibile;

2°. R este o relație *reflexivă, tranzitivă* și *simetrică*, definită pe clasa W; deci: (a) pentru orice $w_i \in W$, avem $w_i R w_i$, (b) pentru orice w_i, w_j, $w_k \in W$, avem: dacă

$w_i R w_j$ şi $w_j R w_k$, atunci $w_i R w_k$ şi (c) pentru orice w_i, $w_j \in W$, dacă $w_i R w_j$, atunci $w_j R w_i$.

Atragem atenţia asupra faptului că o relaţie care este reflexivă, tranzitivă şi simetrică este o *relaţie de echivalenţă*. Prin urmare, lumile posibile asociate modelului *S5* sînt echivalente.

3°. V este o funcţie prin intermediul căreia fiecărei expresii corect formate, α, i se asociază una dintre valorile $\langle 1, 0 \rangle$, în raport cu elemente ale clasei W, în conformitate cu regulile **3—1**, **2** şi **4—1**.

În ce priveşte funcţia V, trebuie observat faptul că, în conformitate cu 2°, în măsura în care valorizarea se face în raport cu lumi posibile legate prin relaţia R, trebuie avut în vedere caracterul, în acelaşi timp, *reflexiv*, *tranzitiv* şi *simetric* al acestei relaţii, caracter care o deosebeşte de relaţia R din T (care era numai *reflexivă*) şi de relaţia R din *S4* (care era numai *reflexivă* şi *tranzitivă*).

Prin urmare, atunci cînd ne referim, în diverse împrejurări, la *totalitatea lumilor posibile* (sau la „*toate* lumile posibile") în legătură cu *S5*, avem în vedere lumile posibile care aparţin subclasei W_7 (cf. §**5b** şi consideraţiile finale din §**3**). În fond, dat fiind că, după cum am văzut, relaţia R este, în cazul modelului *S5*, o relaţie de *echivalenţă*, subclasa W_7 este identică cu clasa W; aşadar, într-o formulare ca „orice $w_j \in W$, pentru care $w_i R w_j$" spune exact acelaşi lucru ca formularea „orice $w_j \in W$", iar o formulare ca „există un $w_j \in W$, astfel încît $w_i R w_j$" spune exact acelaşi lucru ca formularea „există un $w_j \in W$". Rezultă de aici că în formulările de acest tip referitoare la *S5* ne putem dispensa de calificarea „$w_i R w_j$", întrucît pentru *orice* w_i, $w_j \in W$, avem $w_i R w_j$. După cum reiese în mod evident, aceste precizări sînt esenţiale pentru înţelesul pe care îl au expresii ca „necesar în *S5*" (deci „$V(\Box p, w_i) = 1$, în *S5*") sau „valid în *S5*".

c. Validitate în S5. Pentru a înţelege exact în ce constă deosebirea dintre „validitatea în *S5*" şi „validitatea în *S4*" sau „validitatea în T", atragem din nou atenţia asupra faptului că, în cazul sistemului *S5*, validitatea se defineşte în raport cu un model în care relaţia R este *reflexivă*, *tranzitivă* şi *simetrică* (în timp ce validitatea în *S4* era definită în raport cu un model în care *R* era numai *reflexivă* și *tranzitivă*, sau în *T* — în raport cu un model în care *R* era *numai* reflexivă). Cu aceste precizări, stabilim următoarea definiție :

7—1. Definiție. O expresie α este **validă în S5** dacă și numai dacă, pentru orice $w_i \in W$ și orice model *S5* de forma $\langle W, R, V\rangle$, avem $V(\alpha, w_i) = 1$.

Toate explicațiile care privesc expresia „orice model" date în legătură cu **5—1** sînt valabile și aici. În plus, atragem atenția asupra faptului că formularea „orice $w_i \in W$" raportată la un model *S5* are în vedere subclasa W_7 (așa cum a fost definită la sfîrșitul §**3**), care, după cum am arătat în considerațiile de sub **b**, este de fapt identică cu clasa *W*, în întregimea ei.

d. Metodă de testare a validității în S5. Validitatea în *S5* se testează cu o metodă identică cu aceea descrisă sub **5—2**. Evident, în aplicarea testului de validitate se ține seamă de faptul că, în *S5*, relația *R* este ***reflexivă***, ***tranzitivă*** și ***simetrică***, sau de faptul că este o ***relație de echivalență***. În cazul în care o tratăm ca relație de echivalență, deci în cazul în care avem în vedere că pentru orice w_i, $w_j \in W$ avem $w_i R w_j$, ne putem dispensa (așa cum am arătat sub **c**) de menționarea existenței acestei relații.

Pentru a arăta cum se aplică testul de validitate, în raport cu *S5*, vom lua ca exemplu expresia '$\Diamond p \supset \Box\Diamond p$', care s-a dovedit a nu fi fost validă în *S4* (al doilea exemplu din § **6d.**). Vom aplica testul în două variante : (a) în care relația *R* este menționată și (b) în care relația *R* nu este menționată (pentru motivele arătate sub *c*.)

Fie expresia '$\Diamond p \supset \Box\Diamond p$'

(A). Ipoteză : există un $w_i \in W$ astfel încît

$$V[(\Diamond p \supset \Box\Diamond p), w_i] = 0 \tag{1}$$

Din (1), prin

3—2 *RA 4* : (a) $V(\Diamond p, w_i) = 1$ și

$$\text{(b) } V(\Box\Diamond p, w_i) = 0 \tag{2}$$

Din (2) (b), prin

4—1 *RA 1* : ***Există*** un $w_j \in W$ pentru care $w_i R w_j$, astfel încît

$$V(\Diamond p, w_j) = 0 \tag{3}$$

Din (3), prin
4—1 *RA2:* Pentru *orice* w_k, pentru care $w_j R w_k$,
$$V(p, w_k) = 0 \qquad (4)$$

din (2) (a), prin

4—1 *RA2:* *Există* un $w_j \in W$, pentru care $w_i R w_j$, astfel

încît $$V(p, w_j) = 1 \qquad (5)$$

Din (4), prin
R-simetric: Pentru *orice* $w_j \in W$, dacă $w_j R w_k$ atunci

$$w_k R w_j \qquad (6)$$

Din (4) şi (6) Pentru *orice* $w_j \in W$,

$$V(p, w_j) = 0 \qquad (7)$$

Testul se încheie prin alternativa (b), întrucît (7) şi (5) violează regula **3—1**. Ipoteza (1) este falsă, deci expresia iniţială este *validă în S5.*

(B) Ipoteză: *există* un $w_i \in W$, astfel încît

$$V[(\Diamond p \supset \Box \Diamond p), w_i] = 0 \qquad (1)$$

Din (1), prin

3—2 *RA4:* (a) $V(\Diamond p, w_i) = 1$ şi

(b) $V(\Box \Diamond p, w_i) = 0$ (2)

Din (2), (b), prin
4—1 *RA1:* *Există* un $w_j \in W$, astfel încît

$$V(\Diamond p, w_j) = 0 \qquad (3)$$

Din (3), prin

4—1 *RA2:* Pentru *orice* $w_k \in W$, $V(p, w_k) = 0$ (4)

Din (2) (a), prin

4—1 *RA2:* *Există* un $w_j \in W$, astfel încît

$$V(p, w_j) = 1 \qquad (5)$$

Din (4): Dacă pentru *orice* w_k, $V(p, w_k) = 0$, atunci şi pentru *orice* w_j,

$$V(p, w_j) = 0 \tag{6}$$

Testul se încheie prin alternativa (b), întrucît (6) şi (5) violează regula **3—1**. Ipoteza (1) este falsă, deci expresia iniţială este *validă în S5*.

e. Teoreme cu privire la validitate în S5. Înainte de a stabili un număr de teoreme cu privire la validitatea în *S4* este necesar, ca şi în **§6.e.**, să stabilim raporturile dintre clasa de alternative *S5* (W^{S5}) şi clasele de alternative *T* şi *S4* (respectiv W^T şi W^{S4}).

Întrucît relaţia *R* este, în modelul *S5*, şi *simetrică* (nu numai *reflexivă* şi *tranzitivă*), putem spune că, pentru ca o lume posibilă, w_k, să fie alternativă a unei alte lumi, w_i, este necesar să avem $w_i R w_k$; în cazul în care acest lucru este adevărat, atunci este adevărată şi inversa, adică $w_k R w_i$ (conform proprietăţii de simetrie). Dar ce înseamnă că $w_i R w_k$ este adevărată? Aceasta nu înseamnă decît fie că (a) w_k este o *alternativă T* la w_i (conform cu **6—3**), fie că (b) w_k este o *alternativă S4* la w_i (conform cu **6—7**).

Formulăm, în continuare, următoarea definiţie, ţinînd seamă de observaţiile de mai sus.

7—2. Definiţie. Fie *R* o relaţie reflexivă. Pentru orice w_i, $w_k \in W$, w_i este o *alternativă S5* a lui w_k, dacă şi numai dacă una din următoarele trei condiţii este satisfăcută:

(i) $w_k R w_i$;

(ii) pentru orice $w_j \in W$, pentru care $w_j R w_i$, dacă $w_k R w_j$, atunci $w_k R w_i$;

sau:

(iii) $w_i R w_k$ şi pentru orice w_i, $w_k \in W$, dacă $w_i R w_k$, atunci $w_k R w_i$.

Explicaţie. Definiţia de mai sus arată că w_i este o alternativă *S5* a lui w_k, fie în cazul în care w_i este *direct accesibilă* lumii w_k (avînd deci $w_k R w_i$, cu *R reflexivă*), fie în cazul în care w_i este *indirect* accesibilă lumii w_k (prin intermediul unei lumi w_j, avînd $w_k R w_j$ şi $w_j R w_i$, cu *R re-*

flexivă şi *tranzitivă*), fie în cazul în care $w_i R w_k$ şi R este *simetrică*.

Din **7—2** se poate vedea că orice *alternativă* T a lui w_k este şi o *alternativă* $S5$ a lui w_k (**7—2**, (i)); orice *alternativă* $S4$ a lui w_k este şi o *alternativă* $S5$ a lui w_k (**7—2**, (ii)), dar *nu orice alternativă* $S5$ a lui w_k este, în acelaşi timp, şi o *alternativă* $S4$ sau T a lui w_k (fiindcă R nu este simetrică nici în T, nici în $S4$).

În continuare, spunem că $w_i \in W_{S5_k}$ (=clasa alternativelor $S5$ ale lumii w_k) dacă şi numai dacă w_i este o alternativă $S5$ a lui w_k. În continuare, definim clasa W^{S5} a tuturor *alternativelor* $S5$ (sau a „lumilor posibile $S5$") în felul următor:

7—3. Definiţie. Fie $W_{S5_1}, \ldots, W_{S5_n}$ clasele de alternative $S5$ ale lumilor $w_1, \ldots, w_n$, respectiv, în aceste condiţii $W^{S5} = W_{S5_1} \cup \ldots \cup W_{S5_n}$.

Pe baza observaţiilor făcute sub **7—2** şi a definiţiei **7—3**, putem stabili următoarea lemă:

7—4. Lemă. Pentru orice $w_i \in W$:

a. Dacă $w_i \in W^T$, atunci $w_i \in W^{S5}$, dar nu şi invers.

b. Dacă $w_i \in W^{S4}$, atunci $w_i \in W^{S5}$, dar nu şi invers.

Reformulăm, în continuare, definiţia validităţii în $S5$, după cum urmează:

7—1'. Definiţie. O expresie α este **validă în S5,** dacă şi numai dacă, pentru orice $w_i \in W$, pentru care $w_i \in W^{S5}$, avem $V(\alpha, w_i) = 1$.

Din **7—4** şi **7—1'** rezultă, în mod evident, următoarea teoremă:

7—5. Teoremă. Pentru orice expresie corect formată, α:

a. Dacă α este *validă în T*, atunci α este **validă în S5,** dar nu şi invers.

b. Dacă α este *validă în S4*, atunci α este **validă în S5,** dar nu şi invers.

Demonstraţia acestei teoreme se face în acelaşi fel cu demonstraţia teoremei analoge **6—14.**

Dat fiind că orice tautologie este *validă în S4* (cf. **6—15**) şi orice expresie validă în *S4* este validă şi în *S5* (cf. **7—5**), putem stabili următoarea propoziţie :

7—6. Propoziţie. Orice *tautologie* este *validă în S5*.

Corespondentul teoremei **6—14** privitoare la *S4* este următoarea teoremă privitoare la *S5* :

7—7. Teoremă. Fie α o expresie corect formată în *S4*. Dacă α este *validă în S4*, atunci $\Box\alpha$ este **validă în S5.**

Demonstraţia teoremei **7—7** urmează exact aceiaşi paşi ca demonstraţia teoremei **6—14.**

Analogul pentru *S5* al teoremei **6—17** este :

7—8. Teoremă. Următoarele expresii sînt **valide în S5 :**

a. Toate expresiile *valide în S4* în acord cu **6—17**

şi

b. 1° $\Diamond p \supset \Box\Diamond p$

2° $\Diamond\Box p \supset \Box p$

3° $\Diamond p \equiv \Box\Diamond p$

4° $\Box p \equiv \Diamond\Box p$.

Expresia 1° arată că ceea ce este posibil este *necesar* posibil (deci posibil în toate lumile posibile).

Expresia 2° arată că ceea ce este posibil să fie necesar este necesar.

Expresiile 3°, 4°, alături de **6—17 b.** 3°, 4°, valide şi ele în *S5*, permit să se stabilească următorul sistem de echivalenţe :

(a) $\Diamond p \equiv \Box\Diamond p$

(b) $\Box p \equiv \Diamond\Box p$

(c) $\Diamond p \equiv \Diamond\Diamond p$

(d) $\Box p \equiv \Box\Box p$

pe baza căruia, orice modalitate (cf. sub **6—17** comentariile la 3°, 4°, 7°, 8°) poate fi redusă la una din următoarele trei modalităţi : (i) : — ; (ii) : $\Box$; (iii) : $\Diamond$.

Analogul propoziţiei **6—18** este:

7—9. Propoziţie. Nici una dintre expresiile de sub **6—8 b nu este validă în S4.**

Definiţiile pentru *S5* a conceptelor de „contra-validitate", „logic-echivalent", „logic-nedeterminat" şi a relaţiilor dintre acestea se obţin (ca şi în § **6**) prin transpunerea teoremelor corespunzătoare din § **5**. Vom avea deci

7—10. Definiţie. Fie α o expresie oarecare în *S5*. Expresia α este **contra-validă în S5**, dacă şi numai dacă, pentru orice $w_i \in W$ şi orice model *S5* $\langle W, R, V \rangle$, avem $V(\alpha, w_i) = 0$.
(cf. **6—19**).

7—11. Teoremă. Pentru orice expresie α din *S5*, $\sim\alpha$ este **contra-validă** *în S5*, dacă şi numai dacă α este *validă în S5.*
(cf. **6—20**).

7—12. Definiţie. Fie α o expresie în *S5*.
a. α este **logic determinată în S5,** dacă şi numai dacă α este *validă* în *S5* sau *contra-validă în S5.*
b. α este **logic nedeterminată** (sau **factuală**) **în S5,** dacă şi numai dacă α nu este *nici validă în S5, nici contra-validă în S5.*
(cf. **6—21**).

7—13. Propoziţie. Fie $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$ un număr de expresii în *S5*.
a. Dacă fiecare expresie α_i $(1 \leqslant i \leqslant n)$ este *validă în S5*, atunci $\alpha_1 \wedge \alpha_2 \wedge \ldots \wedge \alpha_n$ este, de asemenea, *validă în S5.*
b. Dacă fiecare expresie α_i $(1 \leqslant i \leqslant n)$, este *contra-validă în S5*, atunci '$\alpha_1 \vee \alpha_2 \vee \ldots \vee \alpha_n$' este, de asemenea, *contra-validă în S5.*
(cf. **6—22**).

7—14. Propoziţie. Fie α, β două expresii în *S5*.
a. Pentru orice α şi orice β, dacă α şi β sînt *ambele valide în S5*, atunci '$\alpha \equiv \beta$' *este de asemenea validă în S5.*
b. Pentru orice α şi orice β, dacă α şi β sînt *ambele*

contra-valide în S5, atunci '$\alpha \equiv \beta$' este *validă în S5*. (cf. **6—23**).

f. Implicaţie materială/implicaţie logică; echivalenţă materială/echivalenţă logică. Cele două perechi de concepte au în *S5* semnificaţie identică cu aceea din *T* şi *S4* (cf. §§ **5 f.**, **6 f.**).

g. „Consecinţă logică" şi „identitate de sens" în S5. În *S5* cele două concepte se definesc prin „transpunerea" definiţiei **6—24**:

7—15. Definiţie. Fie α, β două expresii în *S5*.

a. '$\alpha \models \beta$' este adevărată pentru *S5*, dacă şi numai dacă una din următoarele două condiţii este satisfăcută:

(i) '$\alpha \prec \beta$' este *validă în S5*

sau:

(ii) '$\alpha \supset \beta$' este *validă în S5*;

b. '$\alpha \models\mid \beta$' este adevărată pentru *S5*, dacă şi numai dacă una din următoarele două condiţii este satisfăcută:

(i) '$\alpha = \beta$' este *validă în S5*

sau:

(ii) '$\alpha \equiv \beta$' este *validă în S5*.

Urmarea directă a acestei definiţii şi a teoremelor II **11—15**, **6—14**, **7—5** şi **7—8** este următoarea teoremă:

7—16. Teoremă.

a. Toate raporturile de „consecinţă logică" adevărate pentru *S4* şi indicate în **6—25 a.** *sînt adevărate şi pentru S5*.

b. Toate raporturile de „identitate de sens" adevărate pentru *S4* şi indicate în **6—25 b.** sînt adevărate şi pentru *S5*.

c. Toate raporturile de „consecinţă logică" şi „identitate de sens" adevărate pentru *S4* şi indicate în **6—25 c.** sînt adevărate şi pentru *S5*.

d. Următoarele expresii sînt adevărate pentru *S5*:

(i) 1° $\Diamond p \models \Box \Diamond p$

2° $\Diamond \Box p \models \Box p$

(ii) 1° $\Diamond p \models\mid \Box \Diamond p$

2° $\Box p \models\mid \Box \Box p$

(cf. **6—25**).

Analogul teoremei 6—27 este:

7—17. Teoremă. Fie α, β două expresii în *S5*.
'$\alpha \mathrel{\mid\!\!\!=\!\!\!\mid} \beta$' este adevărată pentru *S5* dacă și numai dacă '$\alpha \models \beta$' și '$\beta \models \alpha$' sînt ambele adevărate pentru *S5*.

h. Identitate de sens și sinonimie în S5. Condițiile de sinonimie în *S5* sînt derivate din **6—28**, după cum ușor se poate vedea:

7—18. Condiții pentru sinonimie în S5. Fie α, β două expresii în *S5*.
Între expresiile α, β există un raport de sinonimie (parafrază), dacă și numai dacă următoarele trei condiții sînt satisfăcute:
1°. '$\alpha \mathrel{\mid\!\!\!=\!\!\!\mid} \beta$' este *adevărată pentru S5*.
2°. Nici una dintre expresiile α, β *nu este validă sau contra-validă în S5* cu excepția cazului în care α este identic cu β, cînd α și β pot fi valide sau contra-valide în *S5*.
3°. Constituenții ultimi ai constituenților LP ai expresiei α sînt *identici* cu constituenții ultimi ai constituenților LP ai expresiei β.

Conform cu **7—18**, toate expresiile de sub **7—16 d.** (ii) sînt sinonime (în *S5*).

i. Raportul dintre sistemele T, S4 și S5. Din **§ 7 a.** rezultă următoarele:
(i) inventarul de semne ale sistemului *S4* este identic cu inventarul de semne ale sistemului *S5*;
(ii) regulile de formare sînt identice în *S4* și *S5*;
(iii) regulile de substituție din *S4* sînt identice cu regulile de substituție din *S5*.

În plus, teorema **7—5** arată că:
(iv) orice expresie validă în *S4* este validă în *S5*, fără ca inversa să fie adevărată.

În aceste condiții, pe baza definiției **5—22**, devine evidentă următoarea teoremă:

7—19. Teoremă. *Sistemul S4* este **inclus în** *sistemul S5*, sau: *limbajul S4* este un **sub-limbaj** al *limbajului S5*.

Din **6—28** și **7—19** rezultă evident următoarea propoziție:

7—20. Propoziţie. *Sistemul T* este **inclus în sistemul S5**, sau : *limbajul T* este un **sub-limbaj** al *limbajului S5*.

Din **5—23** şi **7—18, 20** rezultă :

7—21. Propoziţe. Fie α, β două expresii în *S5*.

a. (i) Dacă '$\alpha \models \beta$' este *adevărată pentru S4*, atunci '$\alpha \models \beta$' este *adevărată şi pentru S5*, dar nu şi invers.

(ii) Dacă '$\alpha \models \beta$' este *adevărată pentru T*, atunci '$\alpha \models \beta$' este *adevărată şi pentru S5*, dar nu şi invers.

b. (i) Dacă '$\alpha \models\!\dashv \beta$' este *adevărată pentru S4*, atunci '$\alpha \models\!\dashv \beta$' este *adevărată şi pentru S5*, dar nu şi invers.

(ii) Dacă '$\alpha \models\!\dashv \beta$' este *adevărată pentru T*, atunci '$\alpha \models\!\dashv \beta$' este *adevărată şi pentru S5*, dar nu şi invers.

Propoziţia **7—21** (ca şi analogul ei, **6—30**) pune în evidenţă faptul că relaţiile de „consecinţă logică" şi de „identitate de sens" se pot transfera din *S4* în *S5*, dar nu şi invers, şi din *T* în *S5*, dar nu şi invers.

Aceste posibilităţi de transfer apar în mod concret prin compararea teoremelor **7—16**, **6—25**, **5—15** : *întreaga* listă de expresii din **5—15** este inclusă în **6—25** şi *întreaga* listă de expresii din **6—25** (inclusiv cele care nu figurează în **5—15**) figurează în **7—16**. În schimb, expresiile de sub **7—16 c.** nu figurează nici în **6—25**, nici în **5—15**.

§ 8. Sistemele modale şi limbajul natural. În cap. II am descris un limbaj logic mai simplu, logica propoziţiilor, şi am încercat să arătăm cum o serie de concepte semantice definite în raport cu acest limbaj pot fi utilizate în semantica limbajului natural şi în ce condiţii.

Conceptul central a fost acela de „sens" (sau „intensiune") care a fost definit ca ansamblu de condiţii care trebuie satisfăcute pentru ca o expresie să poată fi folosită în legătură cu un fragment determinat al realităţii.

În cazul propoziţiilor (asertive simple), sensul este condiţia care trebuie să fie îndeplinită pentru ca propoziţia să poată fi afirmată (cf. II **4—2**) ; în cazul expresiilor mai complexe, cum sînt cele formate cu ajutorul *conectorilor* (care sînt „funcţii de adevăr", în sensul că valoarea de adevăr a expresiilor formate cu ajutorul acestora depinde exclusiv de valoarea de adevăr a propoziţiilor „legate" prin conectori), sensul acestora este dat de condiţiile de adevăr fixate pentru conectori (cf. II **7—2** şi II **7—3**, **4**).

În măsura în care propoziţiile simple asertive ale limbajului natural pot fi tratate în acelaşi fel ca propoziţiile limbajului logic (vezi II § **5** în legătură cu dificultăţile legate de o asemenea tentativă precum şi sugestiile privitoare la posibilităţile de rezolvare a acestor dificultăţi). conceptul de „sens al propoziţiei" poate fi utilizat în legătură cu limbajul natural cu accepţie identică cu aceea folosită în raport cu limbajul logic. În mod analog, în măsura în care un număr de conjuncţii ale limbajului natural pot fi tratate în acelaşi fel în care sînt trataţi conectorii limbajului logic (cf. II § **8**), „sensul frazei" poate fi determinat în acelaşi fel în care este determinat sensul expresiilor complexe formate cu conectori, în limbajul logic.

Trebuie remarcat însă faptul că, chiar în cazul în care, un număr de condiţii odată satisfăcute, anumite conjuncţii pot fi definite ca funcţii de adevăr (= conectori), iar sensul propoziţiei poate fi considerat „condiţie de adevăr" a propoziţiei respective, aparatul conceptual oferit de logica propoziţiilor nu este nici suficient de complex nici suficient de nuanţat, pentru a putea fi folosit în mod exclusiv în descrierea semantică a frazei. Vom arăta, în continuare, care sînt motivele pentru care aparatul conceptual oferit de logica propoziţiilor este insuficient pentru descrierea semantică a frazei.

1°. Pe lîngă elementele care pot fi tratate în mod analog cu conectorii, anume diversele forme de ***negaţie***, conjuncţiile ***şi***$_1$, ***sau***$_2$ şi, într-o anumită măsură, ***dacă***... ***atunci*** (şi sinonimele lor), limbajul natural conţine o serie de conjuncţii care nu au corespondent în clasa conectorilor din logica propoziţiilor (***fiindcă***, ***deşi***, ***însă***, ***deci***, ***încît*** etc.) şi nici nu pot fi „reduse" în vreun fel din punctul de vedere al sensului lor la sensul vreunuia din conectorii din logica propoziţiilor.

2°. Frazele nu se formează numai prin „legarea" propoziţiilor cu ajutorul conjuncţiilor, ci şi prin stabilirea unor raporturi de subordonare a unor propoziţii faţă de anumite cuvinte sau expresii ca *se poate*, *trebuie*, *în mod necesar*, *se crede*, *se ştie*, *se aşteaptă* etc.

