

Е Л Е М Е Н Т Е

Д Е

М А Т Е М А Т И К Ъ,

Д Е

А Г А Г. А С А К І.

М Ъ Д У Л А Р А К А Д Е М І Е Й Д Е Р О М А.

П А Р Т Ъ ІІ. А Л Г Е Б Р А.



Е Ш І Ї.

Д Типографія Алвиней.

1837.

В О К А Б Ъ Л А Р.

А к ъ в и н т е л о р т е х н и ч е л и т р е ъ ъ -
и н ц а т е л и а ч ѣ с т з к а р т е .

А к с і о м з , П р о п ѡ н е р е а т ѡ т д е в е д е р а т з
л и к ѡ т н ѡ а р е л и п с z д е a ф и д о в е д и т z .

А л т е р н а т и в . К ѡ н ц ѡ н ѡ л к ѡ н ц а л т ѡ л .

А р а н ж а м е н т , П о т р и в и р ѣ с ѣ ѡ а л к z т ѡ и р ѣ .

А ф е к т а т , л и с z м и а т к ѡ о а р е ч е .

В а л о р е , а ч е л ч е п р е ц ѡ ѡ ѡ с ѣ ѡ т р а ѡ е .

В е р т и к а л , л и н і е д р е п т д и н с ѡ с л и ц о s .

В и ц е в е р с а , д е ѡ м ѡ s п ѡ з р ѡ ѡ .

В о л ѡ м е н , л и т и н д е р ѣ ч е к ѡ п р и н д е ѡ н т р ѡ п .

Д е д ѡ ч е , a a d ѡ ч е д и n a l t a .

д е м о н с т р а ц і е , д о в a d z .

Д е р a з z , A s z t r a ѡ e .

Д е т е р м и n a t , х o т z p i t .

Д и ф и n и ц і a , д е с к р і е р ѣ ч е e s t e ѡ n l ѡ k r ѡ .

д и ф е р е n ц і a , д e s s z ѡ i r ѣ .

Е к в a л , л и t o k m a .

Е к в и в a л e n t , ч e a p e т o t a ч e л п р e c k a
ѡ n a l t ѡ .

Е к с a k t , k ѣ r l t o k m a .

Е к с п o n e n t , и ѡ м z p п e d ѣ s ѡ p a л и t e p и л o r
л и s z m i a t o r д e г р a d ѡ л п ѡ т e p і ѡ .

Е к с п р и m a , p o c t и п р и n o a r e ч e .

Е к с т р e m ѡ , a ч e л д e л a k a n z t .

- ИмаџинариѸ, ЛикипѸит.
Индика, Лнсзмна.
ИнкоменсѸравила, че нѸ сѸ поате мѸсѸра.
ИпотезѸ, пропѸнерѸ че сѸ га деодатѸ де адевѸр.
Ираѳионал, кѸтѸме че нѸ сѸ поате ростѸ
прин нѸмере ЛнтрѸѳиѸничѸ прин ФракѳиѸй.
КалкѸлаѸ, СокотѸлаѸ.
Коеѳиѳиент, нѸмѸр афлѸторѸ ЛнантѸ
Лнтернлор.
КомбинаѳиѸе, ЛмѸннарѸ а доѸж сѸѸ маѸ
мѸлте лѸкрѸрѸй.
КомпараѳиѸе, алѸтѸраре ЛнтрѸ доѸж лѸкрѸрѸй.
КомпѸрѸѸѸ, алѸтѸрѸѸѸ Ѹна кѸ алѸа.
КомѸн, пентрѸ ѸнѸ ши алѸа.
КонсекѸтив, че ѸрмѸѸѸ ЛдатѸ.
КонтрариѸ, Днн протѸвѸ.
Кореспондент, КарѸ сѸ потрѸвѸѸе.
ЛѸнгот, вѸкатѸ де метал.
Моном, кѸтѸме кѸ Ѹн термѸн.
МѸлтиплаѸ, Ѹн нѸмѸр че кѸпрѸнде пе алѸ-
тѸл Ѹн нѸмѸр де орѸн.
НегатѸв, карѸ нѸ есте.
ОпѸс, ЛмпротѸвѸит.
ОрѸдина, орѸндѸн.
ПозѸтив, кѸрѸ есте Лн флѸптѸ.
Полином, кѸтѸме кѸ маѸ мѸлте термѸне.
ПречедѸѸѸ, че сѸ афлѸ ЛнантѸ алѸа.
ПродѸче, а наѸѸе.

- Радикала, семн де рздзчинз.
Реал, лн фінцз.
Регулез, аfache регулат.
Резола, аfache резолюцій, дезлегаре.
Режонемент, цѣдекатз.
Рекапитула, пофтори дин лнчепѣт.
Релативз, че сз атѣриз де алѣ.
Репродуче, анаще дин ноѣ.
Речипрок, дин ѡмбе пзрцѣ.
Сигнификаціе, ѡн лцзлес.
Символе, семн прии каре сз лцзлесг май
мѣлте лѣкрѣрѣ.
Скприма, адесfache.
Термин, хотар.
Трактѣзз, лмвцз.
Дн детаїл, кѣ амѣрѣнтѣл.
Дн клѣзив, лмпреѣицз кѣ.



ТАБЛА МАТЕРІІЛОР.

	<u>Фаца-</u>
Днанте кѣвѣнт.	
Днтродучере л Алцебрз.	1.
Де Адиціе.	9.
Де Сѣвтрацере.	10.
Де Димѣцире.	14.
Де лнмѣлцірѣ кѣтімилор інкомплексе. .	17.

	Флца.
Де лнмѡлцирѣ кѡтимілолр комплексе.	22.
Де Лмпзрцирѣ	25.
Де Лмпзрцирѣ кѡтимілолр інкомплексе.	27.
Де Лмпзрцирѣ кѡтимилор комплексе.	31.
А лфла пе тоцй Лмпзрцирѣ ексакцй а ѡ- ней кѡтимй Алѡсвраиче.	42.
Деспре пѡтерй ши рздзчинй.	45.
Регѡла лнтзй.	49.
Регѡла коефициентилор.	51.
Екстраѡерѣ рздзчинилор де кѡтимй літерале.	55.
Демонстрація.	58.
Де фракцйй.	67.
Рздзчерѣ фракціилор ла тот ачел нѡмиторй.	69.
Рздзчерѣ ѡнѡй лнтрег Л фракцйй.	70.
Рздзчерѣ фракціилор ла лнтреѡй.	71.
Де Аднція фракціилор.	71.
Де Сѡѡтраѡерѣ фракціилор.	72.
Де лнмѡлцирѣ фракціилор.	73.
Де Лмпзрцирѣ фракціилор.	74.
Де лнформарѣ пѡтерилор де фракцйй.	77.
Де екстраѡерѣ рздзчинилор де фракцйй.	78.
Де калкѡлѡл радикалилор.	79.
Де калкѡлѡл пѡтерилор.	87.
Де Екѡацйй.	93.
Де Солѡція проѡ: екѡацйй градѡлѡй лнтзй.	99.
Де екѡація градѡлѡй ал допѡе.	115.



ДНАИНТЕ - КЪВЖНТ.

Алцебра сѣѣ Аритметика универсалъ , сѣ поате сокоти ка о лимъз , лн каре сѣ ростеск оарекаре періодае дате , че , дѣпъз регѣлиле де литере , лнтрѣ ачѣста ашахате , сѣ лѣгъз , ши апоѣ прин десцифрарѣ (дезлегарѣ) ре-зѣлтателор ачестей легзтѣрѣ , сѣ капътъз оарекаре хотърѣрѣ , каре , а ле доважди прин алт мижлок , ар фи грѣѣ ши ѣнеорѣ кѣр къ непѣтинцъз .

Ачѣ маѣ веке карте асѣпра Алцебрѣрѣ , че сѣ къноаще , есте а лѣѣ Діофантѣс де ла Алексан-дрѣа лн Египет , че аѣ трънт лн векѣл ала 4-ле дѣпъз Хс :

Алцебра поартъз ачест нѣме де ла лнтемен-торѣл ачестей цѣинце Цевр лмвзцатѣл А-равѣ , кариле лн а 9 сѣтъз дѣпъз Хс : тръла ла Севила лн Испанѣа .

Дар ачѣстъз цѣинцъз , каре прекѣл саѣ зис , саѣ лнтродѣс л Европа де Аравѣрѣ , саѣ лн-

тревѣицѣт, ши апоѣ саѣ прелѣкрѣт дѣ Италиѣиѣ
пе ла лѣчепѣтѣл векѣлѣѣ ол 15-ле.

Дѣпѣ ачѣста Дѣскарт лѣ Франциѣ, Еѣлер
лѣ Германіѣ ши маѣ алѣс мариле Нѣвтон лѣ
Англиѣ алѣ адѣс ачѣстѣ цѣиинцѣ ла дѣплинѣтѣ-
тѣ прѣн каре астиѣ га саѣ фѣкѣт кеѣ ачелор
маѣ лѣналте проблеме лѣ кѣпринѣлѣ Матема-
тичѣиѣ ши а Физичѣиѣ.

Дѣ лимѣѣ Ромѣнѣскѣ ам лѣчепѣт ачѣстѣ
цѣиинцѣ а парадоси лѣ Еѣиѣ лѣнтѣгѣорѣ ла анѣл
1815, га рѣкѣма пѣнтрѣ лѣчепѣторѣиѣ сѣ дѣ ла
лѣминѣ ачѣстѣ прѣскѣртѣре дѣ Алѣѣѣрѣ, орѣн-
дѣитѣ ла класѣрилѣ дѣ ѣманіѣорѣ.

А. Г. Асѣки.

Еѣиѣ 20 Август 1837.

А Л Ц Е Б Р Ъ.

1. Алцебра есте о парте а Математичиѣ каре трактѣзз деспре мѣрме лн генерал, рогитѣ прин оарекаре симболе, семне сѣѣ характире а кзрора сигнификаціе сѣѣ валоре нѣ есте хотзритѣ.

2. Семнеле че сз лнтревѣнцызз лн Алцебрз сжнт лнтере Алфавитѣлѣнѣ.

Цифрилѣ нѣ сар пѣтѣ лнтревѣнца лнтрѣ ачѣста пентрѣ кз сигнификаціа лор есте дегтерминатѣ лн атжрнарѣ нѣмѣрѣлѣнѣ, де ши т нѣ хотзрзще специа (Фелѣл) мѣримилор пре каре ле лнсзминѣзз.

3. Фолосѣл Алцебриѣн есте а фаче прин т операциѣн атжт асѣпра кзтимилор некѣноскѣте прекѣм ши асѣпра челор кѣноскѣте.

4. Ачеле лнтѣнѣ лнтере а Алфавитѣлѣнѣ лнсзминѣзз кѣтимѣн кѣноскѣте, прекѣм a, b, c, d, e ; тѣр челе дѣпѣрмѣз прекѣм r, s, t, v, x, e лнсзминѣзз кѣтимѣн некѣноскѣте.