Spre deosebire de situaţia în care conjuncţia nu face decît să „lege" două propoziţii (cazul lui *şi*$_1$, *sau*$_2$, *dacă... atunci*), există situaţii în care conjuncţia nu leagă, pur şi simplu, două propoziţii, ci leagă o propoziţie de un cuvînt dintr-o altă propoziţie. Or, pentru o situaţie de acest fel, logica propoziţiilor nu ne poate oferi un „model": în logica propoziţiilor, propoziţiile sînt luate ca „blocuri" complet independente; dependenţa lor se realizează *numai* prin conectori.

Altfel spus, logica propoziţiilor poate fi utilizată atunci cînd avem a face numai cu propoziţii simple afirmative şi fraze formate prin coordonare copulativă şi/sau disjunctivă din propoziţii din prima categorie, fraze condiţionale şi fraze obţinute prin negaţia (în diverse forme, inclusiv cu perifraza *nu este adevărat că...*) a acestor construcţii sau a membrilor acestor construcţii. Este evident însă că sfera noţiunii de frază este mult mai comprehensivă; în această sferă sînt incluse şi construcţii realizate prin „subordonarea" unor propoziţii în raport cu cuvinte din categoria celor de mai sus.

Dacă sensul unei propoziţii este condiţia în care ea este adevărată, sensul unei fraze formate prin subordonarea unei propoziţii faţă de cuvinte din categoria de mai sus conţine, pe lîngă „condiţia de adevăr" a propoziţiei subordonate, şi specificarea *modului* în care propoziţia respectivă este adevărată. O propoziţie ca

(84) *Pămîntul este rotund.*

este adevărată, conform cu II 3—2, dacă şi numai dacă

(84′) Pămîntul este rotund.

O frază ca

(85) **Se poate ca** *pămîntul să fie rotund.*

„adaugă" condiţiei de adevăr specificate sub (84′) şi specificarea că realizarea ei este *posibilă*.

O frază ca

(86) **Nu se poate ca** *pămîntul să fie rotund.*

„adaugă" condiției de adevăr specificate sub (84′) și specificarea că realizarea ei este *imposibilă*, după cum o frază ca

(87) **Nu se poate ca** ***pămîntul să*** **nu** *fie rotund.*

adaugă condiției de adevăr de sub (84′) și specificarea că *nerealizarea ei nu este posibilă.*

După cum am văzut însă, în logica propozițiilor, se spune în ce condiții o propoziție sau o expresie oarecare este adevărată și în ce condiții este falsă; în logica propozițiilor nu putem spune însă dacă aceste condiții **se pot** sau **nu se pot** realiza.

3⁰. Am arătat (în II § **8** 4⁰, II § **7. c**, comentariile de sub 4⁰, în legătură cu *RA 4)* că, în limbajul natural, în fraza condițională este implicată într-un fel ideea de „necesitate". O frază de forma „**dacă** P_1, **atunci** P_2" este înțeleasă ca spunînd următorul lucru: „dacă P_1 este adevărat, atunci P_2 *nu poate să nu fie* adevărat"; sau: „dacă se realizează condiția de adevăr pentru P_1, atunci nerealizarea condiției de adevăr pentru P_2 *nu este posibilă*". După cum se observă, în sensul unei fraze condiționale din limbajul natural este indicat și *modul* în care consecventul este adevărat. De fapt, a reformula în acest fel sensul unei condiționale nu înseamnă altceva decît a spune că „nu se poate ca fraza '**dacă** P_1, **atunci** P_2' să nu fie adevărată" sau: „fraza '**dacă** P_1, **atunci** P_2' este **în mod necesar** adevărată".

Dacă sub 2⁰ am avut dea face cu apariția *explicită* a unor cuvinte care se refereau la modul în care o propoziție dependentă de ele este adevărată, în cazul condiționalei avem a face cu *apariția implicită* a unui element de semnificație identic cu sensul cuvintelor din categoria de sub 2⁰.

Numărul conjuncțiilor în a căror semnificație apare în formă implicită ideea de „modalitate" a adevărului este mai mare.

Este suficient să amintim aici categoria conjuncțiilor numite *conclusive* și *consecutive*. Felul în care sînt definite în mod tradițional în gramatică aceste conjuncții pune în evidență legătura lor cu conceptul de „consecință logică" definit în paragrafele anterioare (cf. II § **12**, în acest capitol §§ **5 g**, **6 g**. **7 g**).

Raportul de coordonare *conclusivă* este definit astfel: „Se numește coordonare conclusivă raportul care leagă două unităţi sintactice dintre care a doua arată o *urmare*, o concluzie care *decurge* [sublinierile mele, E.V.] din acţiunea, starea etc. exprimată de prima" (*GLR* II : 251). Conjuncţiile conclusive sînt, în acord cu *GLR* II : 252, următoarele (inclusiv locuţiunile conjuncţionale): ***deci, dară, aşadar, prin urmare, de aceea, în concluzie, în consecinţă, (care) va să zică, şi.***

Raportul de subordonare consecutivă este definit după cum urmează: „Propoziţia consecutivă exprimă rezultatul unei acţiuni sau al unei calităţi despre care este vorba în regentă" (*GLR* II : 314). Conjuncţiile (şi locuţiunile conjuncţionale) consecutive sînt, în acord cu *GLR* II : 315–16, următoarele: ***încît, că, de, încît să, ca să, pentru ca să.***

Observaţie. Am eliminat din lista conjuncţiilor date *GLR* II *loc. cit.* conjuncţiile considerate acolo „regionale" sau „populare".

Ceea ce „urmează din" sau „decurge din" adevărul unei expresii care se referă la o acţiune sau stare este o *consecinţă (logică)* a acţiunii sau stării respective. În acest fel, ceea ce „rezultă din" adevărul unei aserţiuni asupra unei „acţiuni" sau „calităţi" nu este altceva decît *consecinţa (logică)* a acestei acţiuni sau calităţi.

Prin urmare, atît propoziţiile *conclusive*, cît şi cele *consecutive* nu exprimă altceva decît raporturi de *consecinţă logică* în raport cu propoziţiile cu care sînt cuplate.

Observaţie. Dealtfel înseşi denumirile („conclusiv", de „consecutiv") raporturilor exprimate fac parte din aceeaşi „familie" din punctul de vedere al semnificaţiei: „concluzia" este „consecventul" unei afirmaţii.

Deosebirea dintre cele două categorii de propoziţii constă în faptul că propoziţiile conclusive sînt considerate *coordonate* în raport cu propoziţiile cu care sînt cuplate, în timp ce propoziţiile consecutive sînt considerate *subordonate* în raport cu propoziţiile cu care sînt cuplate. În măsura în care o distincţie clară se poate face între coordonare şi subordonare, ar urma că deosebirea dintre cele două categorii de propoziţii este de natură *strict sintactică* şi nu semantică. *GLR II* : 252 vorbeşte despre „corespondenţa de sens dintre propoziţia conclusivă şi propoziţa subordonată consecutivă".

Trebuie remarcată şi observaţia făcută în *GLR II* : 251, anume că raportul conclusiv se află „la limita dintre coordonare şi subordonare'', observaţie care nu face altceva decît să pună în evidenţă dificultatea de a face o distincţie clară între coordonare şi subordonare (cel puţin în cazul celor două categorii de propoziţii).

Rezultă din cele arătate că atît raportul *conclusiv*, cît şi cel *consecutiv* sînt strîns legate de raportul de *consecinţă logică*.

Problema care se pune acum este următoarea : poate fi tratat raportul de consecinţă logică exprimat prin conjuncţii conclusive exclusiv în termenii logicii propoziţiilor? Altfel spus : putem fixa o condiţie de adevăr de forma :

(88) 'P_1, **prin urmare** P_2' este adevărată dacă şi numai dacă fraza '**Dacă** P_1, **atunci** P_2' este o **tautologie.**

sau

(88′) 'P_1, **încît** P_2' este adevărată dacă şi numai dacă fraza '**Dacă** P_1, **atunci** P_2' este o **tautologie.**

condiţii care sînt paralele cu II **12—1**?

Răspunsul nu poate fi decît negativ. Dacă am accepta că (88) este condiţia de adevăr a expresiei 'P_1, **prin urmare** P_2', ar trebui să spunem că o frază ca

(89) *Astăzi este luni*, **prin urmare** *Ion stă în casă.*

nu poate fi *niciodată adevărată*, deoarece

(90) **Dacă** *astăzi este luni*, **atunci** *Ion stă în casă.*

nu este o tautologie. Mai mult : dat fiind că (89) nu poate fi niciodată adevărată, urmează că (89) este *totdeauna falsă*, adică este *contradictorie*. Această concluzie este însă în evident dezacord cu intuiţia lingvistică a oricărui vorbitor, întrucît pentru orice vorbitor al limbii române (89) poate fi adevărată sau poate fi falsă dar în nici un caz nu este contradictorie (= *totdeauna* falsă).

Urmează că cele două tipuri de conjuncţii *nu pot fi tratate în termenii logicii propoziţiilor.*

Semnificaţia celor două tipuri de conjuncţii este mai legată fie de sensul conectorului '$\prec$' din logica sistemelor modale descrise în acest capitol, fie de relaţia de consecinţă logică, definită însă într-un sistem modal, ca sub **5—14 a.**

Într-adevăr, dacă stabilim pentru *prin urmare* condiția:

(91) 'P_1, **prin urmare** P_2' dacă și numai dacă fraza '**în mod necesar (dacă** P_1, **atunci** P_2)' este adevărată.

sau condiția

(92) 'P_1, **prin urmare** P_2' dacă și numai dacă P_2 este o consecință logică a lui P_1 în T (sau $S4$, sau $S5$).

lăsăm posibilitatea ca 'P_1, **prin urmare** P_2' să fie adevărată sau falsă, așa cum *este* de fapt în limbajul natural (cf. IV § **4 b** p. 252). Mai mult, în termenii unui sistem modal trebuie să spunem că 'P_1, **prin urmare** P_2' este falsă atunci și numai atunci cînd

(a) **este posibil ca** (P_1 **și**$_1$ **nu** $\sim P_2$) (corespunzător condiției (91))

sau

(b) P_2 **nu este o consecință logică** a lui P_1 deci: nici (i) '**în mod necesar (dacă** P_1, **atunci** P_2)' nu este validă în T (sau $S4$, sau $S5$) și nici (ii) '**dacă** P_1, **atunci** P_2' nu este validă în T (sau $S4$, sau $S5$) (cf. **5—14**) (corespunzător condiției (92)).

Cele menționate sub *1*°—*3*° au avut rolul de a arăta, pe de o parte, că aparatul conceptual oferit de logica propozițiilor este insuficient pentru descrierea semantică a *frazei* (din limbile naturale) și, pe de altă parte, anticipînd într-o oarecare măsură, că logica modală alethică oferă soluții de tratare a unor aspecte din semantica frazei pe care logica propozițiilor nu le poate oferi. Atît cuvintele „regente" din categoria celor menționate sub *2*° cît și conjuncțiile din categoria celor amintite sub *3*° pot fi tratate ca elemente ale unui sistem modal alethic, în același fel în care conjuncții ca *și*$_1$, *sau*$_2$ sau diversele forme de negație din limbajul natural au fost tratate ca elemente ale logicii propozițiilor.

a. Cuvinte modale. Din cele arătate sub 2° s-ar putea deduce că, în cazul unor cuvinte (sau expresii) ca ***se poate***, ***în mod necesar***, avem a face cu operatori modali ai limbajului natural și că, în consecință, considerînd limbajul natural ca un sistem T, sau $S4$, sau $S5$ am putea fixa pentru acele cuvinte reguli de adevăr analoge celor de sub **4—1**.

Lucrurile sînt însă mai puțin simple decît apar la prima vedere.

În primul rînd, trebuie menționat faptul că și în aceste două cazuri (ca și în cazul propozițiilor simple asertive, ca și în cazul conjuncțiilor) avem a face cu fenomene de ambiguitate.

În ce privește verbul *a putea*, în primul rînd, trebuie menționată distincția care trebuie făcută între forma reflexiv impersonală *se poate* și forma nereflexivă *poate*.

În

(93) *Ion* **poate** *să meargă la plimbare.*

poate are sensul de „a fi capabil să" sau „a avea capacitatea de a..." sau „a avea permisiunea să...", „a fi în dreptul său să..." în timp ce în

(94) *Se poate ca Ion să meargă la plimbare.*

poate are sensul de „a fi logic posibil".

Evident că, dintre cele două sensuri, numai al doilea poate fi pus în corespondență cu sensul operatorului '$\diamond$' din logica modală. În acest caz, diferența de sens este corelată cu o diferență formală : diferența dintre forma reflexiv impersonală și forma nereflexivă. Sensul „a fi posibil" se leagă de construcțiile reflexive. În schimb *nu totdeauna* forma reflexiv impersonală a lui *putea* este asociată de sensul „a fi posibil".

În cazul în care reflexivul are sens pasiv, *se poate* nu are sensul modal care ne interesează ; în construcția

(95) *Fereastra se poate deschide oricînd.*

se poate deschide are sensul de „poate fi deschisă", unde *se poate* exprimă sensul „cineva (sau oricine) are capacitatea de a...".

Există, de asemenea, cazuri în care forma reflexivă *se poate* nu are sensul de „a fi posibil", deși construcția nu este pasivă. Într-o propoziție ca

(96) **Se poate** *intra oricînd în casa lui Ion.*

se poate are mai curînd sensul de „a fi permis" (sau „a nu fi interzis").

Adverbul propozițional *poate* (de care subiectiva se leagă prin *că*) are uneori rolul de a exprima ideea de „este posibil", ca în

(97) **Poate că** *Ion așteaptă în stradă.*

Alte ori acelaşi adverb exprimă ideea de „incertitudine" (în sensul că vorbitorul este înclinat să acorde valorii „adevărat" a propoziţiei care urmează o probabilitate mai mare decît valorii „fals", fără însă a fi dispus să *afirme* această propoziţie) ca în cazul în care (97) ar fi replică la o întrebare ca

(98) *A venit Ion?*

Pe de altă parte, nici forma nereflexivă nu exprimă în mod necesar sensul „a fi capabil să...".

Chiar în exemplul (93), verbul *poate* poate avea sensul de „este posibil". Trebuie însă făcută observaţia că, în acelaşi timp, există o diferenţă de sens între (94) şi (93) (în cazul în care *poate* exprimă ideea de posibilitate). În (94), *poate* se referă la ceea ce se spune în propoziţia

(99) *Ion merge* (= să meargă) *la plimbare.* *)

În (93), fragmentul

(100) *Poate să meargă la plimbare.*

(care include cuvîntul modal *poate*) se referă la un individ x, care este identic cu *Ion.*

Într-o formulare mai exactă, sensul propoziţiei (94) este :

(94′) **Este posibil** *ca Ion să meargă la plimbare.*

în timp ce sensul propoziţiei (93) este :

(93′) **Există un** x pentru care $x =$ *Ion*, astfel încît **este posibil ca** x *să meargă la plimbare.*

În terminologia logicii medievale, se spune că (94′) este afirmat *de dicto*, în timp ce (93′) este afirmat *de re.*

Am putea spune deci că *putea* nereflexiv, atunci cînd este folosit cu sensul „a fi posibil", marchează o *aserţiune de re*, în timp ce *putea* reflexiv (impersonal) cu sensul de „a fi posibil" marchează o *aserţiune de dicto.* Întrucît, după cum uşor se poate observa, aserţiunile „de re" presupun o analiză în constituenţi a propoziţiei la care se adaugă cuvîntul modal, pentru descrierea semantică a aserţiunilor „de re" sistemele modale descrise în paragrafele precedente nu sînt adecvate, deoarece, în aceste sisteme, ca şi în logica propoziţiilor, propoziţiile sînt luate ca *blocuri neana-*

---

* Folosirea modului conjunctiv după *poate* o considerăm nerelevantă pentru discuţia noastră. Ea *poate* deveni relevantă, în momentul în care luăm în consideraţie şi *semantica modurilor* utilizate în propoziţii.

lizate. Pentru descrierea acestei categorii de aserţiuni sînt necesare sisteme modale mai complexe. În orice caz, distincţia făcută este interesantă întrucît este de natură să precizeze sensul unor cuvinte modale din limbile naturale: pe baza acestei distincţii putem exprima deosebirea de sens dintre (93) — în care *poate* este luat cu sensul de „este posibil" — şi (94). În cele ce urmează, vom avea însă în vedere numai afirmaţiile *de dicto*.

Cele arătate pînă aici pun în evidenţă faptul că pentru a putea defini sensul unor cuvinte (sau expresii) ca *poate*, *se poate* prin reguli de forma **4—1** *RA 2* este necesară o operaţie prealabilă de dezambiguizare a acestor cuvinte. Ca şi în cazurile discutate în cap. II, vom folosi procedeul *indexării*: unui semn cu un anumit indice îi va corespunde totdeauna un singur sens şi numai unul singur (din totalitatea sensurilor pe care cuvîntul neindexat le are); în acord cu acest procedeu, vom considera, de exemplu, că *se poate*$_M$ are unul şi numai unul dintre sensurile menţionate în discuţia de pînă aici (şi eventual şi altele, pe care dicţionarele le înregistrează) şi anume sensul de „este posibil ca...". La fel, *putea*$_M$ are sensul „este posibil ca..." (în afirmaţiile *de re*).

După cum se observă, ca şi în cazul conjuncţiilor (cf. II § **8**, 5^0), avem a face cu cazuri de sinonimie a expresiilor cu un sens modal: *se poate ca*... este sinonim cu *este posibil ca*...

În cazul în care vrem să definim sensul celor două expresii printr-o regulă analogă cu **4—1** *RA 2*, avem două soluţii la dispoziţie: (a) să formulăm această regulă în aşa fel încît ea să nu se refere la un semn ci la o *clasă de semne* (clasă care include pe *se poate* ca şi pe *este posibil ca*) sau (b) să considerăm că avem (eventual la nivelul „structurii profunde") *un singur* element modal (simbolizat într-un fel oarecare, eventual prin 'POS' sau prin 'M' sau eventual chiar prin '$\Diamond$') cu două „realizări fonetice de suprafaţă" (*se poate ca* şi *este posibil ca*) şi să formulăm o regulă ca **4—1** *RA 2* pentru acest singur element modal.

În cazul în care o astfel de regulă este formulată, condiţia de adevăr a unei fraze ca (94) este dată de o regulă ca

(101) $V[(94), w_i] = 1$, dacă şi numai dacă există un $w_j \in W$, pentru care $w_i R w_j$, astfel încît V *(Ion merge la plimbare*, $w_j) = 1$.

O regulă de forma (101) nu este altceva decît o particularizare a regulii **4—1** *RA 2* şi o adaptare a acesteia la situaţia în care limbajul obiect este limbajul natural. O regulă ca (101) nu face altceva decît să exprime *sensul* propoziţiei (94) adică să exprime explicit condiţiile în care (94) are valoarea „adevărat"; condiţia exprimată în limbaj obişnuit este: (94) este adevărată într-o lume posibilă, w_i (care eventual poate fi lumea reală), dacă şi numai dacă există o lume posibilă, w_j, accesibilă lumii w_i, în care propoziţia (99) este adevărată; la rîndul ei, propoziţia (99) este adevărată într-o lume, w_j, conform cu II **3—2**, dacă şi numai dacă, în w_j, are loc evenimentul descris de propoziţia (99), adică faptul că Ion se plimbă. Trebuie să atragem atenţia asupra faptului că există şi posibilitatea ca w_j (accesibilă lumii w_i) să fie identică cu lumea posibilă w_i (întrucît în toate sistemele descrise în acest capitol, relaţia R era *reflexivă*, astfel încît orice lume $w_i \in W$ este şi una dintre propriile ei alternative).

Corelatul expresiei *se poate* ca_M... este, după cum am văzut, *în mod necesar*.

Trebuie să atragem atenţia asupra faptului că am ales în mod deliberat dintre expresiile înrudite ca sens, expresia *în mod necesar* în calitate de corelat al expresiei *se poate* ca_M. Această alegere a fost determinată de două considerente:

1⁰. Expresia *în mod necesar* prezintă avantajul că atunci cînd este prefixată unei construcţii sintactice nu impune schimbarea modurilor în expresia la care este prefixată (spre deosebire de *este necesar ca*..., expresie care cere modul conjunctiv în subordonată).

Observaţie. În cazul expresiilor cu sensul de „posibilitate" nu am putut face o alegere asemănătoare, întrucît *toate* expresiile din această categorie cer ca verbul propoziţiei dependente să fie la conjunctiv.

2⁰. Expresia *este necesar să* are cel puţin încă două sensuri, în afară de cel care ne interesează, şi anume sensul de „a fi obligatoriu ca..." sau „a fi indispensabil (în sensul utilităţii practice) să..." Spre deosebire de această expresie, *în mod necesar* se pare că nu are alt sens decît acela de „imposibilitate de a nu fi adevărat".

Că lucrurile stau aşa ne-o dovedeşte următorul fapt. Dacă o propoziţie este în mod *necesar adevărată*, ea este în mod obligatoriu şi adevărată, pur şi simplu, acum şi aici (deci în această lume posibilă, oricare ar fi ea) (cf. **5—7**, 1°). Prin urmare, o frază în care se afirmă că ceva este necesar şi în acelaşi timp se spune că acest „ceva" nu este adevărat, nu poate fi decît contradictorie. Se poate observa că, în limbajul natural, o frază ca

(102) **În mod necesar** *Ion este student*, **dar** *Ion nu este student.*

este contradictorie (caracterul „contradictoriu" al acestei fraze se reflectă în faptul că un vorbitor oarecare este înclinat să considere o frază ca (102) drept „absurdă" sau „fără sens").

În schimb, o frază ca:

(103) **Este necesar ca** *Ion să fie student*, **dar** *Ion nu este student.*

nu este nici contradictorie şi nici nu poate fi considerată de vorbitori drept „absurdă" sau „fără sens". Aceasta, din cauză că *este necesar ca* nu se referă aici la „adevărul necesar" al propoziţiei subordonate, deci la adevărul acestei propoziţii în *toate* lumile posibile (deci inclusiv în lumea în legătură cu care se afirmă (103)), ci la adevărul conform cu „trebuinţele" sau cu „obligaţiile", adevăr care nu implică adevărul propoziţiei subordonate în *toate* lumile posibile, deci nici în lumea la care se referă (103).

Întrucît (103) *nu este contradictorie*, sîntem îndreptăţiţi să spunem că *este necesar ca* nu are în (103) un sens identic cu acela pe care *în mod necesar* îl are în (102).

În schimb, putem spune că (103) *poate fi contradictorie*, dacă *este necesar ca* are înţelesul pe care *în mod necesar* îl are în (102).

Observaţie. Un motiv asemănător cu cel invocat aici sub 2° ar fi putut să ne determine să alegem expresia *este posibil ca* în calitate de corelat al expresiei *este necesar ca* : *este posibil ca* este, după toate aparenţele, neambiguă (ea se referă totdeauna la „posibilitatea" definită în sensul regulii **4—1** *RA 2*). Am preferat însă expresia *se poate* ca_M

(deci o expresie dezambiguizată) întrucît ea nu are caracter neologic, deci mai mult sau mai puţin „savant”, şi prin urmare nu s-ar putea justifica obiecţia că aparţine numai unui anumit stil (funcţional) al limbii, anume acela în care se vehiculează concepte filozofice şi logice. Am preferat deci o expresie aparţinînd vorbirii comune.

Expresia *trebuie*, care poate candida la statutul de operator modal în limbajul natural, este şi ea ambiguă în exact acelaşi fel în care este ambiguă şi expresia *este necesar ca*.

Cele arătate mai sus cu privire la cuvintele şi expresiile corelate cu expresia *se poate ca* ne determină să facem următoarele precizări.

(a) În cazul în care vrem să descriem semantic cuvintele din această categorie în acelaşi fel în care am descris operatorul '$\Box$' din sistemele modale, este necesară o operaţie prealabilă de dezambiguizare a cuvintelor şi expresiilor ambigue. Procedeul este identic cu cel folosit pentru dezambiguizarea expresiilor referitoare la posibilitate. Din ansamblul de cuvinte şi expresii *este necesar* ca_1, *este necesar* $ca_2, \ldots$, *este necesar* ca_r sau $trebuie_1$, $trebuie_2, \ldots$, $trebuie_k$, vom avea în vedere cîte un singur element, pe care îl vom simboliza prin *este necesar* ca_N, $trebuie_N$; cele două semne reprezintă expresia *este necesar ca* avînd sensul „adevărat în toate lumile posibile accesibile” şi *numai* acest sens şi, respectiv, expresia *trebuie* cu sensul „adevărat în toate lumile posibile accesibile” şi *numai* acest sens. Ambele expresii au acelaşi sens cu *în mod necesar* (care nu are *decît* sensul „adevărat în toate lumile posibile accesibile”).

(b) După cum se observă, *este necesar* ca_N, $trebuie_N$ şi *în mod necesar* sînt expresii sinonime. În cazul în care vrem să specificăm sensul acestor semne printr-o regulă de tipul **4—1** *RA 1*, trebuie să facem fie ca regula respectivă să se refere la *întreaga clasă de sinonime* despre care am vorbit, fie ca regula să se refere la un singur element, pe care îl vom considera ca existînd la nivelul unei structuri profunde, mai abstracte, şi ca avînd mai multe „realizări fonetice” la nivelul superficial, mai concret.

Ca şi în cazul seriei *poate*$_M$, *se poate ca*$_M$, *este posibil ca*, trebuie să facem distincţia între afirmaţiile *de dicto* şi *de re*. Spre deosebire de expresiile din prima categorie, se pare că, în cazul expresiilor legate de ideea de „necesitate", nu există o specializare a anumitor expresii pentru afirmaţiile *de dicto* şi a altora pentru afirmaţiile *de re*.