5. Кѣтимилѣ некѣноскѣте сжнт ачеле каре

сз кавтз. Де ексемплав; дѣкз сар лнтреба каре есте нѣмзрѣл че, лмпзрцит прин 6, ба да 24 ла кжторѣ? атѣиче кжтимѣ некѣноскутз есте ачѣ кжѣтатз; ши лн ексемплав пропѣс сз поате лнсзмна 6 прин а, 24 прин б, шр нѣмзрѣл кжѣтат прин х; атѣиче операція сз лнсзмиѣзз лн ачест фелѣ:

$x: a, \text{ сѣѣ } \frac{x}{a} = b,$ нѣмзрѣл кжѣтат есте 144, продѣктѣл де $a \times b = x$ лмпзрцитѣл, ши $x = 144.$

Н о т а . Днчепжторѣ сз афлз адесеорѣ лн нсдѣмернре деспре сигнификація характриѣрилор а, б, с, d, &, пентрѣ кж ачесте лнтере нѣ лмфзцошазз ла минте нич ѣн обіект жотзрит . Днсз сз кѣвине а ци кж кѣр де ачел пентрѣ кж нѣ лнсзмиѣзз де сине нимикз, сз пот лнтреѣвинца де а експрима орѣ че фелѣ де мзрине, де лнтиндере, де нѣмере, де нѣцалз, & .

6. Дн Алцебрз сз фак кѣ лнтере тот ачеле операціѣ че ши лн Аритметикз кѣ нѣмере; адекз: Адѣнарѣ, Сѣвтраѣерѣ, Днмѣлцирѣ ши Дмпзрцирѣ .

7. Маѣ наинте де а трактариси деспре ачесте десеѣнте операціѣ, ноѣ вом фаче кѣ-

носкѣте семнелс ши терминиле че сѣ лнтре-
вѣицазѣ ли Алцебрѣ.

Семнѣл + лнсѣмнѣзѣ п л ъ с сѣѣ а д і ц і а ;
— лнсѣмнѣзѣ м н н ъ с маѣ пѣциш, сѣѣ с ѣ в-
т р а ц е р ѣ, X лнсѣмнѣзѣ лнмѣлицит прин, сѣѣ
л н м ѣ л ц и р ѣ, тѣр лнпѣрцирѣ сѣ лнсѣмнѣзѣ
прин доѣж пѣикте : сѣѣ $\frac{a}{b}$, каре вра сѣ зикѣ а
лмпѣрцит прин b . Семнѣл = лнсѣмнѣзѣ е г а-
л н т а т е е к в а л (лнтокма) тѣр $>$ маѣ ма ре,
дѣкѣ кѣтимѣ сѣ афлѣ лнтре крачиле семнѣ-
лѣн; тѣр ли казѣл днш противѣ, маѣ мнѣ,
аша дар $a > b$ лнсѣмнѣзѣ кѣ а есте маѣ маре
декѣт b , сѣѣ b маѣ мнѣ декѣт a .

8. Кѣтимѣ алцебраиче сѣ нѣмеск лнтериле
алфѣвнтѣлѣн кѣ кариле сѣ оперѣзѣ. Ачесте
кѣтимѣ сѣнт снмпле, инкомплексе сѣѣ мо-
номе, атѣнче кѣнд еле нѣ сѣнт лнтре снше
ѣните прин семнеле + сѣѣ —; лнкѣт, + a ,
+ $5 a b$, — $7 c d$, сѣнт трѣн кѣтимѣ некомпле-
ксе. Кѣнд лнсѣ ачесте кѣтимѣ сѣнт ѣните ла
ѣнлок прин семнѣл + сѣѣ —, атѣнче сома лор
сѣ нѣмеще кѣтнме компѣсѣ, компле-
ксѣ сѣѣ полнномѣ. Прекѣм $a — b$
+ $c — d + f — g$ сѣнт кѣтимѣ комплексе
сѣѣ полнномѣ.

9. Да по л и н о м е, пзрциле диспзрци-те прин семниле +, —, сз нѳмеск термине; лнкѳт, лн кѳтимиле $ab -$, $cd + fg$, сз афлз трій термине.

10. Кѳтимиле каре сѳнт компѳсе нѳмай дин доѳж термине сз нѳмеск б и н о м е; ачеле дин трій, т р и н о м е; ши ачеле дин май мѳл-те, сз нѳмеск, п о л и н о м е.

11. Кѳтимиле сѳнт де доѳж фелѳрѳ: кѳ-тимѳ позитиве, ши кѳтимѳ негативе. Кѳ-тимиле позитиве сѳнт ачеле каре сѳнт прече-дѳите (аѳ лн интѳ лор) де семнѳл п л ѳ с, лр кѳтимѳ негативе сѳнт ачеле каре сѳнт прече-дѳите де семнѳл м и н ѳ с.

12. Кѳнд ла о кѳтиме комплексз, сз афлз дѳрѳндѳ май мѳлте термине негативе, атѳн-че сз кѳвине аѳѳна ачеле термине негативе, ши сома лор а о скз дѳ де ла сома терминилор позитиве. Де ексемплз: $15 - 9 - 3 = 3$; асемене, лн Алѳеврз $a + b - c - d = a - c + b - d$; лнсз пентрѳ ачѳста сз кѳ-вине ка терминиле негативе сз фие дѳрѳнд скрнсз кѳч нѳ ар ѳрма тот ачел резултат дѳкз рѳндѳгала семнилор ар фи скимбѳтз.