Se poate spune şi :

(104) **Este necesar ca**$_N$ *Ion să fie biped.*
(de dicto), şi

(104′) *Ion* **este necesar**$_N$ *să fie biped.*
(de re, cu traducerea „există un x, pentru care x = *Ion*, astfel încît x în mod necesar este biped"), după cum se poate spune şi

(105) **În mod necesar** *Ion este biped.*
(de dicto), dar şi

(105′) *Ion este* **în mod necesar** *biped.*
(de re, cu traducere identică cu cea de sub (104′)).

Distincţia *de dicto/de re* este însă nerelevantă în acest caz, pentru exact aceleaşi motive pentru care aceeaşi distincţie nu era relevantă în cazul expresiilor *este posibil ca*, *se poate ca*... etc. : în sistemele *T*, *S4*, *S5*, propoziţiile sînt tratate ca blocuri neanalizate, iar distincţia *de dicto/de re* presupune un model în care propoziţiile afirmative sînt analizate în constituenţi (vezi mai sus, comentariile de sub (93′)). În cele ce urmează, vom avea în vedere numai afirmaţiile *de dicto*.

În cazul în care avem în vedere cele arătate sub (a)–(c), putem formula condiţiile de adevăr pentru fraze de forma '**în mod necesar** *P*' printr-o regulă analogă regulii *RA 1* de sub **4–1**.

În cazul particular al unei fraze ca (105), condiţiile de adevăr vor fi exprimate prin

(106) $V[(105), w_i] = 1$ dacă şi numai dacă, pentru orice $w_j \in W$, pentru care $w_i R w_j$, V *(Ion este biped*, $w_j) = 1$.

O regulă ca (106) nu este decît aplicarea la un caz particular a regulii **4–1** *RA 1*, adaptată la situaţia în care limbajul obiect este limbajul natural. Ca şi în cazul regulii (101), putem spune despre (106) că nu face altceva decît să exprime *sensul* frazei (105), adică să exprime explicit condițiile în care (105) are valoarea adevărat; exprimate în limbaj obișnuit, aceste condiții sînt: (105) este adevărată într-o lume posibilă w_i (care eventual poate fi lumea reală) dacă și numai dacă în orice lume posibilă w_j, accesibilă lumii w_i, propoziția *Ion este biped* este adevărată; la rîndul ei, propoziția *Ion este biped* este adevărată într-o lume w_j, conform cu II **3—2**, dacă și numai dacă, în w_j, are loc starea descrisă de această propoziție, adică dacă *Ion este biped;* altfel spus: (105) este adevărată dacă și numai dacă toate lumile posibile accesibile lumii w_i (inclusiv w_i) sînt compatibile cu aserțiunea exprimată de propoziția *Ion este biped.*

După ce am văzut dacă și în ce condiții regulile **4—1** pot fi adaptate descrierii limbajului natural, este normal să răspundem la următoarea întrebare. Dacă *se poate* ca_M și *în mod necesar* pot fi considerați *operatori modali* în limbajul natural și dacă sensul acestor operatori este specificat prin reguli de forma **4—1**, atunci căruia dintre sistemele modale descrise în acest capitol (*T*, *S4* sau *S5*) îi este analog limbajul natural?

Evident, răspunsul la această întrebare este legat în primul rînd și direct de sensul pe care îl are operatorul *în mod necesar* în limbajul natural.

După cum rezultă din **6—6**, **10**, **7—3**, fiecăruia din sistemele *T*, *S4* și *S5* îi este asociată cîte o clasă de lumi posibile (sau 'clasă de alternative') proprie: sistemului *T* îi corespunde clasa W^T, sistemului *S4* — clasa W^{S4}, iar sistemului *S5* — clasa W^{S5}. În felul acesta, operatorul '$\Box$' are semnificații diferite, în raport cu fiecare dintre sistemele modale definite. Într-adevăr, dacă fixăm pentru '$\Box$' condiția de adevăr **4—1** *RA 1*, care spune că '$\Box p$' este adevărat în w_i dacă și numai dacă p este adevărat în *orice* w_j, accesibil lui w_i, atunci „adevărat în orice w_j" înseamnă clasa W^T, în cazul în care sistemul descris este *T*, înseamnă clasa W^{S4}, în cazul în care sistemul descris este *S4* și înseamnă W^{S5}, în cazul în care sistemul descris este *S5*. Dar W^T, W^{S4} și W^{S5} nu sînt identice, ci, conform cu **6—13**, **7—4**, sînt într-un raport de incluziune: W^T este strict inclusă în W^{S4} iar aceasta este strict inclusă în W^{S5}.

Prin urmare, clasa W^{S5} este cea mai comprehensivă clasă, W^{S4} este mai puțin comprehensivă decît W^{S5}, dar mai comprehensivă decît W^T, iar aceasta din urmă este cel mai puţin comprehensivă. Prin urmare, o propoziţie *p*, pentru a fi *necesară în T*, trebuie să fie adevărată într-un *număr mai mic* de lumi posibile (din totalitatea *W*, a lumilor posibile) decît pentru a fi *necesară în S4*, unde trebuie să fie adevărată într-un număr mai mare de lumi posibile, sau, în sfîrşit, pentru a fi *necesară în S5*, cînd trebuie să fie adevărată într-un număr şi mai mare de lumi posibile, mai exact în *toate* lumile posibile din *W*, întrucît, după cum am arătat în § **7. b**, în *S5*, relaţia *R* este o relaţie de echivalenţă (deci toate lumile echivalente cu w_i pentru care $w_i \in W$ înseamnă toate lumile care aparţin la *W*).

Putem vorbi deci de o *accepţie slabă* a necesităţii (definită în *T)*, de o *accepţie mai tare* a necesităţii (definită în *S4)* şi de o *accepţie tare* a necesităţii (definită în *S5*).

Problema care se pune în legătură cu limbajul natural este următoarea: avînd în vedere cele trei sisteme modale descrise, *în mod necesar* din limbajul natural corespunde accepţiei slabe a necesităţii *(T)*, accepţiei tari *(S5)* sau accepţiei mai puţin tari *(S4)*? Altfel spus: în cazul în care considerăm limbajul natural un sistem modal, îi asociem o clasă de lumi posibile (alternative) W^T, W^{S4} sau W^{S5}? Sau: în cazul în care descriem semantica frazei (în limbajul natural) adoptăm un *model T* (în care *R* este *reflexivă*, *ne-tranzitivă* şi *ne-simetrică)*, un *model S4* (în care *R* este *reflexivă*, *tranzitivă* şi *ne-simetrică)* sau un *model S5* (în care *R* este *reflexivă*, *tranzitivă* şi *simetrică*, deci o *relaţie de echivalenţă)*?

Pentru a răspunde la această întrebare, este necesar să precizăm următorul lucru: cuvîntul *necesar*, aşa cum este folosit în limbajul natural, prezintă un anumit grad de ambiguitate, chiar atunci cînd spunem că se referă la „adevărul în toate lumile posibile". Există cel puţin trei accepţii detectabile ale acestui cuvînt:

(i) Accepţia *filozofică şi logică* a termenului cu care avem a face într-o frază de felul:

(107) **În mod necesar,** *A este sau B sau non-B.*

În acest caz, *necesar* se referă la adevărul „în toate lumile posibile", în sens leibnizian, sau la adevărul care se stabilește exclusiv pe baze logice și care nu are nevoie de verificare empirică.

(ii) Accepția pe care am putea-o numi *teoretică*. Este vorba aici de un *necesar* care se referă la „toate lumile posibile compatibile cu sistemul de cunoștințe (științifice) pe care le deținem cu privire la universul empiric"; o propoziție este, în acest sens, *necesar adevărată* cînd ea este adevărată în toate lumile posibile care se pot concepe pe baza cunoștințelor (științifice) codificate în sistemele științelor empirice sau, în sfîrșit, într-o a treia formulare alternativă: o propoziție este necesar adevărată în sensul că este adevărată oricînd și în orice împrejurare, cu condiția ca lumea să fie așa cum este științific cunoscută (deci să nu apară date experimentale care să determine o modificare a sistemului de cunoștințe științifice).

În acest sens, putem spune că legile științifice au un caracter *necesar*, și cu acest înțeles apare cuvîntul *necesar* într-o frază ca **În mod necesar** *distanța parcursă de un corp care cade liber este proporțională cu pătratul duratei de cădere* *.

Trebuie observat că deși legea „*distanța parcursă*..." este adevărată oricînd și oriunde (deci în „toate lumile posibile") *în raport cu cunoștințele noastre empirice* (fapt care face ca fraza de mai sus să fie adevărată), nimic nu ne împiedică să considerăm că **logic** pot exista și alte lumi, diferite de aceea (sau acelea) pe care o (le) cunoaștem, în care legea aici în discuție (considerată „necesar adevărată") să nu fie adevărată. Această observație o facem pentru a pune în contrast *necesitatea logică* (aceea care se referă la toate lumile care pot fi *logic* concepute sau construite) și necesitatea „teoretică", pe care o mai putem numi și necesitate *factuală* (pentru a o opune celei logice), întrucît se bazează pe cunoașterea stărilor *de fapt*.

(iii) Accepția pe care am putea-o numi pur și simplu *empirică* (deosebită deci de cea de a doua, care era „științific-empirică"). Este vorba aici de un *necesar* care se referă la „toate lumile posibile compatibile cu cunoștințele unei colectivități, cunoștințe dobîndite pe baza experienței (actuale sau transmise)".

---

* Lege din mecanica newtoniană; ap. Nagel, 1961 : 65.

Ceea ce distinge accepţia aceasta de accepţia (ii) este absenţa caracterului *ştiinţific* al cunoştinţelor.

Dacă cineva poate să afirme propoziţia (108)

(108) *Afară este frig* **deci** *Ion stă în casă.*

înseamnă că, în acord cu cele arătate sub (3^0), pentru cel care afirmă (108), ca şi pentru cei care acceptă fraza (108) ca adevărată, este adevărată şi fraza:

(109) **În mod necesar** *(dacă afară este frig,* **atunci** *Ion stă în casă).*

Dar, pentru ca (109) să fie adevărată, este necesar ca

(110) **Dacă** *afară este frig,* **atunci** *Ion stă în casă.*

să fie adevărată „în toate lumile posibile". În acest caz, „adevărat în toate lumile posibile" înseamnă „adevărat în toate împrejurările care sînt conforme cu experienţa anterioară" sau „adevărat în toate împrejurările care sînt astfel încît să nu determine modificarea ansamblului de cunoştinţe formate pe baza experienţei anterioare".

După cum se poate observa, dacă (110) ar fi „adevărată în toate lumile posibile" în sensul precizat aici, *logic* se poate concepe oricînd şi o altă lume posibilă, în care (110) ar putea fi falsă. De aceea, ca şi sub (ii), putem spune că avem aici a face nu cu o necesitate logică, ci tot cu una *factuală*.

În urma acestor observaţii, putem opera o nouă dezambiguizare, vorbind nu despre o singură expresie *în mod necesar*, ci de cel puţin trei: *în mod necesar*$_{(i)}$, *în mod necesar*$_{(ii)}$, şi *în mod necesar*$_{(iii)}$, corespunzătoare celor trei înţelesuri ale cuvîntului *necesar*, descrise mai sus.

Este evident că, pentru *în mod necesar*$_{(i)}$ vom formula condiţia de adevăr într-un *model S5* (deci într-un model în care *R* este *reflexivă*, *tranzitivă* şi *simetrică*, şi prin aceasta este o *relaţie de echivalenţă*; în aceste condiţii, „necesar adevărat" înseamnă „adevărat în toate lumile din *W*").

Mai departe, putem eventual rezerva modelele *S4* şi *T* în vederea formulării condiţiilor de adevăr pentru *în mod necesar*$_{(ii)}$, respectiv, *în mod necesar*$_{(iii)}$.

În legătură cu modul de tratare a sensurilor (i), (ii), (iii) se pot face unele observaţii.

Hintikka, 1969, rezervă sistemul *S4* (în care semnul '$\Box$' este înlocuit cu 'K', iar semnul '$\Diamond$' cu '*P*') pentru descrierea semantică a verbului *a şti*. În cazul în care facem această alegere, urmează să găsim o altă modalitate de a reprezenta sensul lui *în mod necesar*$_{(ii)}$ (dacă socotim că distincţia dintre sensurile (ii) şi (iii) este intr-adevăr indispensabilă pentru descrierea limbajului natural) şi să rezervăm modelul *T* pentru descrierea sensului lui *în mod necesar*$_{(iii)}$; o altă alternativă posibilă ar fi să rezervăm modelul *S4* pentru sensul (ii) şi să folosim modelul *T* pentru semantica lui *a şti*, urmînd să găsim un alt model pentru descrierea lui *în mod necesar*$_{(iii)}$ (vezi mai jos, IV, § **4b.**, pp. 252–253).

În ce priveşte expresia *se poate ca*, întrucît este corelată cu *în mod necesar*, prezintă şi ea cel puţin trei sensuri distincte, corespunzătoare sensurilor (i)–(iii) ale lui *necesar* : există un posibil *logic* (corespunzător necesarului logic), există un *posibil ştiinţific-empiric* (corespunzător necesarului ştiinţific empiric) şi un *posibil empiric* (corespunzător necesarului empiric).

Vom avea a face deci cu : *se poate ca*$_{M(i)}$, *se poate ca*$_{M(ii)}$ şi *se poate ca*$_{M(iii)}$. Pentru fiecare dintre perechile *în mod necesar*$_{(i)}$/*se poate ca*$_{M(i)}$, *în mod necesar*$_{(ii)}$/*se poate ca*$_{M(ii)}$ şi *în mod necesar*$_{(iii)}$/*se poate ca*$_{M(iii)}$ se pune problema opţiunii pentru unul dintre modelele *T*, *S4* sau *S5* ; este important de notat faptul că oricare ar fi această opţiune, ea trebuie să fie aceeaşi pentru cei doi membri ai perechii ; altfel spus : nu se poate formula condiţia de adevăr pentru, de exemplu, *în mod necesar*$_{(ii)}$ în termenii unui *model-T*, iar pentru perechea sa, *se poate ca*$_{M(ii)}$, în termenii unui *model-S4*.

b. Conjuncţii modale. Numim ,,conjuncţii modale'' acele conjuncţii (din limbajul natural) în a căror definiţie semantică intră un operator modal. Este evident că, atunci cînd vorbim despre ,,operatori modali'' în legătură cu *conjuncţiile* (deci cu elemente ale limbajului natural), avem în vedere cuvinte şi expresii de felul celor discutate sub **a.**, definite prin reguli de adevăr ca **4–1**, ,,adaptate'' limbajului natural.

Vom reveni aici asupra conjuncţiilor *dacă... atunci*, *prin urmare* şi *încît*, fiecare dintre ele fiind luate ca ,,reprezentant'' al unei *clase* de conjuncţii : clasa conjuncţiilor *condiționale*, *conclusive* și, respectiv, *consecutive*. Prin urmare, cele spuse cu privire la aceste conjuncții sînt valabile pentru toate conjuncțiile din clasa respectivă. Ca și în cazul conjuncțiilor ne-modale (*și*$_1$, *sau*$_2$ etc.) regulile de adevăr pentru conjuncțiile modale sinonime pot fi formulate în două feluri:

(a) fie pornind de la ideea că la nivelul structurii profunde există *o singură* conjuncție de un anumit tip (condițională, conclusivă etc.) și că ea are diverse „realizări fonetice" superficiale; regula se formulează în raport cu entitatea existentă la nivelul structurii profunde;

(b) fie formulînd reguli de adevăr nu pentru conjuncții individuale, ci pentru clase de conjuncții (clasa condiționalelor, clasa conclusivelor etc.).

În cele ce urmează, întrucît nu ne propunem să dăm o descriere a limbajului natural, ci ne limităm la a indica posibilitățile de a trata limbajul natural în termenii unui limbaj logic modal, vom face abstracție de existența conjuncțiilor sinonime.

(i) În discuția privitoare la raportul dintre '$\supset$' și *dacă... atunci*, am remarcat faptul că *dacă... atunci* se deosebește ca sens de '$\supset$' prin faptul că, în sensul exprimat de conjuncția condițională, intervine ideea de *necesitate* (cf. și în acest capitol, considerațiile făcute la începutul acestui paragraf sub 3°). Altfel spus, în limbajul natural, consecventul este înțeles ca „rezultînd din" antecedent. De aceea, conjuncția condițională din limbajul natural corespunde ca sens mai curînd implicației logice, '$\prec$', decît implicației materiale, '$\supset$' (asupra acestei distincții, vezi mai sus § **5 f.**).

Întrucît limbajul natural nu are o conjuncție corespunzătoare implicației materiale, o definiție de forma '$p \prec q =_{\mathrm{Df}} \Box(p \supset q)$' (cf. **5—6 a.**) nu este posibilă. În aceste condiții, dat fiind **5—7**, *7*°, avem

$$(\alpha)\ \sim\Diamond\sim(p \supset q)$$

în loc de '$\Box(p \supset q)$', iar în loc de $\sim(p \supset q)$, conform cu **11—5** *16*° obținem din (α)

$$(\beta)\ \sim\Diamond(p \wedge \sim q).$$

Expresia (β) are avantajul de a conţine conectorul '$\wedge$', pentru care dispunem de un echivalent în limbajul natural, anume *şi*$_1$. Mai departe, convenind să simbolizăm diversele forme de negaţie ale limbajului natural prin *nu* prefixat simbolului P (simbolul unei propoziţii asertive simple oarecare din limbajul natural) deci *nu*-P, putem fixa în formă generală condiţia de adevăr pentru *dacă — atunci* prin :

(111) '**Dacă** P_1 **atunci** P_i' este adevărat, dacă şi numai dacă '**nu se poate ca**$_M$ (P_1 şi$_1$ *nu*-P_2)' este adevărată.

Evident, negaţia unei condiţionale va avea forma :

(111′) **Se poate ca**$_M$ (P_1 **şi**$_1$ *nu*-P_2).

Conform cu (111), vom spune că (110) este adevărată dacă şi numai dacă

(112) **Nu se poate ca**$_M$ *(afară să fie frig* **şi**$_1$ *Ion să nu stea în casă).*

este adevărată.

Observaţie. În discuţia de sub **a.**(ii), întrucît nu aveam în vedere formularea unei reguli de adevăr pentru limbajul natural, am tratat conjuncţia *dacă... atunci* ca şi cum ar fi echivalentul „natural" al implicaţiei materiale şi am „introdus" ideea de necesitate prin prefixarea expresiei *în mod necesar.*

(ii) În consideraţiile introductive la acest paragraf sub *3*^{0}, vrînd să punem în evidenţă caracterul *modal* al unor conjuncţii, am legat conjuncţiile conclusive de ideea de „consecinţă logică" şi am sugerat că sensul unei fraze de forma 'P_1, **prin urmare** P_2' ar putea fi specificat prin reguli de tipul (91) sau (92).

În realitate, nici (91), nici (92) nu sînt adecvate acestui scop.

În ce priveşte regula (91) : Indiferent de faptul dacă interpretăm conjuncţia condiţională în mod direct, ca implicaţie logică (în conformitate cu (111)) sau dacă „prefixăm" la fraza condiţională operatorul *în mod necesar* (ca în (91)), o regulă ca (91) prezintă inconvenientul de a stabili o relaţie de *sinonimie* între o frază de forma

(113) P_1, **prin urmare** P_2.

şi o frază de forma

(114) **Dacă,** P_1**, atunci** P_2.

(cu sensul specificat prin (111)) sau cu o frază de forma

(115) **În mod necesar (dacă** P_1**, atunci** P_2**)**

(conform cu (91)). Or, în realitate, (113) nu este sinonimă nici cu (114), nici cu (115). O frază ca (113) conţine în ea aserţiunea simultană a propoziţiilor P_1 şi P_2. Mai concret: dintr-o frază ca (89) (vezi mai sus, p. 191) decurge în mod firesc că

(89 a) *Astăzi este luni*

este adevărată şi că

(89 b) *Ion stă în casă*

este, de asemenea, adevărată.

Observaţie. Dovada faptului că (89) include aserţiunile (89 a), (89 b) o face faptul că o frază ca

(89′) *Astăzi este luni*, **prin urmare** *Ion stă în casă*, **dar** *Ion nu stă în casă*

sau ca

(89″) *Astăzi este luni*, **prin urmare,** *Ion stă în casă*, **dar** *astăzi nu este luni*

sînt, ambele, contradictorii.

Spre deosebire de (113), fraze ca (114) sau (115) nu conţin aserţiunea nici uneia dintre propoziţiile P_1, P_2. Mai concret: o frază ca (90) nu conţine nici aserţiunea propoziţiei (89 a), nici a propoziţiei (89 b), chiar dacă *dacă*... ...*atunci* este luat cu sensul de implicaţie logică; după cum nici o frază ca

(89‴) **În mod necesar (dacă** *astăzi e luni*, **atunci** *Ion stă în casă)*

nu conţine aserţiunea vreuneia din propoziţiile (89a, b).

În ce priveşte (92): condiţia de adevăr este prea puternică, întrucît, conform cu o astfel de condiţie, o frază ca (89) ar trebui să fie *totdeauna falsă*, întrucît, după cum am văzut, în cazul în care luăm pe *dacă... atunci* cu sensul de implicaţie materială, (90) *nu este* o tautologie (deci (89 b) nu poate fi consecinţă logică a propoziţiei (89 a)); iar în cazul în care luăm pe *dacă... atunci* cu sensul de implicaţie logică, (90) nu este validă (nici în *T*, nici în *S4*, nici în *S5*); (deci nici în acest caz (89 b) nu poate fi consecinţă logică a propoziţiei (89 a); cf. **6—14 a.**, **5—14 a.**, **6—24 a.**, **7—15 a.**). Întrucît o propoziţie totdeauna falsă este o propoziţie contra-validă (deci contradictorie), ar urma ca (89) să fie contradictorie, ceea ce, conform cu intuiţia lingvistică a oricărui vorbitor, nu este cazul.

Este necesar deci să găsim o altă condiţie de adevăr pentru fraze ca (113). Pentru aceasta, trebuie să avem în vedere următoarele :

(a) că orice frază de forma (113) conţine aserţiunea simultană a celor două propoziţii, P_1 şi P_2 ;

(b) că alături de această aserţiune, (113) exprimă şi ideea că P_2 „rezultă din" P_1 sau că „pentru că P_1 este adevărat, atunci şi P_2 *trebuie* să fie adevărat".

Conform cu (a) şi (b), dacă am vrea să exprimăm printr-o parafrază sensul frazei (113), ar trebui să spunem : „P_1 este adevărat şi P_2 este adevărat şi P_2 rezultă din P_1".

Că (113) nu se poate reduce la o simplă conjuncţie ne-o dovedeşte faptul că (113) nu este simetrică : (113) nu spune acelaşi lucru cu P_2, **prin urmare** P_1 sau, mai concret, (89) nu spune acelaşi lucru cu *Ion stă în casă*, **prin urmare** *astăzi este luni*. Această lipsă de simetrie se datoreşte faptului că, în semnificaţia conjuncţiei *prin urmare*, intră şi ideea de „implicaţie logică" între cele două propoziţii, iar implicaţia (materială sau logică) nu este simetrică.

Condiţia de adevăr a frazelor de forma (113) este deci :

(115) 'P_1, **prin urmare** P_2' este adevărată dacă şi numai dacă' (P_1 şi$_1$ P_2) şi$_1$ (**dacă** P_1, **atunci** P_2)' este adevărată *.

Trebuie notat că, în (115), constituentul '**Dacă** P_1, **atunci** P_2' are sensul specificat în (111) (deci este o implicaţie logică şi nu materială).

În cazul particular al propoziţiei (89), conform cu (115), spunem că aceasta este adevărată dacă şi numai dacă

(116) *(Astăzi este luni* şi$_1$ *Ion stă în casă)* şi$_1$ (**dacă** *astăzi este luni*, **atunci** *Ion stă în casă)*

este, de asemenea, adevărată.

---

* O frază de forma (113) este o *entimemă*, adică un raţionament a cărei premisă majoră este subînţeleasă. De fapt, condiţia de adevăr (115), prin ceea ce urmează după şi$_1$, nu face decît să e x p l i c i t e z e premisa subînţeleasă.

O propoziţie ca (113) este falsă numai în cazul în care sau P_1 nu este adevărat, sau P_2 nu este adevărat, sau nu este adevărat că P_2 „rezultă din" P_1. După cum se poate observa, această formulare nu este altceva decît condiţia în care o conjuncţie este falsă (cf. **3—2** *RA 2)* ; în acest caz, conjunctele sînt exact termenii conjuncţiei din (115).

Mai departe : a spune că „nu este adevărat că P_2 rezultă din P_1" sau că „nu este adevărat că P_1 implică logic P_2" înseamnă, conform cu (111), a afirma propoziţia

(117) **Se poate ca**$_M$ (P_1 **şi**$_1$ *nu*-P_2).

Aşadar, negaţia unei propoziţii ca (113) este echivalentă cu

(118) *nu*-P_1 **sau**$_2$ *nu*-P_2 **sau**$_2$ **se poate ca**$_M$ (P_1 **şi**$_1$ *nu*-P_2).

În particular, negaţia propoziţiei (89) este

(119) *Nu este adevărat că (astăzi este luni* **(şi) prin urmare** *Ion stă în casă)*

iar (119) este echivalentă cu

(120) *Astăzi nu este luni* **sau**$_2$ *Ion nu stă în casă* **sau**$_2$ (**se poate ca**$_M$ (*astăzi să fie luni* **şi**$_1$ *Ion să nu stea în casă*)).

(iii) În consideraţiile făcute la începutul acestui paragraf sub 3⁰ am arătat că între conclusive şi consecutive nu există o deosebire de sens, ci, în măsura în care o astfel de deosebire se poate face clar, aceasta este numai o deosebire sintactică : raportul conclusiv este de coordonare, în timp ce raportul consecutiv este de subordonare.

Rezultă de aici că pentru o frază de forma

(121) P_1, **încît** P_2

este valabilă aceeaşi condiţie de adevăr ca aceea formulată pentru conclusive. Vom spune deci

(122) 'P_1, **încît** P_2' este adevărată dacă şi numai dacă' (P_1 **şi**$_1$ P_2) **şi**$_1$ (**dacă** P_1, **atunci** P_2)'

Negaţia unei fraze ca (121), deci

(123) *Nu este adevărat că* (P_1 **încît** P_2)

este echivalentă (pe baza aceloraşi considerente ca cele făcute sub (ii)) cu

(124) *(nu*-P_1, **sau**$_2$ *nu*-P_2*)* **sau**$_2$ **se poate ca**$_M$ *(*P_1**şi**$_1$nu-P_2*)*.

Un exemplu concret : negaţia frazei

(125) *Este atît de frig* **încît** *Ion stă în casă*

este

(126) **Nu este adevărat că** *(este atît de frig* **încît** *Ion stă în casă)*

și este echivalentă cu

(127) *(Nu este atît de frig* **sau**$_2$ *Ion nu stă în casă)* **sau**$_2$ **se poate ca**$_M$ *(să fie atît de frig* **și**$_1$ *Ion să nu stea în casă).*

Din (115) și (122) rezultă în mod clar că

(128) Frazele de forma 'P_1, **prin urmare** P_2' și 'P_1, **încît** P_2' *au același sens.*

c. Considerații finale. Din cele discutate sub **a** și **b**, rezultă în mod clar în ce fel pot interveni conceptele modale definite inițial în raport cu limbajul logic în descrierea semantică a limbajului natural.

Cu ajutorul lor se poate defini atît sensul unor cuvinte și expresii modale (ca *în mod necesar*, *se poate ca* etc.) cît și sensul construcțiilor în care o propoziție este subordonată unei astfel de expresii modale, așa cum reiese din **a**.

Pe de altă parte, aceleași concepte modale definite inițial în raport cu limbajul logic pot interveni în definirea sensului unor conjuncții pe care sub **b** le-am numit „modale", și al construcțiilor în care două propoziții asertive simple sînt legate cu ajutorul unor astfel de conjuncții. Trebuie remarcat faptul că, în special atunci cînd aceste concepte intervin în definirea sensului conjuncțiilor, ele nu au o simplă valoare descriptivă, ci și una *operațională*. Astfel, condițiile de adevăr stabilite pentru construcțiile condiționale (111), conclusive (115), consecutive (122) ne-au permis să stabilim care sînt *construcțiile-echivalente* cu negația celor trei tipuri de construcții: (111'), (118) și (124). Mai departe, făcînd uz de aceleași concepte, am stabilit în mod explicit un raport de *identitate de sens* între construcțiile conclusive și cele consecutive (128). Subliniem faptul că toate aceste echivalențe sînt *demonstrabile* în interiorul acestui sistem (ceea ce nu se întîmplă atunci cînd folosim exclusiv definițiile „tradiționale" ale acestor raporturi). Mai mult: pornind de la condiții de adevăr ca cele fixate prin (111), (115), (122), se pot demonstra o serie de *teoreme* privitoare la semantica limbajului natural, teoreme care, în mare măsură, sînt analoge teoremelor stabilite (și demonstrate sau demonstrabile) pentru limbajele logice. Cum scopul lucrării de față nu este însă acela de a descrie limbajul natural în termenii aparatului conceptual al semanticii logice, ci numai acela de a defini inițial o serie de concepte semantice în raport cu limbajul logic și, ulterior, de a arăta dacă și în ce condiții aceste concepte pot fi folosite în raport cu limbajul natural, nu vom stabili aici aceste teoreme.

În încheiere, rămîne să precizăm încă o chestiune. Atunci cînd (sub **a**) ne-am ocupat de operatorii modali din limbajul natural, am pus problema *alegerii* unuia dintre sistemele modale *(T, S4, S5)* pentru definirea acestor operatori. Am arătat acolo că în termenii sistemului *S5* trebuie definit sensul (i) al expresiei *în mod necesar* („necesarul" filozofic și logic), urmînd ca sensul comun, (iii), al acestei expresii să fie definit în termenii sistemelor *T* sau *S4*, avîndu-se în vedere și faptul că un sistem de forma *S4* ar putea fi utilizat în tratarea sensului unor verbe ca *a ști*. O problemă asemănătoare se pune și în raport cu „conjuncțiile modale" : implicația logică (exprimată în limbajul natural prin *dacă... atunci)* care intervine și în (115) și în (122) trebuie înțeleasă ca fiind definită în *T*, în *S4* sau în *S5*? Pentru un moment, vom formula numai un răspuns negativ, spunînd că ea *nu poate* fi definită în termenii sistemului *S5*; dacă am da o astfel de definiție, ar însemna că o frază ca (110) este totdeauna falsă (deci contra-validă), întrucît '*Afară este frig* și$_1$ *Ion nu stă în casă*' nu este o propoziție falsă în toate lumile posibile (așa cum cere condiția (111)). Urmează că *dacă... atunci* trebuie definit, fie într-un model *S4*, fie într-un model *T*. Pentru un moment nu vom alege unul dintre aceste două modele. Vom preciza care este modelul la care ne referim, atunci cînd formulăm o regulă ca (111), abia după ce vom prezenta și o serie de sisteme modale non-alethice, întrucît se poate întîmpla ca aceste modele să se dovedească mai apropriate sensului construcțiilor condiționale. Mai mult : în momentul în care vom avea în vedere și alte conjuncții modale decît cele discutate sub **b**, vom putea da o motivare mai puternică alegerii unuia sau altuia (sau altora!) dintre modelele semantice descrise.

Capitolul IV

LOGICA PROPOZIȚIILOR ȘI MODALITĂȚILE NON-ALETHICE

§. 1. Considerații introductive. În acest capitol vom descrie trei sisteme modale care diferă de cele descrise în cap. III din două puncte de vedere: (a) prin natura modelului semantic care le este asociat și (b) prin semnificația care se dă operatorilor modali.

În ce privește diferența menționată sub (a), în toate modelele semantice discutate în cap. III (*modelul-T*, III § **5**, **b**, *modelul-S4*, III § **6**, **b** și *modelul-S5*, § **7**, **b**), relația R era *reflexivă*. Aceasta însemna că orice lume posibilă, w_i, din W era în mod necesar și propria ei alternativă. În modelele semantice asociate sistemelor pe care le vom descrie în acest capitol, relația R va fi *totdeauna ne-reflexivă*. Aceasta înseamnă că, în sistemele care urmează să fie descrise, o lume oarecare, w_i, din W nu este propria ei alternativă. În consecință, într-un astfel de sistem, dacă o propoziție p este „adevărată în *orice* lume posibilă, w_j, pentru care avem w_iRw_j", această propoziție nu trebuie să fie adevărată și în w_i (în w_i, p poate fi adevărată sau falsă).

În ce privește diferența menționată sub (b): În toate sistemele descrise în cap. III, semnificația semnelor '$\Box$' și '$\Diamond$' a fost exprimată în mod neformal (adică nu prin reguli de adevăr) prin cuvintele *necesar* și *posibil*. Prin aceasta, spunem că am dat o anumită *interpretare* semnelor amintite, și, în consecință întregului sistem.

În III § **8**, **a**, am văzut că semnul '$\Box$', definit într-un *model S4*, poate fi interpretat și prin *a ști*. În cazul sistemelor pe care le vom avea în vedere în acest capitol, vom vedea că o astfel de interpretare nu mai este posibilă, pentru motive pe care le vom explica la locul cuvenit (cf. § § **4 a**, **5**). O interpretare posibilă a operatorilor modali cu care vom avea a face mai departe ar fi *a crede* pentru '$\Box$' și *credibil* pentru '$\Diamond$'; sau *este obligatoriu* (în raport cu un *cod de norme*), pentru '$\Box$' și *este permis* (în raport cu un *cod de norme)*, pentru '$\Diamond$'. Dacă avem în vedere prima interpretare, putem numi sistemul construit un *sistem modal doxastic*; dacă avem în vedere cea de a doua interpretare, putem numi sistemul construit un *sistem modal deontic.*

În cele ce urmează, vom descrie sistemele respective ca *sisteme doxastice*, urmînd ca, în paragrafele consacrate interpretării *lingvistice* a acestor sisteme, să avem în vedere și interpretarea deontică. Pentru a ușura urmărirea și înțelegerea textului, vom folosi în cele ce urmează semnele '$\Box$' și '$\Diamond$' cu indicele *D* subscris: '$\Box_D$', '$\Diamond_D$'; în acest fel, vom face explicită în permanență interpretarea posibilă pe care o avem în vedere atunci cînd facem descrierea sistemelor. Așadar '$\Box_D p$' se va citi **„se crede că** p**"** iar '$\Diamond_D p$' se va citi **„este credibil că** p**"**.

Întrucît sistemele *T*, *S4* și *S5* au fost descrise și explicate în mod amănunțit în cap. III iar sistemele pe care le descriem aici nu diferă de primele două decît și exclusiv prin faptul că, în modele semantice asociate lor, relația *R* este *nereflexivă*, vom discuta aceste sisteme nu separat, ca în cap. III, ci împreună; deoarece avem în vedere interpretarea *doxastică* a acestor sisteme și întrucît ele sînt derivate din sistemele alethice corespunzătoare prin simpla suprimare a uneia dintre proprietățile relației *R* (aceea de reflexivitate), ne vom referi la sistemele următoare prin *DT* și *DS4* și vom pune astfel în evidență relația fiecăruia dintre ele cu sistemul alethic din care sînt derivate.

Trebuie să observăm că un sistem *DS5* nu este posibil deoarece, în modelul asociat acestui sistem, *R* ar trebui să fie *tranzitivă*, *simetrică* și *ne-reflexivă*; or, o relație care este *tranzitivă* și *simetrică*, este, în același timp, și *reflexivă.*

§ 2. Sistemele DT și DS4.

a. Elementele constitutive ale sistemelor DT și DS4. Elementele constitutive ale celor două sisteme sînt identice cu cele ale sistemelor *T* și *S 4* : *reguli de formare*, *reguli* *de adevăr, regula de substituție reciprocă definiendum/ definiens, regula de substituție a variabilelor* (cf. în special III **5**—**8**).

Propoziția III **5**—**16** cu privire la identitatea de sens dintre definiens și definiendum este valabilă și în *DT* și *DS4*, teorema III **6**—**26** privitoare la *substituția echivalentelor* este valabilă și pentru *DT* și *DS 4* (cf. III §§ **5 a.**, **6 a.**, **7 a**).

Semnele '$\dashv$' și '$=$' vor fi modificate în '$\dashv_D$' și '$=_D$', modificare impusă de convenția prin care, în sistemele *D*, folosim operatorii '$\Box$' și '$\Diamond$' cu un *D* subscris.

b. Modelele DT și DS4. Ambele modele sînt constituite din tripletul $\langle W, R, V\rangle$, unde *W* și *V* au aceeași semnificație ca în modelele sistemelor alethice (cf. III §§ **5 b.**, **6 b.** și **7 b**), iar *R* se definește după cum urmează :

(i) În *modelul DT*, *R* este o relație *ne-reflexivă, ne-tranzitivă* și *ne-simetrică* (se observă că are numai proprietăți negative), definită pe clasa *W*.

(ii) În *modelul DS 4*, *R* este o relație *tranzitivă, ne-reflexivă* și *ne-simetrică*, definită pe clasa *W*. Prin urmare, pentru orice w_i, w_j, $w_k \in W$, avem : dacă w_iRw_j și w_jRw_k, atunci w_iRw_k. (În schimb, nu este adevărat nici că pentru orice $w_i \in W$, w_iRw_i, nici că pentru orice $w_i, w_j \in W$, dacă w_iRw_j, atunci w_jRw_i.)

În consecință, formularea „toate lumile posibile", în raport cu *DT*, se referă la toate lumile posibile care aparțin subclasei W_8 (cf. observațiile finale din III § **3**), iar în raport cu *DS4*, se referă la toate lumile posibile care aparțin subclasei W_2.

c. Validitate în DT și DS4. În *DT*, validitatea se definește în raport cu modelul *DT*, unde *R* este *ne-reflexivă, ne-tranzitivă* și *ne-simetrică*, în timp ce în *DS4* validitatea se definește în raport cu modelul *DS4*, unde *R* este *tranzitivă* (ne-reflexivă și ne-simetrică). De remarcat încă o dată că *modelul-DT* diferă de *modelul-T* prin faptul că *R* este în *DT* ne-reflexivă (în timp ce în *T* este reflexivă), iar *modelul-DS4* diferă de *modelul-S4* prin faptul că *R* este în *DS4 tranzitivă, ne-reflexivă* și *ne-simetrică* (în timp ce în *S4* este *tranzitivă, reflexivă* și *ne-simetrică*).

Cu aceste precizări, putem stabili următoarea definiție a validității în cele două sisteme.

2—1. Definiție.

a. O expresie α este **validă în DT** dacă și numai dacă, pentru orice $w_i \in W$ și orice *model-DT* de forma $\langle W, R, V\rangle$ avem $V(\alpha, w_i) = 1$.

b. O expresie α este **validă în DS4** dacă și numai dacă, pentru orice $w_i \in W$ și orice *model-DS4* de forma $\langle W, R, V\rangle$ avem $V(\alpha, w_i) = 1$.

d. Metodă de testare a validității în DT și DS4. Metoda de testare a validității în *DT* și *DS4* este identică cu aceea descrisă sub III **5—2**. Desigur că, în aplicarea testului III **5—2**, trebuie avute în vedere proprietățile specifice relației R în cele două modele semantice (cf. mai sus, sub **b.**, **c.**).

Pentru a vedea cum se aplică testul III **5—2** în cazul sistemelor aici în discuție, ca și în III **§ 5 d.**, **6 d.**, **7 d.**, vom supune acestui test cîteva expresii.

Exemplul 1⁰. Expresia $\Box_D(p\supset q)\supset(\Box_D p\supset\Box_D q)$ este *validă în DT.*

Presupunere: $V[\Box_D(p\supset q)\supset(\Box_D p\supset\Box_D q), w_i] = 0$ (1)

Din (1), prin
III **3—2** *RA 4*: (a) $V[\Box_D(p\supset q), w_i] = 1$;

(b) $V[(\Box_D p\supset\Box_D q), w_i] = 0$ (2)

Din (2) (a), prin
III **4—1** *RA 1*: pentru *orice* $w_j \in W$, pentru care $w_i R w_j$,

$$V[(p \supset q), w_j] = 1 \quad (3)$$

Din (2) (b), prin
III **4—1** *RA 1*: (a) $V(\Box_D p, w_i) = 1$;

(b) $V(\Box_D q, w_i) = 0$ (4)

Din (4) (a), prin
III **4—1** *RA 1*: pentru *orice* $w_j \in W$, pentru care $w_i R w_j$,

$$V(p, w_j) = 1 \quad (5)$$

Din (4)(b), prin
III **4—1** *RA1*: *există* un $w_k \in W$, pentru care $w_i R w_k$, astfel încît

$$V(q, w_k) = 0 \quad (6)$$

Din (5) : dacă pentru *orice* $w_j \in W$, pentru care $w_i R w_j$ avem

$$V(p, w_k) = 1,$$

atunci și pentru w_k avem

$$V(p, w_k) = 1 \tag{7}$$

Din (6), (7) : *Există* un $w_k \in W$, pentru care avem $w_i R w_k$, astfel încît

$$\text{(a)} \quad V(p, w_k) = 1;$$

$$\text{(b)} \quad V(q, w_k) = 0 \tag{8}$$

Din (8), prin
III 3—2 *RA 4* : *Există* un $w_k \in W$, pentru care avem $w_i R w_k$, astfel încît

$$V[(p \supset q), w_k] = 0 \tag{9}$$

Din (3) : Dacă pentru *orice* $w_j \in W$, pentru care $w_i R w_j$ avem $V[(p \supset q), w_j] = 1$,
atunci și pentru $w_k \in W$, pentru care $w_i R w_k$, avem :

$$V[(p \supset q), w_k] = 1 \tag{10}$$

Testul se încheie deoarece (9), (10) contrazic regula III 3—1. Ipoteza (1) este falsă, deci expresia testată este *validă în DT*.

E x e m p l u l 2°. Expresia $\Box_D(p \supset q) \supset (\Box_D p \supset \Box_D q)$ este *validă în DS4*.

Întrucît caracterul *tranzitiv* al relației R nu intervine în nici un fel în aplicarea testului III 5—2 în exemplul de mai sus, rezultă că validitatea expresiei de mai sus în *DS4* poate fi testată urmînd exact același număr de pași și în aceeași formă, ca în exemplul 1°.

E x e m p l u l 3°. Expresia $(\Box_D p) \supset p$ *nu este validă* în *DT*.

Presupunere : $$V[(\Box_D p) \supset p), w_i] = 0 \tag{1}$$

Din (1), prin
III 3—2 *RA 4* : (a) $V(\Box_D p, w_i) = 1$;

$$\text{(b)} \quad V(p, w_i) = 0 \tag{2}$$

Deoarece R nu este reflexivă, nu avem $w_i R w_i$, prin urmare din (3) nu rezultă și $V(p, w_i) = 1$.

Constituenții LP ai expresiei inițiale au fost valorizați deci testul se încheie prin alternativa (a).

Ipoteza (1) nu duce la violarea regulii III 3—1, așadar există o lume posibilă, anume w_i, în care expresia inițială este falsă conform cu modelul DT, deci formula testată nu este validă în DT.

E x e m p l u l 4°. Expresia $(\Box_D p) \supset p$ *nu este validă* în *DS4*. Pentru același motiv ca cel invocat în legătură cu exemplul 2°, testarea caracterului nevalid în *DS4* al expresiei de mai sus urmează aceiași pași și în aceeași formă ca în exemplul 3°.

E x e m p l u l 5°. (Expresia ($p \supset \Diamond_D p$) *nu este validă* în DT.

Presupunere : $V[(p \supset \Diamond_D p), w_i] = 0$ (1)

Din (1), prin
III **3**—**2**, *RA4* : (a) $V(p, w_i) = 1$;

(b) $V(\Diamond_D p, w_i) = 0$ (2)

Din (2) (b) prin
III **4**—**1** *RA2:* pentru orice $w_j \in W$, pentru care $w_i R w_j$,

$V(p, w_j) = 0$

Testul se încheie prin valorizarea constituenților LT ultimi (alternativa (a)), deoarece R nefiind reflexivă, nu avem $w_i R w_i$, deci din (3) nu rezultă și pentru w_i $V(p, w_i) = 0$. Ipoteza (1) nefiind în contradicție cu III **3**—**1**, urmează că formula testată nu este validă în *DT*.

E x e m p l u l 6°. În exact același fel se arată că $p \supset \Diamond_D p$ *nu este validă* nici în *DS4*.

e. Teoreme cu privire la validitate în DT și DS4.

Înainte de a formula teoreme cu privire la validitate în cele două sisteme, vom preciza raportul dintre clasa W^{DT} a lumilor posibile asociate sistemului *DT* și clasa W^{DS4} a lumilor posibile asociate sistemului *DS4*.

Lema care urmează precizează acest raport și se demonstrează în același fel în care s-a demonstrat lema III **6**—**13** (bineînțeles, avînd în vedere faptul că atît în *DT* cît și în *DS4* relația *R nu este reflexivă*).

2—**2**. **Lema.** Pentru orice $w_i \in W$, dacă $w_i \in W^{DT}$ este adevărat, atunci și $w_i \in W^{DS4}$ este adevărat, dar nu și invers.

Mai departe, vom reformula definiția **2**—**1**, în același sens în care am reformulat definițiile validității în *T*, *S4* (III **5**—**1**, respectiv III **6**—**2**), prin III **5**—**1**', și, respectiv III **6**—**2**', prin raportare la clasele W^{DT} și W^{DS4}.

2—**1**'. **Definiție.**

a. O expresie α este **validă în DT** dacă și numai dacă, pentru orice $w_i \in W$ pentru care $w_i \in W^{DT}$, avem $V(\alpha, w_i) = 1$.

b. O expresie α este **validă în DS4** dacă și numai dacă, pentru orice $w_i \in W$, pentru care $w_i \in W^{DS4}$, avem $V(\alpha, w_i) = 1$.

Din 2—2 şi 2—1′ rezultă în mod evident :

2—3. **Teoremă** Pentru orice expresie corect formată, α, dacă α este *validă în DT*, atunci α este **validă în DS4,** dar nu şi invers.

Teorema care urmează se demonstrează în acelaşi fel ca teorema III **5—3** :

2—4. **Teoremă.** Fie α o expresie *LP*. Dacă α este o *tautologie* (lucru care se poate demonstra cu ajutorul matricilor de adevăr), atunci α este **validă în DT.**

Consecinţa imediată a teoremelor **2—4** şi **2—3** este cuprinsă în următoarea propoziţie :

2—5. **Propoziţie.** Dacă α este o *tautologie*, atunci α este **validă în DS4.**

În acelaşi fel în care au fost demonstrate teoremele III 5—4 şi III **6—16** se demonstrează punctele **a.** şi, respectiv, **b.** din teorema următoare :

2—6. **Teoremă.**

a. Fie α o expresie LP. Dacă α este o *tautologie*, atunci $\Box_D\ \alpha$ este **validă în DT.**

b. Fie α o expresie corect formată în *DS4*. Dacă α este *validă în DT*, atunci $\Box_D\ \alpha$ este **validă în DS4.**

Observaţie. Deşi spune acelaşi lucru cu teoremele III 5—4, III **6—16**, dată fiind *interpretarea* pe care o avem în vedere a operatorului '$\Box_D$' (anume *se crede că*), teorema **2—6** merită o discuţie specială. Punctul **a** al acestei teoreme spune că „oricine crede că orice tautologie este adevărată". Altfel spus, dat fiind raportul dintre '$\Box_D$' şi '$\Diamond_D$' (cf. mai jos **2—7 b,** 22⁰) „contradicţiile sînt incredibile".

Acest punct al teoremei este legat de ceea ce se numeşte caracterul raţional al opiniilor. Pentru a înţelege în ce constă caracterul raţional al opiniilor trebuie să precizăm faptul că (dată fiind interpretarea pe care o avem în vedere), o expresie de forma '$\Box_D\alpha$' sau '$\Diamond_D\alpha$' (care înseamnă '**se crede că** α' sau '**este credibil că** α') se referă la

opinia pe care cineva (sau o colectivitate sau toată lumea) o are cu privire la adevărul expresiei α. Conform cu III **4—1** *RA* 1 (care este şi o regulă de adevăr a sistemului doxastic, cf. mai sus, sub **a.**), o expresie ca $\Box_D \alpha$ (în interpretare : se crede că α) este adevărată într-o lume, w_i (care poate fi eventual lumea reală) dacă şi numai dacă, în toate lumile accesibile lumii w_i, α este adevărată. Aici „în toate lumile accesibile lumii w_i" trebuie înţeles ca ***în toate lumile compatibile cu opinia privitoare la adevărul expresiei*** α. Altfel spus, dacă '**se crede că** α' este adevărată, aceasta înseamnă că α este adevărată în orice împrejurare sau în orice curs al evenimentelor (adică în ***orice lume posibilă***), conformă cu ceea ce se crede.

A spune că $\Box_D\alpha$ este ***validă în DT*** înseamnă a spune că α „este crezută" în toate lumile posibile (care aparţin la W^{DT}); cu alte cuvinte, dacă $\Box_D\alpha$ este validă în *DT*, aceasta înseamnă că α este crezută în orice împrejurare sau curs al evenimentelor, sau că ***nu există*** curs al evenimentelor în care să nu se creadă că α este adevărat.

Este însă aproape evident că dînd ideii de validitate înţelesul de mai sus, **2—6 a.** devine prea restrictivă : oricînd poate fi indicată o stare de fapt în care α să fie o tautologie şi cineva să nu creadă că α este adevărată. Într-adevăr, dacă este de presupus că foarte mulţi (deşi nu în mod necesar toţi) membri ai unei colectivităţi vor ***crede*** că '$p \lor \sim p$' este adevărată sau nu vor considera ***credibilă*** propoziţia '$(p \land \sim p)$', este mult mai puţin probabil că cineva fără o instrucţie logică prealabilă va „crede" tautologia '$(p \supset (q \supset r)) \supset ((p \land q) \supset r)$' (cf. II **11—5**, 30⁰).

O interpretare mai acceptabilă a teoremei **2—6 a** este următoarea : teorema **2—6 a** arată că oricine, în orice împrejurare, **poate fi „convins"** sau **este dispus să-şi modifice opiniile** (cu privire la adevărul unui număr de propoziţii) în momentul în care i se atrage atenţia asupra faptului că opiniile pe care le are sînt contradictorii (fie în sensul că ceea ce consideră credibil nu poate fi niciodată adevărat (= consideră că poate fi adevărată o contradicţie), fie în sensul că crede în adevărul unor propoziţii care nu pot fi adevărate împreună). Aşadar, **2—6 a** trebuie înțeleasă nu ca afirmînd că toate tautologiile sînt în mod real „crezute" în orice împrejurare, ci ca afirmînd că oricine și în orice împrejurare *este dispus să creadă* orice propoziție α, în măsura în care este (sau este făcut) conștient de faptul că, în cazul în care nu crede că α este adevărat, opiniile sale au un caracter contradictoriu.