13. Кѳтимиле инкомплексе каре нѳ аѳ сем-

не сѣнт сокотите ка кѣм ар авѣ сѣмнѣл + ши сѣнт пѣрѣре позитиве. Дикѣт, *a b* есте тот ачел че ши + *a b*, & .

14. Кѣтимиле позитиве ши челе негативе сѣнт кѣтимѣ рееле (Лнфинцате), кѣч кѣтимиле негативе нѣ сѣнт негациа сѣѣ липса ачелор позитиве, че оарекаре мѣримѣ опѣсе ла ачеле че сѣ сокогеск а фи позитиве. Аша дѣр, дѣкѣ мишкарѣ пѣмѣнтѣлѣ спре рѣсѣрит есте позитивѣ, атѣнче мишкарѣ спре апѣс ар фи негативѣ . Асемене ши кѣтимѣ негативѣ, Лн алѣтѣраре кѣ мишкарѣ спре рѣсѣрит, нѣ есте дѣ а нѣ авѣ нич о мишкаре, че дѣ а о авѣ спре апѣс. Ши кѣтимѣ негативѣ Лн алѣтѣраре кѣ а оарекаре авере сѣнт даториле че ле аре чинева, гар нѣ а нѣ авѣ ничѣ о авере .

15. Атѣнче кѣнд сѣ компѣрѣѣз доѣм кѣтимѣ еквале, пѣинд ачест семн = Лнтре доѣм, ачел сѣ кѣмѣ е к в а ц и е .

16. Челе доѣм кѣтимѣ каре сѣ компѣрѣѣз сѣ нѣмеск мѣ д ѣ л а р ѣ а е к в а ц и ѣ .

17. Нѣмериле кариле пречедѣѣз пелитере сѣ нѣмеск к о е ф и ц и е н т е , прѣкѣм *5 a b* .

18. Нѣмериле че сѣ пѣн дѣсѣпра литернлор ши спре дѣрѣпта сѣ нѣмеск е к с п о н е н т е .

Кънд о кѣтима некомплексъ нѣ аре ниц кѣм ѱн експонент детерминаг. атѣнче н сѣ дѣ ѱнимѣ.

19. Коефициента лнсѣмнѣзѣ аднѣа сѣѣ рѣпетнѣа кѣтимаѣ прѣ лѣнгѣ каре сѣ афлѣ. Днѣкѣт, δa есте тот ачѣа че ши $a + a + a + a + a$.

20. Гар'експонента лнсѣмнѣзѣ лнмѣлѣурѣк. Аша дар a^5 есте тот ачѣа че ши $a \times a \times a$.

21. Кѣтимаѣ некомплексѣ сѣ нѣмеск асемѣзнате, атѣнче кънд еле кѣпрнѣд тот ачѣеле лнтере скрнсе де атѣте де орѣ лн фн ешкаре днн кѣтимаѣ. Днѣкѣт, $+3a$ ши $+2a$ сѣнт кѣтимаѣ асемѣзнате. $+5ab$ ши $-2ab$ сѣнт гарѣш кѣтимаѣ асемѣзнате. Аша дар, спре а фн доѣж кѣтимаѣ асемѣзнате, нѣ есте неѣое сѣ дѣѣе тот ачѣас семне шнч тот ачѣеле коефициентѣ; че сѣ кѣѣнне сѣ дѣѣе тот ачѣеле лнтере, ши ка ачѣеле лнтере сѣ фн е скрнсе тот де атѣте орѣ лн ѱна кѣт ши лн алѣѣ кѣтимаѣ. Аша дар aab ши ab нѣ сѣнт кѣтимаѣ асемѣзнате, пенѣтрѣ кѣ лнтера a сѣ афлѣ скрнсѣ лн о кѣтимаѣ маѣ мѣлт дѣкѣт лн алѣа.

Тоате ачѣестѣ сѣ лнцѣлѣг дѣ кѣтимаѣ комплексе.

22. Кънд о кѣтме арے май мѣлте тер-
 мине асѣмзнате, атѣнче еле сѣ адѣнѣ лн ѣн син-
 гѣр термин, каре ачѣста сѣ нѣмѣше а рѣдѣче
 кѣтимѣ асѣмзнате ла а лорѣ че май симпѣз экс-
 прѣсие. Ачѣстѣ рѣдѣкѣе сѣ фаче лн доѣж
 фелѣрѣ: сѣѣ адѣнѣнд не коѣфициѣтѣ лнтрѣ
 сине, сѣѣ скѣзѣинѣдѣн ѣнѣл де ла алѣл, дѣпѣз
 кѣм амѣндѣѣж аѣ семне поѣитѣе сѣѣ негати-
 ве, сѣѣ дѣпѣз кѣм ѣнѣл днн термине есте по-
 ѣитѣе лр алѣл негатиѣе; дѣчѣн; дѣкѣз коѣфици-
 ентѣ лѣ семнѣл +, атѣнчѣ ла сома сѣ ва пѣ-
 не семнѣл п л ѣ с. Дѣкѣз коѣфициѣтѣл не ка-
 риле жѣ скѣдем арے семнѣл м и н ѣ с, атѣнче
 сѣ пѣне лрѣш + пѣлс, ла лнтрѣмпларе кънд
 коѣфициѣтѣл де ла каре сѣ скаде, фѣннд май
 ларе, ар аѣе семнѣл +. Днсѣ ла сомѣ сѣ ва
 пѣне семнѣл — м и н ѣ с, атѣнче кънд кѣтимѣѣ
 скѣзѣѣтѣ асемене лр аѣѣ семнѣл м и н ѣ с. А-
 ша дѣр, кѣтимѣѣ $3 a b b + 5 a b b = 8 a b b$,
 прѣкѣм ши — $5 a b b + 15 a b b = 10 a b b$,
 — $12 a b b + 7 a b b = - 5 a b b$, — $3 a b b$
 + $3 a b b = 0$.