O formulare echivalentă a teoremei **2—6 a** mai apropiată de interpretarea propusă mai sus ar fi: „dacă α este o contradicție, atunci $\sim \Diamond_D \alpha$ este *validă în DT*". Am preferat însă formularea din **2—6 a**, întrucît este făcută în termeni identici cu aceia în care au fost formulate teoremele corespunzătoare din logica alethică.

Această condiție de „raționalitate a opiniilor", chiar în interpretarea propusă mai sus, presupune o anumită „idealizare" a realității. De fapt, oamenii nu sînt totdeauna, în orice împrejurare atît de sensibili la argumentele logice (deci strict formale), încît să-și modifice sistemul de opinii cu privire la adevărul unor propoziții de îndată ce li se atrage atenția asupra caracterului lor contradictoriu.

De aceea „condiția de raționalitate" de care vorbim determină, de fapt, un *univers doxastic ideal*, în care indivizii au și / sau adoptă *numai opinii raționale*. Avem aici a face cu o „idealizare" de aceeași natură cu aceea presupusă în orice descriere a unui sistem lingvistic dat: o gramatică (indiferent de ce tip) este un sistem de reguli care sînt formulate de către lingvist independent de faptul că un număr mai mic sau mai mare de vorbitori concreți *se abat* în realitate (din anumite motive) de la aceste reguli; regulile gramaticii sînt regulile care caracterizează comportamentul lingvistic al unui *vorbitor ideal*.

Trebuie remarcat faptul că, în fond, atît toate teoremele legate de „raționalitatea opiniilor" cît și multe dintre formulele valide în sistemele doxastice trebuie interpretate în permanență în raport cu un *univers doxastic ideal* sau, mai exact, ca ansamblu de propoziții care caracterizează un astfel de univers.

În ce privește punctul **b** al teoremei **2—6**, acesta va fi analizat în detaliu în raport cu **2—8 c. 1°**, pentru motive care vor deveni clare ceva mai departe.

Analogul pentru DT al teoremei III **5—7** este următoarea teoremă, care se demonstrează arătînd că fiecare dintre expresiile enumerate este validă, pe baza testului de validitate III **5—2**.

2—7. Teoremă. Următoarele expresii sînt *valide în DT*.
a. Toate tautologiile din logica propozițiilor.

b. 1⁰. $\Box_D(p \supset q) \supset (\Box_D p \supset \Box_D q)$

2⁰. $(p =_D q) \supset (\Box_D p \equiv \Box_D q)$

3⁰. $\Box_D (p \wedge q) \equiv (\Box_D p \wedge \Box_D q)$

4⁰ $\Box_D (p \equiv q) \equiv (p =_D q)$

5⁰. $\Box_D p \equiv \sim \Diamond_D \sim q$

6⁰. $\Diamond_D p \equiv \sim \Box_D \sim q$

7⁰. a. $\Box_D \sim p \equiv \sim \Diamond_D p$

b. $\sim \Box_D p \equiv \Diamond_D \sim p$

c. $\Box_D \Box_D p \equiv \sim \Diamond_D \Diamond_D \sim p$

d. $\Box_D \Box_D \sim p \equiv \sim \Diamond_D \Diamond_D p$

e. $\Diamond_D \Diamond_D \sim p \equiv \sim \Box_D \Box_D p$

f. $\Box_D \Diamond_D \sim p \equiv \sim \Diamond_D \Box_D p$

g. $\Diamond_D \Box_D \sim p \equiv \sim \Box_D \Diamond_D p$

8⁰. $\sim \Diamond_D (p \vee q) \equiv (\sim \Diamond_D p \wedge \sim \Diamond_D q)$

9⁰. $\Diamond_D (p \vee q) \equiv \Diamond_D p \vee \Diamond_D q$

10⁰. $(p \dashv_D q) \supset (\Diamond_D p \supset \Diamond_D q)$

11⁰. $(\Box_D p \vee \Box_D q) \supset \Box_D (p \vee q)$

12⁰. $\Diamond_D (p \wedge q) \supset \Diamond_D p \wedge \Diamond_D q$

13⁰. $(\sim p \dashv_D p) \equiv \Box_D p$

14⁰. $(p \dashv_D \sim p) \equiv \Box_D \sim p$

15⁰. $((q \dashv_D p) \wedge (\sim q \dashv_D p)) \equiv \Box_D p$

$16^0.\quad (p \mathrel{-\!\!3}_D q) \wedge (p \mathrel{-\!\!3}_D \sim q) \equiv \Box_D \sim p$

$17^0.\quad \Box_D p \supset (q \mathrel{-\!\!3}_D p)$

$18^0.\quad \Box_D \sim p \supset (p \mathrel{-\!\!3}_D q)$

$19^0.\quad \Box_D p \supset (\Diamond_D q \supset \Diamond_D (p \wedge q))$

$+\ 20^0.\quad (\Box_D p \wedge \Box_D (p \supset q)) \supset \Box_D q$

$+\ 21^0.\quad \Box_D p \supset \Diamond_D p$

$+\ 22^0.\quad \sim \Box_D (p \wedge \sim q)$

Explicaţii. Toate expresiile de sub **b.** 1^0 — 19^0 sînt şi expresii valide în ~~S4~~ T (cf. III **5—7** b). Atragem atenţia asupra faptului că subscriptul *D* la operatorii modali şi la semnele de implicaţie şi echivalenţă logică nu are altă semnificaţie decît aceea de a „atrage atenţia" asupra unei anumite interpretări pe care o avem în vedere atunci cînd descriem sistemul, anume interpretarea doxastică.

Explicaţiile date sub III **5—7** sînt valabile şi în legăgătură cu expresiile corespunzătoare din lista de mai sus, cu condiţia de a ţine cont de faptul că, în **2—7**, operatorii modali trebuie interpretaţi ca *se crede* ($\Box_D$) şi *este credibil* ($\Diamond_D$); pentru uşurinţa frazării, putem înlocui în explicaţiile de sub III **5—7** pe *necesar* prin *doxastic necesar*, iar pe *posibil* prin *doxastic posibil*.

De observat că expresiile de sub III **5—7** (b) 1^0, 3^0 *nu figurează* în **2—7 (b)**. După cum am văzut sub **d**, exemplele 3^0 şi 5^0, cele două expresii *nu sînt valide* în *DT*.

Semnul '+' plasat înaintea expresiilor 20^0, 21^0, 22^0 atrage atenţia asupra faptului că cele trei expresii nu figurează printre expresiile de sub III **5—7**. Aceasta nu pentru că ele nu ar fi valide în *T*. Ele au fost introduse în **2—7 b** întrucît ele sînt interesante din punctul de vedere al interpretării *doxastice* a sistemului *DT*.

Expresia 20^0 este legată de o *condiţie de raţionalitate a opiniilor*. Conform cu 20^0, dacă **se crede** că *p* şi **se crede** că *p* **implică** (material) pe *q*, atunci nu se poate să nu **se creadă că** *q*. Este vorba aici de un raport de „consecinţă logică" între opinii : din faptul că se crede că *p* şi din faptul că se crede că '*p* implică *q*', **rezultă (urmează)** logic că 'se crede *q*' ; altfel spus : „nu se poate" să se creadă că '*p* este adevărat', şi 'să se creadă că' *p* implică *q*' şi să nu se creadă **în consecinţă** că '*q* este adevărat'.

În cazul nostru, conform cu observaţia de sub **2—6**, „nu se poate" înseamnă că, dacă nu s-ar crede că *q* este adevărat, s-ar ajunge la contradicţie.

Expresia 21^0 este şi ea legată de ideea de „opinie raţională" : este „raţional" ca dacă se crede ceva atunci acel ceva să fie credibil ; şi invers : nu este raţional ca ceva să fie crezut şi, în acelaşi timp, să fie incredibil.

Expresia 22^0 este şi ea legată de ideea de raţionalitate a opiniilor : nu se poate crede că este adevărată o propoziţie, şi, în acelaşi timp, este adevărată şi negaţia acesteia.

De fapt, 22^0 este o consecinţă directă a teoremei **2—6 a**.

În legătură cu *DS4*, se poate formula următoarea teoremă, corespunzătoare teoremei **2—7**.

2—8. Teoremă. Următoarele expresii sînt **valide în DS4.**

a. Toate tautologiile din logica propoziţiilor

b. Toate expresiile valide în *DT*, în acord cu **2—7**.

c. 1^0 $\Box_D p \supset \Box_D \Box_D p$

2^0 $\Diamond_D \Diamond_D p \supset \Diamond_D p$

Explicaţii. Toate explicaţiile valabile pentru **2—7 b** sînt valabile şi pentru **2—8 b.**

Explicaţiile date sub III **6—17** pentru **b** 1^0 şi 4^0 sînt valabile şi pentru **c** 1^0, 2^0 de mai sus.

Trebuie atrasă atenţia asupra faptului că nici una din celelalte expresii de sub III **6—17 b** nu este validă în *DS 4*, datorită faptului că, în modelul *DS 4*, relaţia *R* nu este reflexivă.

O atenţie specială merită expresia 1^0 (care *nu este validă în DT*). Ea exprimă o opinie despre ceea ce *se crede* : anume că în cazul în care o propoziţie *p* este crezută ca adevărată, ea este în toate împrejurările (= toate lumile posibile compatibile cu ceea ce se crede) crezută ca adevărată ; altfel spus : dacă o propoziţie, *p*, este crezută, atunci nu există nici o împrejurare sau curs al evenimentelor (=

lume posibilă) care să fie de natură să modifice această opinie, în ipoteza existenței unui univers de opinii fixat.

După cum arătam în observațiile de sub **2—6**, teorema **2—6 b** este legată de caracterul valid în *DS4* al expresiei **2—8 c** 1⁰ : se poate vedea că, într-un sistem în care 1⁰ nu este validă, deci pentru un sistem în care relația R nu este tranzitivă, nu poate fi adevărat nici punctul **b** al teoremei **2—6**.

Pe de altă parte, 1⁰ nu poate fi trecută printre regulile de „raționalitate", întrucît este prea puternică. Cineva poate să creadă că p este adevărată, fără să creadă în același timp că opinia sa cu privire la p nu se poate schimba în nici o împrejurare (lucru afirmat prin 1⁰). În același sens, referitor la **2—6 b**, putem admite că cineva (sau oricine) deține un sistem rațional de opinii, fără să trebuiască să admitem că cineva (sau oricine) este și *conștient* de faptul că opiniile sale sînt raționale. Acesta este motivul pentru care considerăm că **2—6 a** poate primi statut de „condiție de raționalitate" pe cînd **2—6 b** nu poate primi un astfel de statut, deoarece este prea puternică (vezi sfîrșitul comentariului de sub **2—6**).

În vederea stabilirii raportului dintre *DT* și *DS4* stabilim următoarea propoziție :

2—9. Propoziție. Nici una dintre expresiile de sub **2—8 c nu este validă în DT.**

În continuare vom defini unele concepte legate de ideea de validitate în raport cu *DT* și *DS4*.

2—10. Definiție. Fie α o expresie oarecare în *DT* și/sau *DS4*.

a. Expresia α este **contra-validă în DT** dacă și numai dacă, pentru orice $w_i \in W$ și orice model *DT* de forma $\langle W, R, V \rangle$, avem $V(\alpha, w_i) = 0$.

b. Expresia α este **contra-validă în DS4** dacă și numai dacă, pentru orice $w_i \in W$ și orice model *DS4* de forma $\langle W, R, V \rangle$, avem $V(\alpha, w_i) = 0$.

(cf. III **5—9**, III **6—19** și III **7—10**). Teorema următoare este consecința directă a definițiilor **2—10** și **2—1**.

2—11. Teoremă. Pentru orice expresie, α, din *DT* şi/sau *DS4*.

a. $\sim\alpha$ este **contra-validă în DT,** dacă şi numai dacă α este *validă în DT*.

b. $\sim\alpha$ este **contra-validă în DS4,** dacă şi numai dacă α este *validă în DS4*.

Corespunzător definiţiilor III 5—11, III 6—21 şi III 7—12, vom avea pentru sistemele doxastice :

2—12. Definiţie. Fie α o expresie în *DT* şi sau *DS4*.

a. (i) α este **logic determinată în DT,** dacă şi numai dacă α este *validă în DT* sau *contra-validă în DT*.

(ii) α este **logic nedeterminată în DT,** dacă şi numai dacă α nu este *nici validă în DT*, *nici contra-validă în DT*.

b. (i) α este **logic nedeterminată în DS4,** dacă şi numai dacă α este *validă în DS4* sau *contra-validă în DS4*.

(ii) α este **logic nedeterminată în DS4,** dacă şi numai dacă α nu este *nici validă în DS4*, *nici contra-validă în DS4*.

Propoziţiilor III 5—12, III 6—22 şi III 7—13 le corespunde următoarea propoziţie valabilă pentru *DT* şi *DS4* :

2—13 Propoziţie. Fie $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$ un număr de expresii în *DT* şi/sau *DS4*. Dacă pentru *fiecare* α_i $(1 \leqslant i \leqslant n)$ este adevărat că

a. (i) α_i este *validă în DT*, atunci '$\alpha_1 \wedge \alpha_2 \wedge \ldots \wedge \alpha_n$' este, de asemenea, **validă în DT**

(ii) α_i este *contra-validă în DT*, atunci '$\alpha_1 \vee \alpha_2 \vee \ldots \vee \alpha_n$' este, de asemenea, **contra-validă în DT.**

b. (i) α_i este *validă în DS4*, atunci '$\alpha_1 \wedge \alpha_2 \wedge \ldots \wedge \alpha_n$' este, de asemenea, **validă în DS4.**

(ii) α_i *este contra-validă în DS4*, atunci '$\alpha_1 \vee \alpha_2 \vee \ldots \vee \alpha_n$' este, de asemenea, **contra-validă în DS4.**

În ce privește echivalența dintre expresiile valide, putem formula următoarea propoziție (analogă propozițiilor III **5–13**, III **6–23** și III **7–14**) :

2–14. Propoziție. Fie α, β două expresii în *DT* și/sau *DS4*.

Pentru *orice* α și *orice* β :

a. (i) dacă α, β sînt *ambele valide în DT*, atunci '$\alpha \equiv \beta$' este, de asemenea, **validă în DT** ;

(ii) dacă α, β sînt *ambele contravalide în DT*, atunci '$\alpha \equiv \beta$' este **validă în DT** ;

b. (i) dacă α, β sînt *ambele valide în DS4*, atunci '$\alpha \equiv \beta$' este, de asemenea, **validă în DS4** ;

(ii) dacă α, β sînt *ambele contra-valide în DS4*, atunci '$\alpha \equiv \beta$' este **validă în DS 4**.

f. Implicație materială/implicație doxastică ; echivalență materială/echivalență doxastică. Întrucît în definiția semnelor '$\prec$' și '$=$' intervine operatorul '$\Box_D$' pentru care avem în vedere o interpretare anumită, este convenabil ca, în acord cu aceeași interpretare, să vorbim, în opoziție cu implicația și echivalența materială, despre o *implicație doxastică* și o *echivalență doxastică*. Cei doi termeni sînt deci folosiți pentru desemnarea semnelor '$\prec_D$' și, respectiv, '$=_D$' (vezi mai sus, sub **a**).

g. „Consecință doxastică" și „identitate doxastică de sens". Termenii „consecință doxastică" și „identitate doxastică de sens" corespund, evident, perechii „consecință logică" — „identitate de sens". Fără a fi indispensabilă, adoptarea acestei terminologii are avantajul de a atrage atenția asupra „interpretării doxastice" pe care o avem în vedere în raport cu semnele și conceptele modale (subscriptul *D* la operatorii modali și la semnele '$\prec$' și '$=$' îndeplineau aceeași funcție).

Vom defini în continuare cele două concepte, consecința doxastică : '$\models_D$' și identitatea doxastică de sens : '$\dashv\models_D$', în legătură cu sistemele *DT* și *DS4* și vom stabili ulterior o serie de teoreme privitoare la aceste relații.

2—15. Definiție. Fie α, β două expresii în *DT* (*DS4*).

a. '$\alpha \models_D \beta$' este :

A. *adevărată pentru DT* dacă și numai dacă una din următoarele două condiții este satisfăcută :

(i) '$\alpha \dashv_D \beta$' este *validă în DT*;

(ii) '$\alpha \supset_D \beta$' este *validă în DT*.

B. *adevărată pentru DS4*, dacă și numai dacă una din următoarele două condiții este satisfăcută :

(i) '$\alpha \dashv_D \beta$' este *validă în DS4*;

(ii) '$\alpha \supset \beta$' este *validă în DS4*.

b. '$\alpha \models\dashv_D \beta$' este :

A. *adevărată pentru DT*, dacă și numai dacă una din următoarele două condiții este satisfăcută :

(i) '$\alpha =_D \beta$' este *validă în DT*;

(ii) '$\alpha \equiv \beta$' este *validă în DT*.

B. *adevărată pentru DS4*, dacă și numai dacă una din următoarele două condiții este satisfăcută :

(i) '$\alpha =_D \beta$' este *validă în DS4*;

(ii) '$\alpha \equiv \beta$' este *validă în DS4*.

Urmarea directă a acestei definiții și a teoremelor **2—3**, **2—4**, **2—7**, **2—8** este cuprinsă în următoarea teoremă :

2—16. Teoremă.

A. Următoarele expresii sînt *adevărate pentru DT* :

a. (i) 1°. $(\alpha \vee \beta) \models_D \alpha$

2°. $\beta \models_D (\beta \vee \alpha)$

3°. $(\alpha \vee \beta) \models_D (\beta \vee \alpha)$

4°. $(\beta \supset \gamma) \models_D (\alpha \vee \beta) \supset (\alpha \vee \gamma)$

5°. $(\alpha \wedge \beta) \models_D \alpha$

6°. $(\alpha \wedge \beta) \models_D \beta$

7°. $(\alpha \supset \beta) \models_D ((\beta \supset \gamma) \supset (\alpha \supset \gamma))$

8^0. $(\beta \supset \gamma) \models_D ((\alpha \supset \beta) \supset (\alpha \supset \gamma))$

9^0. $((\alpha \supset \beta) \wedge (\beta \supset \gamma)) \models_D (\alpha \supset \gamma)$

10^0. $(\alpha \wedge (\alpha \supset \beta)) \models_D \beta$

11^0. $\alpha \models_D \alpha$

12^0. $\alpha \models_D \sim \sim \alpha$

13^0. $(\alpha \supset (\beta \supset \gamma)) \models_D (\alpha \wedge \beta) \supset \gamma))$

14^0. $((\alpha \wedge \beta) \supset \gamma) \models_D (\alpha \supset (\beta \supset \gamma)$

(ii) 1^0. $\Box_D(\alpha \supset \beta) \models_D (\Box_D \alpha \supset \Box_D \beta)$

2^0. $(\alpha =_D \beta) \models_D (\Box_D \alpha \equiv \Box_D \beta)$

3^0. $(\alpha \dashv_D \beta) \models_D \Diamond_D \alpha \supset \Diamond_D \beta$

4^0. $(\Box_D \alpha \vee \Box_D \beta) \models_D \Box_D (\alpha \vee \beta)$

5^0. $\Diamond_D(\alpha \wedge \beta) \models_D \Diamond_D \alpha \wedge \Diamond_D \beta$

6^0. $\Box_D \alpha \models_D (\beta \dashv_D \alpha)$

7^0. $\Box_D \sim \alpha \models_D (\alpha \dashv_D \beta)$

8^0. $\Box_D \alpha \models_D (\Diamond_D \alpha \supset \Diamond_D (\alpha \wedge \beta))$

9^0. $(\Box_D \alpha \wedge \Box_D (\alpha \supset \beta) \models_D \Box_D \beta$

10^0. $\Box_D \alpha \models_D \Diamond_D \alpha$

b. (i) 1^0. $(\alpha \wedge \beta) \models\!\dashv_D \sim (\sim \alpha \vee \sim \beta)$

2^0. $\sim(\alpha \wedge \beta) \models\!\dashv_D (\sim \alpha \vee \sim \beta)$

3^0. $(\alpha \vee \beta) \models\!\dashv_D \sim (\sim \alpha \wedge \sim \beta)$

4^0. $\sim(\alpha \vee \beta) \models\!\dashv_D (\sim \alpha \vee \sim \beta)$

5^0. $(\alpha \supset \beta) \models\!\dashv_D (\sim \alpha \vee \beta)$

6^0. $(\alpha \wedge \beta) \models\!\dashv_D (\beta \wedge \alpha)$

7^0. $(\alpha \vee \beta) \models\!\dashv_D (\beta \vee \alpha)$

8^0. $(\alpha \equiv \beta) \models\!\dashv_D (\beta \equiv \alpha)$

9^0. $(\alpha \supset \beta) \models\!\dashv_D (\sim \beta \supset \sim \alpha)$

$10^0.$ $\sim(\alpha \supset \beta) \mathrel{\text{⫤}\!\vdash}_D (\alpha \wedge \sim\beta)$

$11^0.$ $(\alpha \equiv \beta) \mathrel{\text{⫤}\!\vdash}_D (\alpha \supset \beta) \wedge (\beta \supset \alpha))$

$12^0.$ *a*. $\sim(\alpha \equiv \beta) \mathrel{\text{⫤}\!\vdash}_D (\alpha \equiv \sim\beta)$

b. $\sim(\alpha \equiv \beta) \mathrel{\text{⫤}\!\vdash}_D (\sim\alpha \equiv \beta)$

c. $\sim(\alpha \equiv \beta) \mathrel{\text{⫤}\!\vdash}_D ((\alpha \wedge \sim\beta) \vee$
$\vee (\beta \wedge \sim\alpha))$

$13^0.$ $\alpha \mathrel{\text{⫤}\!\vdash}_D \alpha$

$14^0.$ $\alpha \mathrel{\text{⫤}\!\vdash}_D \sim\sim\alpha$

$15^0.$ $(\alpha \wedge \alpha) \mathrel{\text{⫤}\!\vdash}_D \alpha$

$16^0.$ $(\alpha \vee \alpha) \mathrel{\text{⫤}\!\vdash}_D \alpha$

$17^0.$ $(\alpha \supset (\beta \supset \gamma)) \mathrel{\text{⫤}\!\vdash}_D (\beta \supset (\alpha \supset \gamma))$

$18^0.$ $((\alpha \vee \beta) \vee \gamma) \mathrel{\text{⫤}\!\vdash}_D (\alpha \vee (\beta \vee \gamma))$

$19^0.$ $((\alpha \wedge \beta) \wedge \gamma) \mathrel{\text{⫤}\!\vdash}_D (\alpha \wedge (\beta \wedge \gamma))$

$20^0.$ $(\alpha \wedge (\beta \vee \gamma)) \mathrel{\text{⫤}\!\vdash}_D ((\alpha \wedge \beta) \vee (\alpha \wedge \gamma))$

$21^0.$ $(\alpha \vee (\beta \wedge \gamma)) \mathrel{\text{⫤}\!\vdash}_D ((\alpha \vee \beta) \wedge (\alpha \vee \gamma))$

(ii) $1^0.$ $\Box_D (\alpha \wedge \beta) \mathrel{\text{⫤}\!\vdash}_D (\Box_D \alpha \wedge \Box_D \beta)$

$2^0.$ $\Box_D (\alpha \equiv \beta) \mathrel{\text{⫤}\!\vdash}_D (\alpha =_D \beta)$

$3^0.$ $\Box_D \alpha \mathrel{\text{⫤}\!\vdash}_D \sim \Diamond_D \sim \alpha$

$4^0.$ $\Diamond_D \alpha \mathrel{\text{⫤}\!\vdash}_D \sim \Box_D \sim \alpha$

$5^0.$ a. $\Box_D \sim \alpha \mathrel{\text{⫤}\!\vdash}_D \sim \Diamond_D \alpha$

b. $\sim \Box_D \alpha \mathrel{\text{⫤}\!\vdash}_D \Diamond_D \sim \alpha$

c. $\Box_D \Box_D \alpha \mathrel{\text{⫤}\!\vdash}_D \sim \Diamond_D \Diamond_D \sim \alpha$

d. $\Box_D \Box_D \sim \alpha \mathrel{\text{⫤}\!\vdash}_D \sim \Diamond_D \Diamond_D \alpha$

e. $\Diamond_D \Diamond_D \sim \alpha \mathrel{\text{⫤}\!\vdash}_D \sim \Box_D \Box_D \alpha$

f. $\Box_D \Diamond_D \sim \alpha \mathrel{\text{⫤}\!\vdash}_D \sim \Diamond_D \Box_D \alpha$

g. $\Diamond_D \Box_D \sim \alpha \mathrel{\text{⫤}\!\vdash}_D \sim \Box_D \Diamond_D \alpha$

6^0 $\sim\Diamond_D(\alpha\vee\beta)\boxminus_D(\sim\Diamond_D\alpha\wedge\sim\Diamond_D\beta)$

7^0. $\Diamond_D(\alpha\vee\beta)\boxminus_D(\Diamond_D\alpha\vee\Diamond_D\beta)$

8^0. $(\sim\alpha\dashv_D\alpha)\boxminus_D\Box_D\alpha$

9^0. $(\alpha\dashv_D\sim\alpha)\boxminus_D\Box_D\sim\alpha$

10^0. $((\beta\dashv_D\alpha)\wedge(\sim\beta\dashv_D\alpha))\boxminus_D\Box_D\alpha$

11^0. $(\alpha\dashv_D\beta)\wedge(\alpha\dashv_D\sim\beta)\boxminus_D\Box_D\sim\alpha$

B. Următoarele expresii sînt *adevărate pentru DS4*

a. (i) Toate expresiile de sub **A. a.** (i)

(ii) Toate expresiile de sub **A. a.** ii și

1^0. $\Box_D\alpha\models_D\Box_D\Box_D\alpha$

2^0. $\Diamond_D\Diamond_D\alpha\models_D\Diamond_D\alpha$

b. (i) Toate expresiile de sub A. **b** (i)

(ii) Toate expresiile de sub A. **b.** (ii).