23. Дѣр дѣкѣз терминиле асѣмзнате аѣ де-
 осѣенте семне, атѣнче сѣ кѣѣнне скѣдѣ не ачѣл
 май мѣк коѣфициѣнт де ла ачѣл май ларе ши

рзмзшица а о скріе кѣ семнѣа ачелѣи май ма-
ре коефіціент . Де Ексемпль : Пен-
трѣ де а фаче рздѣчерѣ кѣтимій — $3ab +$
 $5ab + 7aa$ а кзріа челе лнтзѣ доѣж термине
сѣнт асзмзнате, сз кѣвине а сѣвтраце 3 де ла
5, ши а скріе 2 кѣ семнѣа + .

Асеминне спре а фаче редѣчерѣ кѣтимей
 $3cx - 7xx + 5xx$ а кзріа челе доѣж дѣне-
ѣрмз термине сѣнт асзмзнате, сз кѣвине
сѣвтраце 5 де ла 7, ши рзмзшица 2 а о скріе
кѣ семнѣа — .

24. Дѣрз ачѣстз пилдз ши лн ѣрмарѣ челор
пзнз акѣма зисе май сѣс, се веде кѣ, дѣкз кѣ-
тимиле асзмзнате аѣ дѣосебнѣе семне дар тот
ачеле коефіціенте, ачесте термине се нимическ
лнтре сине. Днкѣт, $6cx - 7cx + 7cx =$
 $6cx$.

Дѣкз сар скріе нѣмере лн лок де лнтере че
ле репрезентѣхз, атѣнче двѣнд еле о ѣннме ко-
мѣнз де асемине сар рздѣче. Днкѣт, $4 + 7 - 3$
сз фаче + 8 .., $3 - 6 - 8 + 11$ сз фаче 0.

Нот а. Пентрѣ де а кѣноаце май ѣшор тер-
минеле асзмзнате, бине есте а скріе лнтериле
дѣрз а лор рждѣгалз алфавитикз, май алес кѣнд
терминиле сз алкзтѣеск дин май мѣлте лнтере.

Д Е А Д І Ц І Е .

25. Адиція есте о операціе прин каре сз кавтз сома а май мълтор кѣтимй а тот ачеѣ специѣ.

Спре а сз пѣтѣ адзѣци ла ѣн лок кѣтимй алцебранче, сз кѣвине а ле скріе аша прекѣм еле сѣнт, фѣрѣ а скимба семниле каре ле пропшеск: де екземплѣ, воннд а адзѣци $+ b$ кѣ а, сар кѣвени скріе $a + b$; дар, воннд адзѣци $- b$ кѣ а, сар кѣвени скріе $a - b$. Спре а адзѣци $c - d$ кѣ $a + b$, сз ва скріе $a + b + c - d$; асемине, спре а адзѣци $- 3 a a b + 2 a d$, кѣ $6 a a b - 9 a d + 3 c d f$, сз ва скріе $6 a a b - 9 a d + 3 c d f - 3 a a b + 2 a d$.

26. Дѣкѣ, дѣпз адиціе, сѣнт оарекаре кѣтимй асѣмзнате, прекѣм лн казѣл треѣт, атѣнч ели сз фаче рздѣчерѣ прин сѣбтраѣере лн кипѣл ѣрмѣтор:

$$\begin{array}{r}
 6 a a b - 9 a d + 3 c d f \\
 - 3 a a b + 2 a d \\
 \hline
 + 3 a a b - 7 a d + 3 c d f
 \end{array}$$

Ачѣстѣ рздѣчере се фаче л практикѣ тот де одатѣ кѣ адиція.

Операція ачѣста нѣ аре невое де демонстра-

це, адекъ де довежѣ, кѣнѣ бедерат есте кѣ сома де a ши де b есте $a + b$, ши кѣ сома де a минѣс b есте $a - b$.

Е к с е м п л ѡ .

$$\text{Кѣтимѣ де адѣуѣим} \left\{ \begin{array}{l} 4a^2c - bd + 4a^4r \\ 6bd - 2a^2c \\ -4a^4r + 3ab. \end{array} \right.$$

Сома, $4a^2c - bd + 4a^4r + 6bd - 2a^2c - 4a^4r + 3ab$.
каре сома сѣ рѣдѣче ла $2a^2c + 5bd + 3ab$.

Д и с ѣ м н а р е . О кѣтиме нѣ сѣ мѣреѣе тот дѣѣна кѣнд и сѣ адѣѣче о алтѣ; кѣнѣ дѣкѣ кѣтрѣ ab , сѣ адѣѣче $-a$, сома $ab - a$ да фи маѣ микѣ декѣт $a b$.

27. Дидеобѣе, а адѣѣѣи кѣтрѣ о кѣтиме о алтѣ кѣтиме де специѣ деосевитѣ, есте тот ачѣа че ши а о рѣмпѣѣѣна кѣр рн а еѣ специѣ; тар аѣ адѣѣѣи пе ачѣа де специѣ еѣ, есте а о мѣри.

Д Е С Ѣ Б Т Р А Ц Е Р Е .

28. Сѣѣтраѣерѣ есте о оперѣѣе прин каре сѣ скаде о мѣриѣе де ла о алтѣ; рѣзѣлтатѣл ачѣестѣѣ оперѣѣѣ сѣ нѣмѣе рѣ м ѣ ш и ц а , д и ф е р е н ц и а (деосѣѣѣрѣ) п р и с о с ѣ л .

29. Спре а сѣѣтраѣе о кѣтиме алѣѣѣрѣѣкѣ де

ла о алтѣ, сѣ кѣвине а скимба семниле кѣтимей
 де ла каре аре а сѣ сѣтраѣе, ши а лѣса ачеле
 а кѣтимей де ла каре вонм а о сѣтраѣе.

Е к с е м п л ѣ.

Пентрѣ де а сѣтраѣе b де ла a , сѣ кѣви-
 не скрие $a - b$; дар пентрѣ де а сѣтраѣе —
 b де ла a , сѣ кѣвине скрие $a + b$; пентрѣ де
 а сѣтраѣе $c - d$ де ла $a + b$ сѣ ва скрие $a + b$
 $- c + d$; пентрѣ де а сѣтраѣе — $5aa + 3ad$,
 де ла $7aab - 9ad + 5cd$, сѣ ва скрие, $7aab$
 $- 9ad + 5cd + 5aab - 3ad$.

30. Дѣкѣ, дѣпѣ о сѣтраѣере. сѣ афлѣ кѣтимей
 асѣмзнате ла рѣмѣшицѣ, атѣиче се кѣвине а фа-
 че рѣдѣчерѣ, ка ши аи адѣцие, аи кѣт, ла е-
 ксемпѣла де мѣй сѣс. $7aab - 9ad + 5cd +$
 $5aab - 3ad = 12aab - 12ad + 5cd$.

31. Спре а фѣче ацѣлегѣтор кѣвѣнтѣла дѣиче
 а сѣтраѣерѣ алѣебраикѣ сѣ кѣвине скимба семни-
 ле, нои вом лѣдѣи ексемпѣл аи цифре. Вонм а
 сѣтраѣе $8 - 3$ де ла 12 , сѣ кѣвине скрие 12
 $- 8 + 3$, кѣчѣй де сар скрие $12 - 8$ ведерат
 есте кѣм кѣ прѣ мѣлат сѣй сѣкѣзѣт де ла 12 , пен-
 трѣ кѣ нѣ есте скопос а сѣ сѣтраѣе 8 де ла
 12 , че нѣмай $8 - 3$, каре есте май пѣцин де-

кѣт 8. Дрепачета сѣ кѣвине адрѣци 3 каре пре мѣлт сѣ сѣвтрас пѣинд 12 минѣс 8, а-дикѣ, кѣ сѣ кѣвине скрїе аша 12 — 8 + 3 = 7; сѣѣ 8 — 3 = 5 сѣвтрас де ла 12 = 7; а-семїне сар доведи кѣмкѣ скѣзид $b - c$ де ла a , рѣмѣшица ар фи $a - b + c$.

32. Воинд а скѣдѣ нѣмаѣ о синѣрѣ кѣтїме негатївѣ, асемїне ведерат есте кѣ сѣ кѣвине скїм-ба семнїле де минѣс лѣ пѣѣс : де ексем-пѣѣ; воинд а сѣвтраѣе — c де ла b , сар скрїе $b + c$; кѣчїѣ, скѣзїнд о кѣтїме негатївѣ, сѣ а-дрѣѣе о алтѣ позїтивѣ. Де ексемпѣѣ, дрѣкѣ ѣн ом ар фи даторїѣ алтѣѣ кѣ о сѣтѣ лѣѣ, ши кѣ и сар ерта дрѣѣстѣ даторїе каре есте о кѣ-тїме негатївѣ, есте дрѣѣта преѣѣм ка кѣнд и сар дрѣ о сѣтѣ де лѣѣ.

33. Аша дрѣ, спре а сѣ фѣѣ сѣвтраѣерѣѣ, сѣ кѣвине скїмба семнїле кѣтїмеѣ ѣе дрѣ а сѣ сѣвтраѣе, дрѣкѣ, а скрїе семнѣѣ — лѣ локѣл семнѣѣѣ + , сар семнѣѣ + лѣ локѣл семнѣ-лѣѣ — . Пре лѣнѣгѣ дрѣѣсте нѣѣ ам взѣѣт дрѣ-кѣѣма кѣ спре а сѣвтраѣе $b - c$ де ла a , сѣ кѣвине скрїе $a - b + c$. Дрепачета, пентрѣ дрѣ а скѣде — c де ла a , сѣ кѣвине скрїе $a + c$; кѣчїѣ, дрѣѣѣгѣнд кѣтрѣ дрѣндрѣѣѣ кѣ-

тимъ a ши $-c$, тот ачѣ кѣтима b , рѣмшица ачелор доуж соме $a + b$ ши $b - c$ тревѣе сѣ фие тот ачета че ши ачелор доуж лнтѣмъ кѣтимъ a ши $-c$. Дар, скѣзид $b - c$ де ла $a + b$, рѣмшица есте $a + b - b + c$, сѣѣ $a + c$. Дечѣ, дѣкѣ сѣ скаде $-c$ де ла a , ши рѣмшица де асемине ва фи $a + c$.

Е к с е м п л е .

Де ла кѣтимъ $a b + c$ | де ла кѣтимъ $2xy - 2ax$
 а сѣ свѣтраѣе $a c - d$ | а сѣ свѣтраѣе $xy - 2ax$
 рѣмшица $ab + c - a c + d$ | рѣмшица xy .