Analogul doxastic al teoremelor III **5—18** și III **6—27** este următoarea :

2—17. Teoremă. Fie α,β două expresii în *DT* (sau *DS4*). '$\alpha\boxminus_D\beta$' este *adevărată pentru DT* sau *pentru DS4* dacă și numai dacă '$\alpha\models_D\beta$' și '$\beta\models_D\alpha$' sînt *ambele adevărate în DT* sau, respectiv, în *DS4*.

h. **Identitate doxastică de sens și sinonimie doxastică.** În măsura în care a fost util să introducem termenul de „identitate doxastică de sens'' este util să introducem și termenul corespunzător, de „sinonimie doxastică''; „sinonimia doxastică'' este deci analogul termenului de „sinonimie'' folosit în raport cu expresiile din logica modală alethică.

Nu toate expresiile care au sens identic doxastic pot fi considerate ca „sinonime doxastice'' pentru exact aceleași motive pentru care nu toate expresiile cu sens identic din logica modală alethică puteau fi considerate sinonime (în raport de parafrază) (cf. III §**5 h.**). Formulăm în continuare următoarele condiții pe care două expresii trebuie să le satisfacă, pentru a putea fi considerate sinonimè doxastice :

2—18. Condiții pentru sinonimia doxastică. Fie α, β două expresii în *DT* (sau *DS4*). Între expresiile α, β există un raport de **sinonimie doxastică (parafrază doxastică)**, dacă și numai dacă următoarele trei condiții sînt satisfăcute :

1°. '$\alpha \dashv\vDash_{\mathrm{D}} \beta$' *este adevărată pentru DT* (sau *DS4*) ;

2°. Nici una dintre expresiile α, β *nu este validă sau contra-validă în DT* (sau *DS4*), cu excepția cazului în care α este **identic** cu β, cînd α și β pot fi valide sau contra-valide în *DT* (sau *DS4*).

3°. Constituenții ultimi ai constituenților LP ai expresiilor α sînt identici cu constituenții ultimi ai constituenților LP ai expresiei β.

Conform cu **2—18**, toate expresiile de sub **2—16**. A. **b**. (i, (ii) (1°—9°) și *B*. **b**. (i), (ii) (afară de B. **b**. 9°, 10°) sînt sinonime doxastice.

i. Raportul dintre sistemul DT și sistemul DS4. Din **a.** rezultă următoarele :

(i) Sistemele *DT* și *DS4* au un *inventar de semne identic* ;

(ii) *regulile de formare sînt identice* în *DT* și *DS4*.

(iii) *regulile de substituție* sînt identice în *DT* și *DS4*

(iv) *regulile de adevăr* sînt identice în *DT* și *DS4*.

În plus, din **2—3** rezultă că

(v) orice expresie *validă în DT* este *validă* și *în DS4*, fără ca inversa să fie adevărată.

În aceste condiții, conform definiției III **5—22**, devine evidentă următoarea teoremă :

2—19. Teoremă. *Sistemul DT* **este inclus** în *sistemul DS4* ; sau : *limbajul DT* este un **sublimbaj** al *limbajului DS4*

Din III **5—23** și **2—19** rezultă următoarea propoziție :

2—20 Propoziție. Fie α, β două expresii în *DS4*.

a. Dacă '$\alpha \vDash_{\mathrm{D}} \beta$' este *adevărată pentru DT*, atunci '$\alpha \vDash_{\mathrm{D}} \beta$' este *adevărată și pentru DS4*, dar nu și invers.

b. Dacă '$\alpha \models\!\dashv_D \beta$' *este adevărată pentru DT*, atunci '$\alpha \models\!\dashv_S \beta$' este *adevărată și pentru DS4*, dar nu și invers.

Se observă că relațiile de „consecință doxastică" și „identitate doxastică de sens" pot fi transferate din *DT* în *DS4*, dar nu și invers.

§ 3. Raportul dintre sistemele alethice și sistemele doxastice.

Urmînd liniile generale ale felului în care s-a demonstrat incluziunea dintre clasele de lumi posibile W^T și W^{S4}, W^{S4} și W^{S5}, W^{DT} și W^{DS4} (cf. III§ **6e**., III§**7** e și, în acest capitol, § **2e**) se poate demonstra următoarea lemă:

3—1. Lemă. Fie, ca mai sus, W o clasă de obiecte nespecificate numite „lumi posibile" și fie W^T, W^{S4}, W^{S5}, W^{DT}, $W^{DS4} \subseteq W$, clasele de lumi posibile asociate sistemelor *T*, *S4*, *S5*, *DT* și, respectiv *DS4*. Pentru orice $w_i \in W$ sînt adevărate următoarele:

a. Dacă $w_i \in W^{DT}$, atunci $w_i \in W^T$, dar nu și invers.

b. Dacă $w_i \in W^{DS4}$, atunci $w_i \in W^{S4}$, dar nu și invers.

Din **3—1 a**, **2—1′ a**(=definiția validității în DT) și III **5—1′** (=definiția validității în *T*) rezultă în mod evident următoarea teoremă:

3—2 Teoremă. Pentru orice expresie corect formată, α, dacă α este **validă în DT**, atunci α este **validă și în T**; reciproca nu este adevărată.

Din **3—1 b**, **2—1′ b** și III **6—2′** (= definiția validității în *S4*) rezultă:

3—3 Teoremă. Pentru orice expresie corect formată, α, dacă α este **validă în DS4**, atunci α este **validă și în S4**; reciproca nu este adevărată

Din **3—2** și **3—3** rezultă direct:

3—4 Teoremă. Pentru orice expresie corect formată, α, dacă α este **validă în DT**, atunci α este **validă și în S4**; reciproca nu este adevărată.

Din **3—4** şi III **7—5 b** (care arată că orice expresie validă în *S4* este validă şi în *S5*) rezultă :

3—5. Teoremă. Pentru orice expresie corect formată, α :

a. Dacă α este **validă în DT**, atunci α este **validă şi în S5**; reciproca nu este adevărată.

b. Dacă α este **validă în DS4**, atunci α este **validă şi în S5**; reciproca nu este adevărată.

Ţinînd seamă de faptul că toate sistemele modale descrise în cap. III şi IV sînt identice din punctul de vedere :

(i) *al inventarului de semne*;
(ii) *al regulilor de formare*;
(iii) *al regulilor de substituţie*;
(iv) *al regulilor de adevăr;*

din **3—2, 4, 5,** rezultă următoarea teoremă :

3—6. Teoremă.

a. *Sistemul DT* **este inclus** în *sistemul T*; sau : *limbajul DT* este un **sub-limbaj** al *limbajului T.*

b. *Sistemul DT* **este inclus** în *sistemul S4*; sau : *limbajul DT* este un **sub-limbaj** al *limbajului S4.*

c. *Sistemul DT* **este inclus** *în sistemul S5*; sau : *limbajul DT* este un **sub-limbaj** al *limbajului S5.*

d. *Sistemul DS4* **este inclus** în *sistemul S4*; sau : *limbajul DS4* este un **sub-limbaj** al *limbajului S4.*

e. *Sistemul DS4* **este inclus** în *sistemul S5*; sau : *limbajul DS4* este un **sub-limbaj** al *limbajului S5.*

Din II **5—23** şi **3—6** rezultă următoarea propoziţie :

3—7. Propoziţie. Fie α, β, două expresii corect formate în *S5*.

A.a. Dacă '$\alpha \models_D \beta$' este *adevărată pentru DT*, atunci : '$\alpha \models_D \beta$' este adevărată pentru *T*, *DS4*, *S4* şi *S5*, dar nu şi invers.

b. Dacă '$\alpha \vDash\!\dashv_D \beta$' este *adevărată pentru DT*, atunci '$\alpha \vDash\!\dashv_D \beta$' este adevărată și pentru T, *DS4*, *S4* și *S5*, dar nu și invers.

B.a. Dacă '$\alpha \vDash_D \beta$' este *adevărată pentru DS4*, atunci '$\alpha \vDash_D \beta$' este adevărată și pentru *S4* și *S5*, dar nu și invers;

b. Dacă '$\alpha \vDash\!\dashv_D \beta$' este *adevărată pentru DS4*, atunci '$\alpha \vDash\!\dashv_D \beta$' este *adevărată și pentru S4 și S5*, dar nu și invers.

Teorema **3—7** arată că relațiile de „consecință doxastică și de „identitate doxastică de sens" pot fi transferate din sistemele doxastice în cele alethice, dar că acest transfer nu se poate face și în sens invers (de la sistemele alethice, la cele doxastice).

Încheiem aceste considerații cu stabilirea unei teoreme care exprimă relația dintre operatorii modali alethici și cei doxastici. Teorema se formulează deci *despre* sistemele modale descrise și nu este o teoremă *în* nici unul dintre aceste sisteme.

Întrucît, conform cu **3—6**, oricare dintre cele două sisteme *DT* și *DS4* sînt sub-limbaje ale limbajului *S4* sau *S5* (*T* fiind, la rîndul său un sub-limbaj al limbajului *S4* și *DT* un sub-limbaj al lui *T*), vom stabili relațiile dintre operatorii modali din fiecare sistem alethic și fiecare dintre operatorii doxastici din sistemele doxastice descrise mai sus. Pentru a explicita apartenența operatorilor modali (alethici și doxastici) la un anumit (sub-)limbaj, vom indica prin superscripte plasate în dreapta fiecărui operator apartenența sa la un (sub-) limbaj; vom avea deci $\Box^{S5}$, $\Diamond^{S5}$; $\Box^{S4}$, $\Diamond^{S4}$,; $\Box^{T}$, $\Diamond^{T}$; $\Box^{S4}_{D}$ $\Diamond^{S4}_{D}$; $\Box^{T}_{D}$, $\Diamond^{T}_{D}$.

Folosim semnul '$|\!\equiv$' pentru a exprima un raport de „consecință logică". De remarcat că acest semn este distinct de '$\vDash$', folosit pînă acum. Distincția este necesară, întrucît semnul '$\vDash$' a fost rezervat pentru desemnarea raportului de „consecință logică *într-un anumit sistem*". Semnul $|\!\equiv$ exprimă raportul de consecință logică între expresii aparținînd la *sisteme diferite*.

3–8 Teoremă.

Următoarele expresii sînt valide pentru *S5* și pentru oricare dintre sub-limbajele: *S4*, *DS4*, *T* și *DT* ale acestuia:

a. 1^0 $\Box^{S5}\alpha \models \Box^{S4}_{D}\alpha$

2^0 $\Box^{S5}\alpha \models \Box^{T}_{D}\alpha$

3^0 $\Box^{S4}\alpha \models \Box^{S4}_{D}\alpha$

4^0 $\Box^{S4}\alpha \models \Box^{T}_{D}\alpha$

5^0 $\Box^{T}\alpha \models \Box^{T}_{D}\alpha$

6^0 $\Box^{S5}\alpha \models \Diamond^{S4}_{D}\alpha$

7^0 $\Box^{S5}\alpha \models \Diamond^{T}_{D}\alpha$

8^0 $\Box^{S4}\alpha \models \Diamond^{S4}_{D}\alpha$

9^0 $\Box^{S4}\alpha \models \Diamond^{T}_{D}\alpha$

10^0 $\Box^{T}\alpha \models \Diamond^{T}_{D}\alpha$

b. 1^0 $\Box^{S4}_{D}\alpha \models \Diamond^{S5}\alpha$

2^0 $\Box^{S4}_{D}\alpha \models \Diamond^{S4}\alpha$

3^0 $\Box^{S4}_{D}\alpha \models \Diamond^{T}\alpha$

4^0 $\Box^{T}_{D}\alpha \models \Diamond^{S5}\alpha$

5^0 $\Box^{T}_{D}\alpha \models \Diamond^{S4}\alpha$

6^0 $\Box^{T}_{D}\alpha \models \Diamond^{T}\alpha$

c. 1^0 $\Diamond^{S4}_{D}\alpha \models \Diamond^{S5}\alpha$

2^0 $\Diamond^{S4}_{D}\alpha \models \Diamond^{S4}\alpha$

3^0 $\Diamond^{S4}_{D}\alpha \models \Diamond^{T}\alpha$

4^0 $\Diamond^{T}_{D}\alpha \models \Diamond^{S5}\alpha$

5^0 $\Diamond^{T}_{D}\alpha \models \Diamond^{S4}\alpha$

6^0 $\Diamond^{T}_{D}\alpha \models \Diamond^{T}\alpha$

D e m o n s t r a ț i a teoremei **3–8** se face arătînd pentru fiecare expresie că este validă cu ajutorul testului III

5—2 şi ţinînd seama, fireşte, de faptul că fiecare operator modal are condiţii de adevăr definite în raport cu modelul semantic asociat sub-limbajului la care operatorul aparţine.

Explicaţii. Expresiile **a.** 1°—5° arată că tot ce este necesar (în oricare din cele trei accepţii, adică *S5*, *S4* şi *T*) este *crezut* ca fiind adevărat (în oricare din cele două accepţii ale lui *crede*).

Expresiile **a.** 6°—10° arată că tot ce este *necesar* (în oricare din cele trei accepţii ale *necesităţii* : *S5*, *S4* şi *T*) este şi *credibil* (în oricare din cele două accepţii ale lui *credibil* : *DS4* şi *DT*). După cum se observă, dacă tot ce este necesar este *crezut* ca adevărat, atunci cu atît mai mult este şi *credibil*.

Expresiile **b.** 1°—6° arată că tot ce *se crede* (în oricare din cele două accepţii ale lui *crede*) este şi *posibil* (în oricare din cele trei accepţii ale lui *posibil*), în timp ce expresiile **c.** 1°—6° arată că tot ce este *credibil* (în oricare din cele două accepţii ale lui *credibil*) este şi *posibil* (în oricare din cele trei accepţii ale lui *posibil*). Altfel spus, într-o formă mai generală, tot ce *se crede* sau tot ce este *credibil* este şi *posibil* (nu se pot *crede* şi nu sînt nici *credibile* lucrurile care sînt imposibile).

Dacă **2—6 a** putea fi interpretată ca formulînd o *condiţie de raţionalitate* a opiniilor în raport cu conceptul de *validitate*, expresiile din **3—8** pot fi interpretate şi ele ca exprimînd tot o *condiţie de raţionalitate* a opiniilor, dar, de data aceasta, în raport cu conceptele de *necesitate* şi *posibilitate*. Trebuie să amintim din nou, în această ordine de idei, că, atunci cînd vorbim despre „condiţii de raţionalitate", avem în vedere un *univers doxastic ideal*. Prin aceasta înţelegem că cele arătate în **3—8** nu înseamnă că *în realitate* oricine şi oricînd *crede* ca adevărate toate propoziţiile necesar adevărate, consideră *credibile* toate propoziţiile necesar adevărate şi nu *crede* decît propoziţii *posibil adevărate* sau nu consideră credibile decît propoziţiile *posibil adevărate*. Condiţiile **3—8** trebuie înţelese ca exprimînd numai presupunerea că oricine şi în orice împrejurare, într-un univers doxastic ideal, va fi dispus oricînd să renunţe la *a nu crede* ceea ce este necesar adevărat, sau la *a crede* ceea ce este logic imposibil, sau la a considera *credibil* ceea ce este logic imposibil în momentul în care va constata că opiniile sale sînt contradictorii.

Pentru a exprima într-un mod sintetic cele cuprinse în **3—8**, vom formula următoarea lemă (care ne va fi utilă pentru a demonstra o teoremă următoare).

3—9. Lemă. Fie $\Box_A$ oricare dintre operatorii $\Box^{S5}$, $\Box^{S4}$, $\Box^{T}$; fie $\Diamond_A$ oricare dintre operatorii $\Diamond^{S5}$, $\Diamond^{S4}$ şi $\Diamond^{T}$; fie $\Box_D$, oricare dintre operatorii $\Box_D^{S4}$, $\Box_D^{T}$ şi $\Diamond_D$ oricare dintre operatorii $\Diamond_D^{S4}$, $\Diamond_D^{T}$. Pentru *S5* şi pentru oricare dintre sub-limbajele *S4*, *DS4*, *T* şi *DT* ale acestuia sînt adevărate următoarele :

a. $\Box_A\alpha \models \Box_D\alpha$

b. $\Box_A\alpha \models \Diamond_D\alpha$

c. $\Box_D\alpha \models \Diamond_A\alpha$

d. $\Diamond_D\alpha \models \Diamond_A\alpha$

Lema **3—9** arată că (i) tot ce este *alethic necesar* este şi *doxastic necesar* ; (ii) tot ce este *alethic necesar* este *doxastic posibil*; (iii) tot ce este *doxastic necesar* este şi *alethic posibil* şi (iv) tot ce este *doxastic posibil* este şi *alethic posibil*.

§. 4. Sistemele doxastice şi limbajul natural. În III § **8** am arătat că, în structura frazei, se stabilesc raporturi de dependență între cuvinte şi expresii ca *necesar*, *posibil*, *în mod necesar*, *se poate ca* etc. şi propoziţiile care sînt subordonate acestor cuvinte. Întrucît, pe de o parte, logica propoziţiilor nu putea oferi aparatul conceptual necesar pentru a determina sensul unor astfel de construcţii şi întrucît cuvintele şi expresiile din această categorie au semnificaţii care pot fi specificate, în anumite condiţii, în acelaşi fel în care sînt specificate semnificaţiile operatorilor modali alethici, am ajuns la concluzia că aparatul conceptual de care se serveşte logica modală alethică poate fi utilizat în abordarea acestui tip de construcţii din punct de vedere semantic.

Pe de altă parte, am văzut că specificarea sensului unor conjuncţii pe care le-am numit „modale" (cf. III § 8b.) reclamă utilizarea unui sistem modal alethic.

Există însă propoziţii care depind de cuvinte şi expresii al căror sens nu poate fi descris în termenii unor sisteme alethice, ci al unor sisteme modale mai puţin puternice. În mod paralel, există „conjuncţii modale" al căror sens nu poate fi specificat decît în termenii unor sisteme modale mai slabe decît cele alethice. Pentru aceste cazuri, după cum vom vedea mai jos, se dovedesc a fi convenabile sistemele doxastice.

a. Cuvinte modale în sens doxastic. Paragrafele anterioare ale acestui capitol au sugerat în mare măsură care sînt cuvintele şi expresiile din limbajul natural susceptibile de a fi tratate în termenii unui sistem doxastic: *se crede că*... şi *este credibil că*... ; în aceeaşi serie mai poate fi încadrată şi expresia *există convingerea că*...

O particularitate a expresiilor din această clasă este următoarea: dacă o construcţie de tipul:

(129) **Se crede că** *Ion este student.*

este adevărată, din aceasta nu rezultă în mod necesar că

(130) *Ion este student.*

este, de asemenea, adevărată. Altfel spus: (129) poate fi adevărată, independent de valoarea de adevăr a propoziţiei (130).

În mod asemănător, dacă

(131) **Există convingerea că** *Ion este student.*

este adevărată, din aceasta nu rezultă cu necesitate că (130) este, de asemenea, adevărată. Şi în acest caz (131) este adevărată independent de valoarea de adevăr a propoziţiei (130).

Această observaţie este în perfect acord cu intuiţia pe care o avem asupra sensului unor expresii ca *se crede că, există convingerea că*: cineva poate să *creadă* sau să aibă *convingerea* că o propoziţie oarecare este adevărată, fără ca această propoziţie să fie, în realitate, adevărată.

Că lucrurile stau aşa ne-o dovedeşte şi faptul că propoziţii sau fraze ca

(132) **Se crede că** *Ion este student,* **dar** *Ion* **nu** *este student.*

sau

(133) **Există convingerea că** *Ion este student,* **dar** *Ion* **nu** *este student.*

nu sînt considerate de nici un vorbitor ca „absurde” sau, mai exact, contradictorii.

Prin cele arătate pînă acum, expresiile discutate aici se deosebesc esențial de expresia *în mod necesar*; după cum am arătat în III § **8, a.** 2^0 (p. 197), o frază ca (102), care conține pe *în mod necesar* în loc de *se crede că* și *există convingerea că,* în rest fiind identică cu (132), (133), este contradictorie.

Cele discutate aici sînt de natură să arate că sensul expresiilor menționate (*se crede că, există convingerea că*) nu poate fi captat în termenii unui model semantic de tip alethic (în care relația *R* este *reflexivă*), ci în termenii unui model semantic de tip *doxastic* (în care relația *R* este *nereflexivă*). Aceasta, din cauză că, din proprietatea de reflexivitate a relației *R* rezultă, validitatea în toate sistemele alethice a expresiilor de forma '$\Box p \supset p$' (cf. III **5**—**7 b.** 1^0, III **6**—**17 a.**, III **7**—**8 a.**), în timp ce caracterul ne-reflexiv al relației *R* în modelele doxastice (cf. § **2b**) face ca expresiile de forma '$\Box p \supset p$' să nu fie valide în nici un sistem doxastic (cf. § **2 d.** exemplele 3^0, 4^0).

Înainte de a încerca să arătăm cu care dintre modelele semantice doxastice este compatibil sensul verbului *crede,* sînt necesare cîteva precizări:

Dintre diversele sensuri înregistrate în dicționar sub *crede* (cf. DEX s.v.), ne interesează cele pe care verbul le are în construcțiile în care este determinat de o propoziție (completivă directă sau subiectivă). În aceste construcții trebuie să facem și aici distincția între aserțiunile *de dicto,* ca în (129), și aserțiunile *de re,* ca în

(134) **Se crede** *despre Ion* **că** *este student.*

(al cărei sens se poate „traduce” prin, există un x pentru care $x = Ion$, astfel încît se crede că x este student”; pentru distincția *de dicto/de re* vezi mai sus III § **8**a.)

Pentru aceleași motive pe care le-am arătat în III § **8 a,** nu vom considera aici decît aserțiunile *de dicto.*

În plus, trebuie remarcat faptul că verbul *crede* este folosit nu numai în forma de reflexiv impersonal *se crede*, ci şi în forma personală (deci cu subiect şi completivă directă) (această construcţie poate fi considerată ca cea mai „obişnuită"). Pentru a putea formula condiţii de adevăr pentru construcţii de forma

(135) X **crede că** P.

este nevoie de un sistem doxastic construit într-o formă puţin diferită de aceea în care a fost prezentat aici, anume un sistem in care operatorul '$\Box_D$' este „relativizat", adică raportat în mod explicit la o persoană : '$\Box_D^x$'. În aceste condiţii, regulile de adevăr vor fi formulate în raport cu construcţii de forma

(135′) $\Box_D^x p$

Este evident că regulile de adevăr pentru expresii ca (135′) vor putea fi folosite şi pentru expresiile de forma (135) ale limbajului natural. În această ordine de idei, atragem atenţia asupra faptului că Hintikka, 1969, construieşte un sistem doxastic *DS4* cu operatori relativizaţi. Tehnica de „trecere" de la un sistem cu operatori modali relativizaţi la un sistem cu operatori simpli (şi invers) este prezentată în Hilpinen, 1969. În § **2** al acestui capitol am construit un sistem cu operatori simpli, întrucît am urmărit realizarea unui paralelism cu operatorii modali alethici, fapt care ne-a dispensat de prezentarea metodei de construire a sistemelor cu operatori simpli pornind de la sisteme cu operatori relativizaţi, ceea ce a simplificat în mod simţitor expunerea.

Prin urmare, cele ce urmează vor avea în vedere nu expresiile de forma (135), ci expresii de forma

(136) **Se crede că** P.

urmînd ca cititorul să aibă în vedere în permanenţă faptul că printr-o generalizare a oricăruia dintre sistemele doxastice de sub § **2**, prin care se obţin sisteme cu operatori relativizaţi, se poate ajunge oricînd la formularea de reguli de adevăr pentru expresii de forma (135).

Mai departe, dintre diversele sensuri ale verbului *crede* enumerate de dicţionar (cf. spre exemplu DEX s.v.), numai *unele* prezintă interes din punctul nostru de vedere. Prin urmare, avem şi în acest caz a face cu un caz de *ambiguitate* a limbajului natural care trebuie eliminată, înainte de a încerca să formulăm reguli de adevăr pentru construcţiile care ne interesează. Vom realiza dezambiguizarea — ca şi în III § 8 — prin indexare; vom avea a face deci cu următoarele elemente lexicale:

(i) *crede*$_1$ cu sensul de „a considera pe cineva sau ceva altfel decît este în realitate; a (i) se părea" (definiţie reformulată după DEX s.v.).

(ii) *crede*$_2$ cu sensul de „a fi convins de adevărul unui fapt, al unui lucru" (după DEX s.v.). Cu această accepţie, *crede* este sinonim cu **a fi convins** (în forma *se crede* este sinonim cu *există convingerea că*, v. mai sus.);

(iii) *crede*$_3$ cu o accepţie mai slabă decît *crede*$_2$ care nu presupune „convingerea", eventual un sens identic cu „a se considera că" (acest sens nu apare în DEX s.v.).

După cum se vede, primul sens al lui *crede* presupune un model semantic ales în aşa fel încît o frază de forma

(137) **dacă (se crede$_1$ că *P*), atunci *P*.**

să nu fie validă (pentru aceasta ar fi suficient oricare din cele două modele doxastice de care ne-am ocupat în acest capitol). Această condiţie este însă prea slabă: este necesar un model semantic în ai cărui termeni orice expresie de forma

(138) **dacă (se crede că *P*), atunci nu-*P*.**

să fie validă. O construcţie ca (138) spune că dacă *P* este considerat a fi adevărat fără a fi adevărat în realitate (= sensul (i) al lui *crede*) aceasta implică faptul că *P* nu este adevărat. Or, nici modelul *DT*, nici modelul *DS4* nu permit formularea unor condiţii de adevăr în conformitate cu care (138) să fie validă. Urmează de aici că nici unul dintre modelele doxastice descrise aici (şi cu atît mai puţin *cele alethice*, descrise în cap. III) nu poate fi adecvat în descrierea sensului lui *crede*$_1$.

În ce priveşte sensul lui *crede*$_2$: După cum am remarcat sub (ii), *crede*$_2$ este sinonim cu *a fi convins că*. Întrucît dicţionarul nu face o distincţie clară decît între *crede*$_1$ şi *crede*$_2$ (sinonim cu *a fi convins că*), nesemnalînd existenţa unui sens mai slab al lui *crede* (anume cel înregistrat de noi sub (iii), vom încerca să stabilim existenţa celui de al treilea sens al lui *crede* într-un mod *indirect*, arătînd că acceptînd că *există* o relaţie de sinonimie între *a crede* şi *a fi convins că* (sensul lui *crede* înregistrat sub (ii)), trebuie să admitem că există cel puţin un context în care cele două sinonime *nu se pot substitui unul celuilalt* şi că, prin urmare, există cel puţin încă un sens al lui *crede*, care este diferit de cel al lui *a fi convins că.*

O propoziţie ca :

(139) **(Sînt convins că** *Ion este student*), **dar (nu sînt sigur că** *Ion este student*).

este evident contradictorie (eventual, într-o terminologie mai puţin tehnică, absurdă) pentru orice vorbitor. În schimb, dacă înlocuim în (139) pe *sînt convins că* prin *cred că*, rezultatul este o frază care poate fi, după împrejurări, adevărată sau falsă, dar în nici un caz contradictorie (sau „absurdă"):

(140) **(Cred că** *Ion este student*), **dar (nu sînt sigur că** *Ion este student*).

Această situaţie arată în mod clar că *cred* din (140) are un sens diferit de *sînt convins* din (139); acest sens al lui *cred* este sensul definit mai sus, sub (iii). Mai departe: dacă este cazul să ne îndoim de existenţa unui eventual al treilea sens al lui *crede*, atunci acest al treilea sens este exact sensul înregistrat de noi sub (ii), cel identic cu al lui *a fi convins*, adică cel înregistrat de DEX. În orice caz, existenţa sau inexistenţa unui *crede*$_2$ (=*crede* cu sensul (ii)) nu ne interesează prea mult aici, deoarece, oricum, *există* o expresie cu un sens „mai puternic" decît al lui *crede*$_3$, anume tocmai expresia *a fi convins că.*

Dealtfel, în consideraţiile care urmează, nici nu ne vom baza în vreun fel pe existenţa unui *crede*$_2$ (a cărui existenţă poate fi pusă la îndoială), ci vom avea în vedere numai expresia *a fi convins*, care, în mod sigur, diferă ca sens de *crede*$_3$. În cazul în care existenţa lui *crede*$_2$ va putea fi probată în vreun fel oarecare, acesta poate fi tratat fără nici o dificultate ca sinonim al lui *a fi convins.*

În ce priveşte pe *a fi convins*, menţionăm faptul că, spre deosebire de *a crede*, nu poate fi folosit într-o formă impersonală, corespunzătoare lui *se crede*. De aceea am recurs la o formă destul de neobişnuită şi artificială:

există convingerea că...Notăm, în această ordine de idei, şi deosebirea de regim sintactic dintre *se crede că* şi *există convingerea că* : propoziţia care urmează după prima expresie este o *subiectivă*, în timp ce construcţia care urmează după a doua este o *atributivă* (pe lîngă *convingerea*).

Am recurs la această construcţie neobişnuită pentru a putea da o descriere semantică în termenii modelelor pe care le avem la îndemînă, fără a recurge la modele ale unor sisteme cu operatori modali relativizaţi.

Observăm totuşi că, în momentul în care generalizăm modelele semantice în aşa fel încît să putem descrie şi construcţii de tipul *Ion crede că P* (descriere pe care nu o putem realiza cu ajutorul modelelor descrise în acest capitol), ne putem dispensa de o expresie mai greu acceptabilă (deşi nu incorectă!) ca *există convingerea că.*

Cu aceste precizări, putem încerca să clarificăm într-o măsură mai mare diferenţa de sens dintre *crede*$_3$ şi *a fi convins*. În explicaţiile de sub **2—8**, arătam că, în termenii unui model *DS4*, dacă o propoziţie P este crezută ca adevărată, aceasta înseamnă că se crede, de asemenea, că nu există nici o împrejurare (curs al evenimentelor) în care P să nu fie crezută ca fiind adevărată. Dacă pentru *crede*$_3$ această condiţie pare a fi prea puternică, pentru *a fi convins* o astfel de condiţie pare a fi justificată. Într-adevăr dacă este adevărată propoziţia

(141) **Ion crede că** *vacanţa începe la 20 decembrie*.

aceasta nu înseamnă că este adevărat şi că

(142) Pentru Ion nu există nici o împrejurare în care el ar putea crede că vacanţa nu începe la 20 decembrie. În schimb, dacă propoziţia

(143) **Ion este convins că** *vacanţa începe la 20 decembrie* este adevărată, atunci nu este neraţional să admitem şi că propoziţia

(144) În raport cu convingerile lui Ion, nu există nici o împrejurare (=lume posibilă) în care el ar putea să nu aibă aceeaşi convingere.

sau :

(145) În raport cu convingerile lui Ion nu există nici o împrejurare (=lume posibilă) care l-ar putea determina să renunţe la convingerea că vacanţa începe la 20 decembrie.

În cazul în care diferența de sens dintre *crede*$_3$ și *a fi convins* se poate face pe această bază, urmează că distincția semantică dintre cei doi termeni rezidă în faptul că *a fi convins* implică cu necesitate ideea de *conservare a opiniei* în toate împrejurările (=lumile posibile) compatibile cu convingerile cuiva, în timp ce *a crede*$_3$ *nu implică* o astfel de *conservare a opiniei* în toate împrejurările (=lumile posibile).

Dacă lucrurile stau așa, urmează că sensul lui *a fi convins* trebuie definit în termenii unui *model DS4* (unde '$\Box_D p \supset \Box_D \Box_D p$' este o expresie *validă*), în timp ce sensul lui *a crede*$_3$ trebuie definit în termenii unui *model DT* (unde '$\Box_D p \supset \Box_D \Box_D p$' *nu este* o expresie *validă*).

Cele arătate ne duc la concluzia că în limbajul natural avem a face cu mai mulți operatori modali doxastici : cel mai „puternic" este *a fi convins*, cel mai puțin puternic este *a crede*$_3$. Sensul celui dintîi poate fi specificat în termenii unui *model DS4*, sensul celui de al doilea poate fi specificat în termenii unui *model DT*.

După cum am arătat mai sus, sensul lui *a crede*$_1$ nu poate fi specificat nici în termenii unui model *DS4*, nici în cei ai unui model *DT*. Pentru acest sens este necesar un model diferit, asemănător cu cele doxastice, prin faptul că relația *R* trebuie să fie ne-reflexivă, dar diferit de acestea prin faptul că una dintre condițiile de adevăr ale expresiei **se crede**$_1$ **că** *P* este valoarea „fals" a lui *P*. Întrucît nu am discutat pînă aici astfel de sisteme, nu ne vom ocupa aici de sensul lui *se crede*$_1$.

Conform cu cele arătate pentru a specifica sensul unei construcții ca

(146) **Există convingerea că** *P*

vom formula o regulă de forma

(147) V[(**Există convingerea că** P), w_i] $= 1$ dacă și numai dacă pentru orice $w_j \in W$ pentru care $w_i Rw_j$, avem $V(P, w_j) = 1$ (unde *R* este *ne-reflexivă*, *tranzitivă* și *ne-simetrică*).

Pentru a specifica sensul unei construcții ca

(148) **Se crede**$_3$ **că** *P*

vom formula o regulă de forma

(149) V[(**Se crede$_3$ că** P), w_i)] $= 1$, dacă şi numai dacă pentru orice $w_j \in W$, pentru care $w_i R w_j$, avem $V(p, w_j) = 1$ (unde R este *ne-reflexivă*, *ne-tranzitivă* şi *ne-simetrică*).

În limbajul natural, operatorul corelat celor doi operatori doxastici : *a fi convins* şi *crede$_3$* este *credibil*. Avem deci a face cu un nou caz de ambiguitate : o expresie ca

(150) **Este credibil că** P

poate fi înţeleasă fie în corelaţie cu (146), fie în corelaţie cu (148) ; altfel spus, *credibil* din (150) poate fi definit fie într-un model *DS4*, şi, în acest caz, *credibil* este corelatul lui *există convingerea că*, fie într-un model *DT*, şi, în acest caz, *credibil* este corelatul lui *se crede$_3$*. Vom avea deci în primul caz un element lexical pe care îl vom reprezenta prin *credibil$_2$* (corelat al lui *crede$_2$*) şi în al doilea caz un element lexical pe care îl vom reprezenta prin *credibil$_3$* (corelat al lui *crede$_3$*).

Pentru *crede$_1$* (de care ne-am ocupat la începutul acestui sub-paragraf) vom avea un *credibil$_1$*.

Sensul lui *credibil$_2$* va fi specificat prin regula

(151) V[(**Este credibil$_2$** că P), w_i]$=1$ dacă şi numai dacă există un $w_j \in W$ pentru care $w_i R w_j$, astfel încît $V(p, w_j) = 1$ (unde R este *ne-reflexivă*, *tranzitivă* şi *ne-simetrică*),

iar sensul lui *credibil$_3$* va fi specificat printr-o regulă ca

(152) V[(**Este credibil$_3$ că** P)w_i]$=1$, dacă există un $w_j \in W$, pentru care $w_i R w_j$, astfel încît $V(P, w_j)=1$ (unde R este o relaţie *ne-reflexivă*, *ne-tranzitivă* şi *ne-simetrică*).

În încheierea consideraţiilor asupra „cuvintelor modale" trebuie să atragem atenţia asupra următoarei particularităţi a operatorului *a fi convins*, în opoziţie cu *crede$_3$*.

Atîta timp cît *a fi convins* este definit în termenii unui model *DS4* (ca în (147)), următoarea expresie este validă în limbajul natural (deşi este poate destul de greu de susţinut că acest lucru este în acord cu intuiţia noastră).

(153) **Dacă (există convingerea că** P**), atunci (există convingerea că (în mod necesar** P**)).**

În limbajul *DS4*, construcției (153) îi corespunde expresia

(153′) $\Box_D p \supset \Box_D \Box p$

a cărei validitate în *DS4* poate fi testată cu ușurință prin metoda **III 5—2**).

În schimb, o expresie ca

(154) **Dacă (se crede că$_3$ *P*) atunci (se crede$_3$ că (în mod necesar *P*)).**

nu este validă în cazul în care, așa cum am convenit, *se crede$_3$* este definit în termenii unui model *DT* (deoarece în acord cu modelul *DT*, în care *se crede$_3$* este definit, relația *R*, fiind ne-tranzitivă, lumea posibilă w_k, în care, aplicînd testul **III 5—2**, ar trebui să avem $V(p, w_k)=0$, nu este o alternativă a lumii w_i, în care **se crede$_3$ că *P*** este adevărată).

Faptul că (154) *nu este validă* ni se pare că, în mod clar, este în acord cu intuiția pe care o avem asupra sensului lui *se crede$_3$*.

Faptul însă că (153) *este validă* (în acord cu definițiile date) ni se pare într-un acord mai puțin evident cu intuiția pe care o avem asupra sensului lui *a fi convins*.

b. Conjuncții modale. În cele ce urmează, ne vom ocupa de două clase de conjuncții și anume : cele *concesive* și cele *adversative*, pentru ca, la sfîrșit să ne oprim asupra ambiguității conjuncției *dacă ... atunci*.

În *GLR II* : 325, propoziția concesivă este definită după cum urmează : „propoziția circumstanțială concesivă arată o împrejurare care ar fi fost de așteptat să împiedice realizarea acțiunii din regentă, dar nu o împiedică".

Din această definiție trebuie reținute pentru discuția care urmează trei idei : (a) că evenimentul (faptul sau starea la care se referă propoziția concesivă este de natură să *împiedice* „realizarea" acțiunii (a evenimentului, a faptului sau a stării) la care se referă propoziția regentă ; (b) că ceea ce este de natură să „împiedice" realizarea acțiunii din regentă nu împiedică de fapt, ci ar fi numai *de așteptat* să împiedice și (c) că, de fapt (= în realitate), atît acțiunea din regentă cît și cea din subordonată se „realizează".

(a) Faptul că evenimentul, faptul sau starea la care se referă concesiva „împiedică" realizarea evenimentului, faptului sau stării de regentă se poate exprima foarte firesc şi spunînd că în cazul în care *concesiva este adevărată* (deci realitatea este conformă cu aserţiunea făcută prin propoziţia respectivă), atunci *regenta este falsă* (deci realitatea *nu este conformă* cu aserţiunea făcută prin propoziţia respectivă) şi invers, dacă *regenta este adevărată*, atunci *concesiva este falsă.*

Raportul este de forma

(155) **Dacă** P_1, **atunci** *nu*-P_2
(înr-un limbaj logic: $p \supset \sim q$).

(b) După cum arătam în III § **8 b**, conjuncţia *dacă ... atunci* din limbajul natural nu este echivalentul implicaţiei materiale din limbajele logice discutate (deci echivalentul conectorului '$\supset$'), ci echivalentul *implicaţiei logice* (deci echivalentul conectorului '$-\!\!3$' din sistemele modale.

Dacă raportăm expresia (155) cu *acest* sens (= de implicaţie logică) al lui *dacă ... atunci* la formularea „ar fi fost *de aşteptat* să împiedice", observăm că (155), ca implicaţie logică, nu spune exact acelaşi lucru cu formularea pe care o avem în vedere: a „exclude în mod necesar" nu este tot una cu „a fi de aşteptat să excludă". Pentru a capta ideea exprimată prin „ar fi fost de aşteptat să împiedice" avem nevoie de o excluziune mai puţin tare decît excluziunea logică. Dacă substituim în definiţia citată pe „ar fi fost *de aşteptat*" cu „ar fi fost *de crezut*", vom obţine o definiţie care va fi acceptată de orice gramatic, ca o „variantă stilistică" a primei definiţii, şi nu va fi considerată ca o versiune „alterată" a celei dintîi. În schimb, o astfel de substituţie are calitatea de a sugera o anumită direcţie în căutarea unei excluziuni mai puţin tari decît excluziunea logică. O excluziune mai slabă decît cea logică poate fi considerată excluziunea doxastică (derivată din implicaţia doxastică (cf. § **2 b.**)).

Dacă am fixat pentru implicaţia exprimată prin *dacă ... ... atunci* condiţia de adevăr (112) (cf. III § **8 b.**), atunci pentru *excluziunea logică* de forma (151) trebuie formulată o condiţie de adevăr ca :

(156) O expresie de forma (151) este adevărată dacă şi numai dacă expresia‘ **nu se poate ca**$_M$(P_1 **şi**$_1$ P_2)’ este, de asemenea, adevărată.

Pentru excluziunea doxastică (a cărei formă nu o specificăm deocamdată) vom folosi următoarea condiţie de adevăr provizorie :

(157) excluziunea doxastică este adevărată dacă şi numai dacă expresia ‘**nu este credibil că** (P_1 **şi**$_1$ P_2)’ este adevărată.

În (157), **credibil** este luat în accepţia cea mai slabă (*credibil*$_3$), întrucît în cazul raporturilor concesive obişnuite nu poate fi vorba de *convingeri*, ci de simpla credinţă în incompatibilitatea a două propoziţii.

(c) În sfîrşit, dat fiind că raportul de excluziune dintre cele două propoziţii în raport concesiv nu este „realizat”, deci adevărat, ci numai *crezut* a fi adevărat, atît propoziţia concesivă, cît şi regenta pot fi şi sînt afirmate.

Cele arătate sub (a) — (c) sînt captate într-o condiţie de adevăr de forma :

(158) ‘P_1, **deşi** P_2’ este adevărată dacă şi numai dacă expresia‘ (P_1 **şi**$_1$ P_2) **şi**$_1$ **nu este credibil**$_3$ **că** (P_1 **şi**$_1$ P_2)’ este adevărată.

În mod mai concret, o frază ca

(159) *(Ion nu stă în casă)*, **deşi** *afară este frig.*

este adevărată dacă şi numai dacă este adevărată fraza

(159′) *(Ion nu stă în casă* **şi**$_1$ *afară este frig)* **şi**$_1$ **nu este credibil**$_3$ **că** *(Ion* **nu** *stă în casă* **şi**$_1$ *afară este frig)*

sau : o frază ca

(160) *Ion stă în casă* **deşi** *afară este cald*

este adevărată dacă şi numai dacă

(160′) *(Ion stă în casă* **şi**$_1$ *afară este cald)* **şi**$_1$ **nu este credibil**$_3$ **că** *(Ion stă în casă* **şi**$_1$ *afară este cald)*.

este adevărată.

După formularea condiţiei de adevăr (158), devine clar că alegerea excluziunii *doxastice* (şi nu logice) ca element al condiţiei (158) este dictată nu numai de faptul că excluziunea doxastică, fiind mai slabă decît cea logică, este mai apropiată de sensul definiţiei cu a cărei analiză am început acest paragraf, ci şi de faptul că, în cazul în care în (158) am avea **„nu se poate ca$_M$** *(P_1* **şi$_1$** *P_2)*" în loc de **„nu este credibil$_3$ că** *(P* **şi$_1$** *P)*", (158) ar deveni contra-validă.

Într-adevăr,

(161) **'Nu se poate ca$_M$** (P_1 **şi$_1$** P_2)'

este identică din punctul de vedere al sensului cu

(162) **În mod necesar** *nu* -(P_1 **şi$_1$** P_2).

(cf. III **5—15 b.** (ii) 5^0 a.). În consecinţă, (158) formulată în termeni alethici ar avea forma

(163) 'P_1 **deşi** P_2' este adevărată dacă şi numai dacă (P_1 **şi$_1$** P_2) **şi$_1$** **(în mod necesar (nu** - (P_1 **şi** P_2)))

În cazul în care condiţia din (155) ar fi adevărată, am avea :

(164) (P_1 **şi$_1$** P_2) **şi$_1$** **(în mod necesar** (*nu* (P_1 **şi$_1$** P_2)))

Conform cu III **5—15 a** (i) 6^0 spunem că :

(165) P_1 **şi$_1$** P_2

este o consecinţă logică a expresiei (163). În acelaşi fel,

(166) **În mod necesar** (*nu* — (P_1 **şi$_1$** P_2))

este (conform cu III **5—15 a.** (i) 6^0), de asemenea, o consecinţă logică a expresiei (164). Mai departe, conform cu III **5—15 a.** (ii) 1^0

(167) *nu* - (P_1 **şi$_1$** P_2)

este o consecinţă logică a expresiei (166).

Conform cu III **5—15 a.** (i) 9^0, putem spune că (167) este o consecinţă logică a expresiei (164). Dar (167) este negaţia expresiei (165). Dat fiind că (164) implică şi '(P_1 **şi$_1$** P_2)' şi '*nu* — (P_1 **şi** P_2)' spunem că (164) este contra-validă.

În schimb, folosind operatorii doxastici lucrăm cu un model semantic în care *R* nu este reflexivă şi, prin urmare, o expresie ca

(168) **Se crede$_3$ că** *nu*-(P_1 **şi$_1$** P_2).

nu are drept consecinţă o expresie ca (167), deoarece, în *DT*, o expresie ca '$\Box_D\, p \supset p$' nu este validă (cf. § **2 d,** exemplul 3^0).

În acelaşi fel în care a fost specificat sensul lui *deşi*, se specifică şi sensul celorlalte conjuncţii (şi/ sau locuţiuni conjuncţionale) concesive : *cu toate că*, *măcar că*, *chit că*, *fără (ca) să* (cf. *GLR*, *II* : 326). Pentru aceasta, regula (158) trebuie formulată în aşa fel încît să se refere la întreaga clasă de conjuncţii concesive.

Coordonarea *adversativă* este definită în *GLR II*: 248 astfel: „unităţile sintactice coordonate care se opun una alteia fără a se exclude se numesc adversative".

Pentru moment ne interesează numai cazurile în care „unităţile sintactice" legate prin raport adversativ sînt propoziţii.

Prima remarcă pe care o facem este aceea că formularea „se opun una alteia fără a se exclude" nu este suficient de clară, întrucît nu putem preciza în ce constă „opoziţia" în cazul în care doi termeni *nu se exclud*.

Într-un exemplu ca

(169) *Ion vorbeşte* **însă** *Gheorghe nu este atent.*

în ce constă „opoziţia" dintre cei doi termeni (căci, evident, cele două propoziţii nu se „exclud") ? Ideea de „opoziţie" între cei doi „termeni" (= propoziţii) devine şi mai puţin clară într-un exemplu ca

(170) *Ion vorbeşte, Gheorghe nu este atent şi toată lumea se plictiseşte.*

Credem însă că definiţia nu are în vedere „opoziţia" şi absenţa excluziunii *existente între* termeni, ci raportul pe care conjuncţia *îl stabileşte* între doi termeni (indiferent de relaţia, să spunem, „paradigmatică" existentă între termenii respectivi).

În acest caz, „absenţa excluziunii" trebuie înţeleasă ca *posibilitatea existentă de a* **afirma ambele propoziţii.**

Într-adevăr, o frază ca (169) conţine şi afirmaţia că

(171) *Ion vorbeşte*

şi afirmaţia că

(172) *Gheorghe* **nu** *ascultă.*

Pe de altă parte, ideea de „opoziţie" conţinută într-un raport adversativ trebuie înţeleasă ca afirmaţie a faptului că „normal" ar fi ca cele două propoziţii *să nu fie ambele adevărate*, sau, altfel spus, „normal" ar fi ca cele două propoziţii să fie *incompatibile* (şi nu compatibile, aşa cum rezultă din afirmarea lor simultană).

Ne putem pune acum următoarea întrebare: „normal" în raport cu ce? Și răspunsul firesc este: „normal" *în raport cu ceea ce* **se crede.** Așadar, sîntem din nou în prezența, pe de o parte, a afirmației a două propoziții și, pe de altă parte, a afirmației că *raportul de compatibilitate* dintre cele două propoziții *nu este credibil.*

După cum se observă, sensurile implicate în definiția raportului adversativ (așa cum a fost *interpretată* aici) sînt identice cu sensurile implicate (mult mai clar, după cum s-a văzut) în definiția raportului concesiv.

Putem, prin urmare, formula pentru expresii de forma

(173) P_1, **însă** P_2.

aceeași condiție de adevăr ca aceea formulată pentru expresii de forma P_1, **deși** P_2:

(174) 'P_1, **însă** P_2' este adevărată dacă și numai dacă' *(*P_1 **și**$_1$ P_2*)* **și**$_1$ **nu era credibil**$_3$ **că** *(* P_1 **și**$_1$ P_2*)*' este adevărată.

Întrucît în (158) și (174) după „dacă și numai dacă" urmează una și aceeași expresie, sîntem îndreptățiți să spunem că

(175) Orice expresie de forma 'P_1, **deși** P_2' are sens identic cu o expresie de forma 'P_1, **însă** P_2'.

Deosebirea dintre raportul adversativ și cel concesiv este numai de ordin sintactic (adversativele sînt propoziții *coordonate*, în timp ce propoziția concesivă este *subordonată* unei regente), tot așa cum deosebirea dintre raportul conclusiv și cel consecutiv era tot de ordin strict sintactic (propozițiile în raport conclusiv sînt coordonate, în timp ce propoziția consecutivă este *subordonată* unei regente, cf. III § **8 b.**).

Ca și în cazul conjuncțiilor concesive, regula (174) trebuie formulată în așa fel, încît să permită specificarea aceluiași sens pentru întreaga clasă a adversativelor *(dar, ci, iar, și*$_2$ (cf. *GLR II* II: 249).

În III § **8 b**, am definit conjuncțiile conclusive și consecutive cu ajutorul unor operatori modali alethici (în *mod necesar, nu se poate ca*$_M$, cf. (115), (111); (122)), sugerind în III § 8 c, că o eventuală revizuire a acestui mod de definire ar fi posibil, în urma analizei sensului altor conjuncții și/sau al altor cuvinte modale.

În momentul de față, putem face o distincție pe care nu am făcut-o în III 8 b : există posibilitatea de a trage concluzii fie pe baza unui raport de „implicație logică", fie pe baza unui raport de „implicație doxastică" ; altfel spus : fie pe baza a ceea ce este *necesar adevărat*, fie pe baza a ce *se crede a fi adevărat.*

Dacă cineva spune :

(176) *Este ora 7*, **prin urmare** *Ion nu este acasă*

această afirmație nu se bazează numaidecît pe faptul că propoziția

(177) *nu se poate ca*$_M$ *(să fie ora 7 și*$_1$ *Ion să fie acasă).*

este adevărată, ci se poate baza — și sîntem îndreptățiți să spunem că se bazează *în mod special* — pe faptul că propoziția

(178) **nu este credibil**$_3$ **ca** *(să fie ora 7* **și**$_1$ *Ion să fie acasă).*

este adevărată.

Sîntem înclinați să spunem că o propoziție ca (176) se bazează *în special* pe adevărul unei propoziții ca (178), deoarece este de presupus că vorbitorii își bazează afirmațiile și judecățile mai ales pe ceea ce *cred* (deci pe opiniile lor subiective) și mai puțin pe necesitatea obiectivă.