34. Дѣкѣ кѣтимъ че оре a сѣ свѣтраѣе есте о фракѣе, атѣнче сѣ кѣвине а скимѣа нѣмаѣ семниле нѣмзрѣторѣлѣѣ еѣ, сѣѣ а нѣмиторѣлѣѣ: кѣч, прекѣм сѣ ва ве дѣ, дѣкѣ ѣниле ши алтиле сар скимѣа де одатѣ, атѣнче фракѣа ар рѣмшиѣ тот лн аче старе лн каре сѣѣ пропѣс.

Дечѣ пентрѣ де a свѣтраѣе $\frac{a^2 - x^2}{a - x}$ де ла b ,
 скрѣѣ $b - \frac{a^2 + x^2}{a - x}$, сѣѣ $b + \frac{a^2 - x^2}{-a + x}$.

35. Дикът прекъм адіція нъ адоце пъръре пв о кѣтиме, де асеминѣ съвтрацирѣ нъ о лнпѣцънѣхъ тот дѣна; кѣч — b скъзундѣсѣ де ла a , фаче $a + b > a$.



Д Е Д И М Ъ Д Ц И Р Ъ .

36. Димѣлцирѣ есте о операціе прин каре сѣ га о кѣтиме де атѣте орѣ кѣте ѡнимѣ сѣ афлѣ лн чезлантѣ. Ачѣ лнтѣн сѣ нѣмече Д м ѣ л ц и т о р ѣ , ал донае Д и м ѣ л ц и т ѣ , гѣ р резултатѣл ачестей операціѣ сѣ нѣмече П р о д ѣ к т ѣ .

Димѣлцѣтѣл есте кѣтимѣ че сѣ лнмѣлцѣще, гѣ р лнмѣлцѣторѣл есте ачѣа прин каре сѣ лнмѣлцѣще.

Ачѣстѣ дефиниціе сѣ кѣвинне лнмѣлцѣрѣнѣ адоцебранче атѣт кѣт ши ачѣн кѣ нѣмѣре. Д и к ѣ т a лнмѣлци a прин b , есте тот ачѣа че a ла a де атѣте орѣ кѣте есте лнсѣмнатѣ прин b .

37. Продуктѹл дин доѡж кѡтимѡ аѡцебраиче сѡ лисамнѡ пѡинѡ ѡна алѡтѡре кѡ алѡта. Дѡнкѡт ab лисѡлнѡѡзѡ продуктѹл дѡ a прин b ; aa , продуктѹл дѡ a прин a . Асемене сѡ нѡмеск лнмѡлцнѡтѹл шн лнмѡлцнѡторѹл рѡдѡзчннлѡ продуктѹлѡѡ. Дѡнкѡт, a шн b сѡнт рѡдѡзчннлѡ продуктѹлѡѡ ab , кѡнд алѡнѡдоѡж рѡдѡзчннѡ сѡнт еквалѡ, атѡнче блѡ сѡ нѡмеск Рѡдѡзчннѡ кѡ в а д р а т ѡ. Аша дѡр кѡтимѡ a есте рѡдѡзчннѡ кѡ в а д р а т ѡ а продуктѹлѡѡ aa сѡѡ $a \times a$.

38. Дн алѡцебрѡ сѡ лисамнѡ доѡж фѡелѡбрѡ дѡ лнмѡлцѡрѡ: адекѡ дѡ нѡмерѡ ннкомплексѡ шн дѡ нѡмерѡ комплексѡ (Арнѡм: § 5). Мѡѡ нѡнѡте дѡ а лѡ експлнѡкѡ, сѡ кѡвннѡ а цнн кѡ продуктѹл дѡ abc есте тот ачѡла, орѡ кѡм сѡр пѡзш рѡнѡдѡл лнмѡлцѡрѡѡ, адекѡ кѡ продуктѹлѡѡ abc , acb , bac , bca , cab , cba , сѡнт еквалѡ. Тот ачѡста есте пѡнѡтрѡ тоѡте продуктѹлѡѡ шн тоѡте кѡтимѡ. Доѡж кѡтимѡ пот а лѡа доѡж арѡнѡжѡментѡ; 3 кѡтимѡ, 2 орѡ 3, сѡѡ 6 арѡнѡжѡментѡ; пѡнѡтрѡ кѡтимѡ, 4 орѡ 6 сѡѡ 24 арѡнѡжѡментѡ, шн аша мѡѡ дѡ парѡте.

39. Продуктѹл дѡ 5 прин 4 есте тот ачѡла чѡ шн дѡ 4 прин 5. Тот асемене ѡрѡмѡѡзѡ

ши лн Алцербз: а лнмѡлци а прин б сѣѣ пе б прин а, продуктѡл есте тот а б, сѣѣ б а, &.

Продуктѡрилл че сз наск дин лнмѡлцѡрѣ тот ачелор кѡтимѣ сѡнт еквалл, орѣ дѡпѡ каре рѡнд сар лнмѡлци ачесте кѡтимѣ.

Демонстрація сѣѣ довада.