Așa se explică, de exemplu, faptul că un vorbitor poate considera propoziția (176) adevărată, în timp ce altul ar putea-o considera falsă.

În schimb, o propoziție ca

(179) *Apa aceasta fierbe*, **prin urmare** *apa aceasta a atins temperatura de 100°.*

va fi acceptată probabil de către toți vorbitorii cu o anumită instrucție ca adevărată. Aceasta se întîmplă din cauză că (179) se bazează pe un raport de „necesitate obiectivă", în timp ce (176) se bazează pe un raport de necesitate „subiectivă". Această „necesitate subiectivă" poate fi exprimată în mod natural în termenii unui model doxastic.

Consecinţa observaţiilor de mai sus este faptul că putem vorbi de încă un sens al conjuncţiilor *prin urmare*, respectiv, *încît*: anume sensul lor *doxastic*, opus sensului lor alethic, definit în III § **8 b.**

Acest sens poate fi exprimat printr-o regulă de forma (115) şi, respectiv, (122), în care înlocuim pe '**Dacă** P_1, **atunci** P_2' prin '**Nu este credibil**$_3$ **că** (P_1 **şi**$_1$ **nu** - P_2)'.

Vom vorbi deci de un *prin urmare*$_1$ şi un *prin urmare*$_2$, de un *încît*$_1$ şi un *încît*$_2$, unde elementele indexate cu 1 au sens alethic, iar elementele indexate cu 2 au sens doxastic.

Aceeaşi dezambiguizare o putem realiza şi în raport cu *dacă ... atunci*: există o conjuncţie condiţională alethică *dacă ... atunci*$_1$ definită prin (111) şi o conjuncţie condiţională doxastică *dacă ... atunci*$_2$, definită prin

(180) '**Dacă** P_1, **atunci** P_2' este adevărată dacă şi numai dacă '**nu este credibil**$_3$ **că** (P_1 **şi**$_1$ **nu** -P_2)'.

c. Alethic şi doxastic în limbajul natural: Înainte de a încheia acest paragraf consacrat semnificaţiei lingvistice a logicii doxastice, trebuie să ne oprim asupra raportului existent în *limbajul natural* între operatorii modali alethici (discutaţi în III § **8 a)** şi operatorii modali doxastici (discutaţi în acest paragraf, sub **a)**. Cu alte cuvinte, ne interesează semnificaţia *lingvistică* a lemei **3—9** (întrucît lema **3—9** exprimă în mod sintetic conţinutul teoremei **3—8**). Conform cu **3—8**, dacă definim pe *în mod necesar*, *se poate ca*$_M$, *există convingerea că*, *se crede*$_3$ *că*, *este credibil*$_2$ *că* şi *este credibil*$_3$ aşa cum am propus în III § **8 a.** şi § **4 a.**, ar trebui ca frazele de forma următoare să fie valide:

(181) a. **Dacă (în mod necesar** P), **atunci (există convingerea că** P)

b. **Dacă (în mod necesar** P), **atunci (se crede**$_3$ **că** P)

c. **Dacă (în mod necesar** P), **atunci (este credibil**$_2$ **că** P)

d. **Dacă (în mod necesar** P), **atunci (este credibil**$_3$ **că** P)

∃ convingerea P
⊢se crede că P

$\Box_b^{\alpha} \models \Diamond_R^{\alpha}$ e. **Dacă (~~în mod necesar~~ P), atunci (se poate ca$_M$ P)**

f. **Dacă (este credibil$_2$ că P), atunci (se poate ca$_M$ P)**

g. **Dacă (este credibil că$_3$ P), atunci (se poate ca$_M$ P).**

Întrucît, după cum am văzut în III § **8 a, în mod necesar** poate fi luat în accepţie tare ($S5$), slabă (T) şi mai puţin slabă ($S4$), această expresie care figurează în (181) are avantajul de a corespunde destul de bine la ceea ce am notat în **3—9** prin '$\Box_A$'.

În ce priveşte operatorii doxastici, în (181) ei sînt menţionaţi fiecare în parte.

Problema care se pune este următoarea : sînt *într-adevăr* valide *toate* expresiile de sub (181) pentru o fiinţă raţională care face uz de limbajul natural ?

Răspunsul ni se pare că nu poate fi decît afirmativ în raport cu construcţiile de sub **c.** — **f.** : nu se poate afirma în mod rezonabil că ceva este *necesar adevărat* şi că, în acelaşi timp, este *incredibil* (în oricare din sensurile lui *incredibil* menţionate sub § **3 a.**).

În schimb, validitatea unor expresii ca **a.**, **b.** de sub (181) nu apare cu aceeaşi evidenţă : afirmaţia că nu oricine *este convins* sau *crede că sînt adevărate* toate adevărurile necesare nu este în nici un caz în contradicţie cu situaţia reală (vezi comentariile de sub **2—6**). De aceea validitatea expresiilor **a.**, **b.** nu trebuie înţeleasă pur şi simplu ca „adevăr în toate lumile posibile", ci ca adevăr în toate lumile posibile **cu condiţia raţionalităţii sistemului de opinii.** Aşadar, **a.**, **b.** sînt legate de condiţia de raţionalitate a opiniilor (în sensul discutat în legătură cu **2—6**). Aceste construcţii nu exprimă decît faptul că oricine şi în orice împrejurare este dispus să-şi modifice sistemul de opinii în momentul în care devine (sau este făcut) conştient de faptul că acesta este contradictoriu.

§. 5. Interpretarea deontică a sistemelor DT şi DS4. În § **1** am arătat că interpretarea doxastică ($\Box$ = crede, $\Diamond$ = credibil) a sistemelor DT şi $DS4$ este numai *una* dintre interpretările posibile. Am menţionat, în această ordine de idei, şi o altă interpretare posibilă, anume interpretarea *deontică*.

Atît sistemul *DT* cît şi sistemul *DS4* pot fi înţelese ca logică a conceptelor *obligatoriu* şi *permis* (ambele în raport cu un cod de norme de conduită).

Trebuie menţionat faptul, caracteristic dealtfel pentru orice sistem formal, că structura formală a sistemului nu este influenţată în nici un fel de interpretarea avută în vedere (în cazul în care sistemul se construieşte de la început în vederea unei anumite interpretări). Aşa se explică faptul că sistemele *DT* şi *DS4* rămîn neschimbate chiar atunci cînd li se dă o interpretare deontică. O modificare strict superficială li se poate aduce: putem să indexăm operatorii '$\Box$' şi '$\Diamond$' în aşa fel, încît să atragem atenţia asupra faptului că avem în vedere interpretarea *deontică* a acestor operatori (tot aşa cum am procedat în §§ **2**—**3** pentru a marca faptul că avem în vedere interpretarea doxastică a lor); putem folosi '$\Box_{DE}$' şi '$\Diamond_{DE}$' pentru a realiza acest lucru. Atragem însă atenţia asupra faptului că această indexare, deşi *utilă* în raport cu anumite scopuri *nu este necesară* şi că nu afectează în nici un fel natura sistemului (ale cărui reguli se stabilesc independent de această indexare).

Odată făcute aceste precizări, este suficient să adăugăm că toate definiţiile, regulile, teoremele, lemele şi propoziţiile adevărate pentru *DT* şi *DS4* sînt adevărate şi pentru sistemele deontice, pe care le vom simboliza prin *DET* şi *DES4*. Toate expresiile valide în *DT* sînt valide şi în *DET*, după cum toate expresiile valide în *DS4* sînt valide şi în *DES4*.

Menţionăm că sistemul descris în Hintikka, 1971, este asemănător, dar nu identic cu un sistem *DES 4* (simbolurile folosite acolo sînt '*O*' pentru '$\Box_{DE}$' = „obligatoriu", şi '*P*' pentru '$\Diamond_{DE}$' = „permis"; vezi şi von Wright, 1968, 1971, Føllesdal & Hilpinen, 1971 : 1—35).

Cuvintele şi expresiile modale al căror sens urmează a fi specificat în termenii unui model *DET* şi/sau *DES4* sînt : *în mod obligatoriu, este obligatoriu să, trebuie să* (cu sensul deontic, menţionat în III § **8 a.**), pe de o parte, şi *este permis să, este voie să* ... etc., pe de altă parte.

§ 6. **Considerații finale.** În acest capitol am descris două limbaje logice, *DT* și *DS4*, împreună cu modelele semantice asociate lor, diferite de cele descrise în cap. II. O serie de concepte definite în raport cu *DT* și *DS4* sînt utilizabile în descrierea unor aspecte ale semanticii limbajelor naturale, aspecte pentru care aparatul conceptual folosit în raport cu logica propozițiilor și logica alethică era insuficient.

Am definit sensul unor cuvinte modale doxastice (*a crede, a fi convins, credibil* și sinonimele lor), am definit sensul unor conjuncții în care este implicată o idee modală ne-alethică *(deși, însă)* și am reinterpretat sensul conjuncției *dacă ... atunci*, arătînd că, pe lîngă sensul de implicație logică, această conjuncție poate avea și sensul unei implicații doxastice.

Am atras, de asemenea, atenția asupra „condițiilor de raționalitate" a opiniilor, condiții care nu se referă numai la limbajele logice, ci și, în egală măsură, la limbajul natural.

În același timp, am arătat că, printr-o interpretare deontică a sistemelor *DT* și *DS4*, se poate ajunge la definirea sensului unor alte serii paralele de cuvinte și expresii modale, de data aceasta, din seria deontică : *este obligatoriu să, trebuie să, este permis să, este voie să.*

Este demn de notat faptul că, în seria conjuncțiilor „modale" (cf. III § **8 b.**), se pare că nu există conjuncții în al căror sens să fie implicată o „idee deontică" așa cum există conjuncții in al căror sens este implicată o idee alethică *(prin urmare, încît)* și / sau doxastică *(deși, însă, prin urmare, încît, dacă ... atunci)*.

Deși verbe ca *a ști, a cunoaște* sînt apropiate ca sens în primul rînd de seria cuvintelor și expresiilor care exprimă „atitudinea" sau „opinia" în raport cu adevărul propozițiilor (deci prezintă asemănări cu *a crede, a fi convins, a fi permis)*, semantica acestor verbe nu poate fi tratată în termenii unor modele ne-alethice, de felul celor discutate în acest capitol, deoarece, în toate aceste modele, relația *R* fiind *ne-reflexivă*, o expresie ca '$\Box p \supset p$' nu este validă. Or, pentru *a ști*, este nevoie de un model prin care o expresie de această formă să fie validă. Dovada o face faptul că o propoziţie ca

(178) **Este cunoscut** *faptul că pămîntul este rotund*, **dar nu este adevărat** *că pămîntul este rotund.*

este, în limbajul natural, contradictorie.

Rezultă de aici că, pentru specificarea sensului cuvintelor din această clasă este necesar un model alethic.

Modelul convenabil pare a fi cel propus de Hintikka, 1969, anume *S4*.

Semnalăm numai, fără a încerca, deci, să propunem o soluţie, următoarea problemă.

Am întîlnit pînă acum cel puţin două cazuri în care *acelaşi model* semantic urmează să fie utilizat în descrierea unor elemente lexicale (ale limbajului natural) care în nici un caz nu pot fi considerate sinonime: modelul *S4* folosit pentru a descrie sensul lui *în mod necesar*$_{ii}$ (necesitatea ştiinţific empirică) şi a verbelor din clasa *şti, cunoaşte*; modelul *DT* şi/sau *DS4* pentru a descrie sensul verbelor din clasa *a crede, a fi convins* etc. şi al verbelor din clasa *trebuie*, sau al expresiilor *este obligatoriu* etc.

Atunci cînd descriem aceste clase de verbe şi expresii în mod separat, inconvenientul *practic* nu este prea mare (sau eventual este chiar inexistent); rămîne totuşi o dificultate de ordin teoretic: cum se justifică faptul că *crede* are sens diferit de *trebuie*, în ciuda faptului că ambele se definesc *prin aceeaşi* regulă de adevăr III 4—1 *RA 1*, în acelaşi model semantic *(DT* sau *DS4)*?

Dificultatea devine şi *practică* atunci cînd ne ocupăm de secvenţe de operatori de tipul *crede că trebuie, trebuie să creadă.*

Capitolul V

ÎNCHEIERE

Cele discutate în capitolele precedente ne permit să facem, în încheiere, unele observații cu caracter mai general.

1°. Conceptele, definițiile, regulile și teoremele calculului propozițional simplu (= ne-modal) se dovedesc a fi utilizabile în descrierea semantică a frazei în următoarele condiții :

(a) Dacă avem în vedere numai fraze ai căror constituenți sînt propoziții asertive simple (cf. II § 2)

(b) Dacă aceste propoziții sînt *dezambiguizate* atît la nivelul lexical (= se consideră că avem a face cu n propoziții distincte, în cazul în care o propoziție conține *un* element lexical cu gradul de polisemie n ; în cazul în care o propoziție conține m elemente lexicale polisemantice, notînd gradul de polisemie a fiecăreia dintre ele prin $n_1, \ldots n_m$, vom spune că avem a face cu $n_1 \times \ldots \times n_m = k$ propoziții distincte), cît și la nivelul pe care îl vom numi „pragmatic" : adevărul unei propoziții depinde nu numai de „starea de lucruri" la care se referă această propoziție, ci și de o serie de factori ca : *locul* unde este enunțată, *timpul* cînd este enunțată, identitatea emitentului (eventual și a receptorului) etc. În măsura în care există posibilitatea de a lua în considerare acești parametri în stabilirea valorii de adevăr a propozițiilor, se poate considera că ambiguitatea pragmatică poate fi și ea eliminată (cf. II § 5).

(c) Dacă înseși conjuncțiile limbajului natural sînt dezambiguizate, astfel încît condițiile de adevăr fixate pentru acestea să se refere totdeauna la o conjuncție cu un singur sens (cel specificat prin regulă) (cf. II § 7 c, II § 8).

(d) Dacă ne propunem să descriem numai construcţiile limbajului natural din punct de vedere *strict semantic*, fără a lua în consideraţie şi regulile de „uzaj" ale limbajului natural (în conformitate cu care, anumite propoziţii se pot coordona copulativ şi/sau disjunctiv şi altele nu, unele propoziţii pot figura într-o frază condiţională, altele nu etc.) (cf. II § **7**, explicaţiile de sub **7—2**).

2⁰. Conceptele, definiţiile şi regulile din semantica logicii propoziţiilor se dovedesc a fi *insuficiente* dacă ne propunem să luăm în consideraţie relaţiile semantice stabilite la nivelul frazei. Aceasta deoarece :

(a) există conjuncţii care nu au un corespondent direct în clasa conectorilor din logica propoziţiilor;

(b) multe dintre aceste conjuncţii au un sens în care este implicată o „idee modală"; or, această idee modală nu poate fi captată de definiţiile, regulile şi teoremele valabile pentru logica propoziţiilor (cf. III § **8** şi IV § **4**).

3⁰. Un sistem mai complex de concepte, definiţii, reguli şi teoreme, care se dovedeşte a fi utilizabil pentru 2⁰ (a), (b) este cel legat de modelele semantice asociate logicii modale alethice şi ne-alethice. E vorba de sistemele modale alethice *T*, *S4*, *S5*, descrise în cap. III şi de sistemele nealethice (doxastice : *DT*, *DS4* şi/sau deontice : *DET* şi *DES4*) descrise în cap. IV.

4⁰ Conceptele, definiţiile, regulile şi teoremele valabile pentru aceste limbaje modale sînt valabile şi pentru semantica frazei, în următoarele condiţii :

(a) Dacă toate condiţiile de sub 1⁰ sînt respectate.

(b) Dacă „cuvintele modale" şi „conjuncţiile modale" considerate sînt dezambiguizate, în aşa fel încît condiţiile de adevăr fixate pentru acestea să se refere la cuvinte modale şi conjuncţii cu un singur sens, anume cel definit prin regulă.

5⁰. Există cuvinte şi expresii modale ca *se pare*, *a se aştepta să*, a căror semnificaţie nu poate fi descrisă în termenii modelelor semantice descrise în cap. III şi IV. Este deci necesară construirea unor modele semantice diferite pînă la un punct de cele descrise în cap. III, IV (şi care sînt mai bine cunoscute şi studiate), în cazul în care vrem să luăm în consideraţie şi construcţiile din care fac parte cuvintele din această categorie (cf. IV § 4).

6°. În sfîrşit, există în semantica frazei un număr de relaţii de subordonare care nu presupun tratarea propoziţiilor ca blocuri semantice neanalizate (ca în logica modală sau nemodală a propoziţiilor), ci o analiză explicită a lor în constituenţi : este vorba de propoziţiile relative atributive, de unele categorii de circumstanţiale etc.

Evident că modelele semantice de care ne-am ocupat nu pot pune la dispoziţie aparatul conceptual şi metodologic necesar celui interesat de aceste aspecte ale semanticii frazei. Pentru a aborda aceste aspecte este necesară referirea la sisteme logice mai complexe.

7°. Utilizarea unor modele semantice modale în definirea relaţiilor semantice care se stabilesc în interiorul frazei duce la o aproximare mai fină a acestor relaţii în raport cu aproximarea realizată prin modelul semantic al logicii propoziţiilor, dar ceea ce se obţine rămîne totuşi o *aproximare*, date fiind cele arătate sub 3°. O aproximare şi mai nuanţată decît aceasta se poate realiza oricînd, prin utilizarea altor modele semantice, eventual legate de limbaje logice mai complexe, sau prin utilizarea simultană şi corelată a mai multor modele semantice (dintre care unele pot fi şi cele de care ne-am ocupat în cap. III, IV). Să ne gîndim, de exemplu, la faptul că oricare din modelele descrise în cap. III, IV se poate combina nu cu un model semantic al logicii propoziţiilor, în care propoziţiile sînt tratate ca blocuri (semantice) neanalizate, ci cu un model semantic al *logicii predicatelor*, sau cu un model semantic al *logicii temporale* a propoziţiilor ş.a.m.d.

8°. Trebuie, în sfîrşit, să atragem atenţia asupra faptului că tratarea relaţiilor semantice (de la nivelul frazei) în termenii unor modele semantice logice nu reprezintă numai înlocuirea unor concepte mai puţin exacte (cum sînt cele care provin din interiorul lingvisticii) cu altele mai exacte (cum sînt cele provenite din logică). Această „înlocuire" are consecinţe mai largi; conceptele şi regulile introduse au şi un caracter operaţional : ele permit detectarea şi exprimarea unor *relaţii* între semnificaţiile diverselor tipuri de construcţii, relaţii care nu se pot nici detecta, nici exprima în termenii conceptelor lingvistice tradiţionale.

BIBLIOGRAFIE SELECTIVĂ

Această bibliografie cuprinde atît lucrări de logică şi/sau filozofia limbajului, cît şi lucrări de lingvistică propriu-zisă.

Pornind de la ideea că cititorii acestei cărţi sînt familiarizaţi cu problematica şi bibliografia *lingvistică*, ne-am limitat, în ce priveşte lucrările din a doua categorie, la a cita exclusiv titlurile la care ne-am referit explicit în textul acestui volum.

În ce priveşte lucrările din prima categorie, bibliografia cuprinde pe lîngă titlurile la care ne-am referit în text, şi un număr de titluri de lucrări pe care nu am avut ocazia de a le cita, dar care ne-au fost deosebit de utile, sau pe care le considerăm utile pentru cei interesaţi în aprofundarea unor anumite probleme discutate în această carte sau în cunoaşterea mai cuprinzătoare a sistemelor logice discutate.

Ackermann, 1970 = Robert J. Ackermann, *Modern Deductive Logic. An Introduction to Its Techniques and Significance.* New York, 1970 (Anchor Books).

Benveniste, 1966 = Emile Benveniste, *Problèmes de linguistique générale.* Paris, 1966 (Galimard).

Carnap, 1958 = Rudolf Carnap, *Introduction to Symbolic Logic and Its Applications.* New York, 1958 (Dover Publications, Inc.).

Carnap, 1959 = Rudolf Carnap, *The Logical Syntax of Language.* Paterson, New Jersey, 1959 (Little Field, Adams & Co.).

Carnap, 1960 = Rudolf Carnap, *Meaning and Necessity.* Chicago, 1960, Third Impression (University of Chicago Press).

DEX = Academia Republicii Socialiste România, Institutul de lingvistică, *Dicţionarul explicativ al limbii române*, Bucureşti, 1975 (Editura Academiei Republicii Socialiste România).

Dumitriu, 1971 = Anton Dumitriu, *Logica polivalentă.* Bucureşti, 1971 (Editura enciclopedică română).

Dumitriu, 1973 = Anton Dumitriu, *Teoria logicii.* Bucureşti, 1973 (Editura Academici Republicii Socialiste România).

Enescu, 1971 = Gheorghe Enescu, *Logica simbolică*. Bucureşti, 1971 (Editura ştiinţifică).

Follesdal & Hilpinen, 1971 = J. Follesdal & Risto Hilpinen, „Deontic Logic: *An Introduction*", în Hilpinen, 1971 : 1—35.

GLR I, II = *Gramatica limbii române*, vol. I, II. Bucureşti, 1966, Ediţia a II-a (Editura Academiei Republicii Socialiste România).

Graur, 1956 = Al. Graur, „Pentru o sintaxă a propoziţiilor principale", în *Studii de gramatică*, vol. I, Bucureşti, 1956, pp. 121—139.

Hilpinen, 1969 = Risto Hilpinen, „An Analysis of Relativized Modalities", în *Philosophical Logic*, edited by J. W. Davis, D. J. Hockney and W. K. Wilson, Dordrecht—Holland, 1969 (Reidel), pp. 181—193.

Hilpinen, 1971 = Risto Hilpinen (edt.), *Deontic Logic: Introductory and Systematic Readings*. Dordrecht—Holland, 1971 (Reidel).

Hintikka, 1969 = Jaakko Hintikka, *Knowledge and Belief. An Introduction to the Logic of the Two Notions*, Ithaca & London, 1969, fourth printing (Cornell University Press).

Hintikka, 1971 = Jaako Hintikka, „Some Main Problems of Deontic Logic", în Hilpinen, 1971 : 59—104.

Hughes & Cresswell, 1972 = G. E. Hughes & M. J. Cresswell, *An Introduction to Modal Logic*. London, 1972 (Methuen & Co. Ltd.).

Kalish & Montague, 1964 = Donald Kalish & Richard Montague, *Logic. Techniques of Formal Reasoning*. New York, Chicago, San Francisco, Atlanta, 1964 (Harcourt, Brace & World Inc.).

Lewis & Langford, 1959 = Clarence Irving Lewis & Cooper Harold Langford, *Symbolic Logic*. New York, 1959, second edition (Dover Publications).

Montague, 1972 = Richard Montague, „Pragmatics and Intensional Logic", in *Semantics of Natural Language*, edited by Donald Davidson and Gilbert Harman, Dordrecht—Holland, 1972 (Reidel), pp. 141—168.

Nagel, 1961 = Ernst Nagel, *The Structure of Science: Problems in the Logic of Scientific Explanation*, New York, Burlingame, 1961 (Harcourt, Brace & World Inc.).

Reichenbach, 1966 = Hans Reichenbach, *Elements of Symbolic Logic*. New York, 1966 (Free Press, Collier—Macmillan).

Resher & Urquhart, 1970 = Nicholas Resher & Alasdair Urquhart, *Temporal Logic*, 1970.

Swain, 1970 = Marshall Swain, „The Consistency of Rational Belief", în *Induction, Acceptance and Rational Belief*, edited by Marshall Swain, Dordrecht—Holland, 1970 (Reidel).

Tarski, 1952 = Alfred Tarski, „The Semantic Conception of Truth", în *Semantics and the Philosophy of Language*, edited by Leonard Linsky, Urbana, Chicago, London, 1952 (University of Illinois Press), pp. 13—47.

Vasiliu, 1973 = E. Vasiliu, „Inference and Modality in Natural Language", în *Wiener Linguistische Gazette* II, 1973.

Vasiliu, 1974 = E. Vasiliu, „Propoziţii negative şi 'atitudini epistemice'", în *Probleme de lingvistică generală*, VI, 1974, pp. 99—116.

Vasiliu, 1976 E. Vasiliu, „Sens şi cunoaştere", SCL XXVII, 1976, pp. 343—351.

von Wright, 1968 = Georg Henrik von Wright, *An Essay in Deontic Logic and the General Theory of Action*, Amsterdam, 1968 (North—Holland Publishing Company); în special cap. I: *Some Systems of Deontic Logic*, pp. 11—36.

von Wright, 1971 = Georg Henrik von Wright, „A New Systems of Deontic Logic", în Hilpinen, 1971 : 105—120.

Wittgenstein = Ludwig Wittgenstein, *Tractatus Logico-Philosophicus* (text paralel german-englez; traducere în engleză de D. F. Pears & B. F. Mc Guinness). London, New York (fourth impression) 1969 (Routledge & Kegan Paul).

---

* Indicele a fost alcătuit de Mihai Gaiță.

** În indice sînt redate cu litere majuscule termenii care denumesc concepte, iar cu caractere cursive, cuvintele și expresiile limbii române, ale căror proprietăți semantice sînt discutate în lucrare.

*** Perechile de cifre dintre paranteze indică, în toate cazurile pe parcursul acestui indice, numărul de ordine al teoremelor, lemelor, corolarelor sau al propozițiilor în care sînt introduse conceptele în discuție.

Redactor: Jana Balacciu
Tehnoredactor: Olimpiu Popa

Coli de tipar: 17,5 Tirajul: 2600 ex. Bun de tipar: 7.09 1978

I. P. Informația c. — 1549