40. Ведерат есте кз тоате продуктѡрилл ачелор триѣ кѡтимѣ а б с сѡнт еквалл, кзч дѣкз, лнтре ачеле шасз продуктѡрѣ каре пот ѡрма дин лнмѡлцѡрѣ ачелор триѣ кѡтимѣ а б с, сар лѡа доѡж а б с, сѣѣ а ѡ б, ѡнде лнтера а есте ачѣ лнтѡѣ, сз веде кз ачесте доѡж продуктѡрѣ сѡнт еквалл, пентрѡ кз ачесте доѡж продуктѣ с б ши б с сѡнт еквалл, прекѡм маѣ сѡс ам зис, дин каре ѡрмѣзз кз лнмѡлцѡнд а прин б с, сѣѣ прин с б, продуктѡл ва фи пѡрѡре тот ачела. Асемене ѡрмѣзз ши пентрѡ лнтера б, дѣкз га сз ва ашеза ла лнчепѡт, ши пентрѡ лнтера с; лнкѡт ачеле шасз продуктѡрѣ, че сз пот лнформа дин триѣ кѡтимѣ а б с, сѡнт еквалл. Асемене ѡрмѣзз пентрѡ тоате комбинаціиле де лнтере, ор каре ар фи рѡндѡл лн каре сар пѡне.

Де лнмѡлцирѣ нѡмерилоѡ инкомплексѡ.

41. Да лнмѡлцирѣ алцебранкѡ аѣ асѡ пѡзи
триѡ рѡсѡле: ачѣ лнцѡѡ естѣ пентрѡ семне
каре пропѡшеск не кѡтимнаѡ; а доѡа, пентрѡ
цифрѡле коефициентѡ, тар а триа пентрѡ лнтер
илѡ че лнфѡцошаѡѡ не кѡтимѡ.

Регѡла лнцѡѡ. Даѡѡ лнмѡлцирѡѡ ши
лнмѡлцирѡѡ аѣ семне асѡмѡнате, атѡѡче
продѡктѡа тревѡе сѡ лнѡѡ семнѡа п л ѡ с, тар
кѡнд семнѡле сѡнт деосѡѡѡте, атѡѡче продѡкт
ѡа ба аѡѣ семнѡа м н н ѡ с.

Де ексѡмплѡ: $+ a$ лнмѡлцирѡѡ прин $+ b$ фачѡ
 $+ ab$. — a лнмѡлцирѡѡ прин $- b$ фачѡ $+ ab$ тарѡ
 $+ a$ лнмѡлцирѡѡ прин $- b$ фачѡ $- ab$.

Регѡла а доѡа. Коефициентѡле сѡ лн
мѡлцеск ка ши тоате челѡланте нѡмерѡ, лн
сѡ сѡ кѡѡѡне ши адѡѡче аѡнѡѡте кѡ, дѣкѡѡ о лн
терѡ нѡ арѡ ѡн коефициент лнѡѡмнат, сѡ каѡе
ал соѡоти де ѡнѡме.

Де ексѡмплѡ.

$$+ 3a \times + 2b = 6ab \text{ — } 4a \times + b = -4ab \\ = 5ab^2 c.$$

Регула а триа. Пентрѹ де а лнзмна кз доѹм сѣѹ маѹ мѹлте кѹтимѹ литерале сѹнт лнмѹлците ѹнле прнн алтале, сѹ скрїѹ ѹнле ѹѹпз алтеле, фѹрѹ семн, сѣѹ лнтрс ачеле доѹм литере се скрїе семнѹл \times . Лнкѹт, продѹктѹла де а прнн b есте $a b$ сѣѹ $a \times b$; ачел де $ab \times cd$ есте $abcd$ сѣѹ $ab \times cd$, &.

42. Кѹнд о литерз сѹ афлз де маѹ мѹлтеорѹ скрнсз лн ѹн продѹкт $aaa b$, атѹнче лн лок де а скрїе литера a де трїѹ орѹ, сѹ полте скрїе нѹмаѹ о сннгѹрѹ датз, скрїнѹд дѣсѹпра спре дрѣпта о цифрз че лнзмнѣѹз де кѹтеорѹ ачѣ литерз аре сѹ се скрїе, сѣѹ сѹ се лнмѹлцаскз прнн лнѹш m , ачѣстз цифрз сѹ нѹмече експонент, лнкѹт, лн ексемпѹл трекут, лн лок де а скрїе $aaa b$, сѹ ва скрїе $a^3 b$ че аре тот ачел валоре. Аша дар, $a^4 = a a a a$, асемене $a^2, b^2, c^3 = a a, b b, c c c$.

43. Кѹнд воим а аѹѣ ѹн експонент генералнн, атѹнче ел сѹ експрнмѣѹз прнн о литерз; ексемпѹл: a^n, b^r , &. Ачел n лнзмнѣѹз пѹтерѣ кѹтнмеѹ a , r пѹтерѣ кѹтнмеѹ b .

44. Кѹнд о литерз есте скрнсз нѹмаѹ о сннгѹрѹ датз, шн кз m нѹ аре ѹн експонент лнзм-

нат, а тѹнче ҃ннмѣ есте а еѣ експонент; де екземпль: $a = a^1$, $b c^2 = b^1 c^2$.

45. Сѣ кѹвине деосъбен пе коефициѣнтѹла де експонентѹла ҃ннѣй литере: де екземпль: 3 а, есте кѹ тотѹла алта декѹт a^3 . Спре а пѣтрѹнде вине, сѣ сокотим кѹ а лнсмѣѣхъ 4, а тѹнче 3а ва експрима де 3 орѣ 4, а декѹ 12, лн лок кѹнд a^3 сѣѣ а а а ва фи еквал кѹ 64, кѹчѣ $a \times a = 16$. Аша дар маѣ лнмѹлцѹнд л-кѹ а а сѣѣ 16 прин а сѣѣ 4, вом авѣ 64, каре есте ҃н продукт кѣр деосъбит де 3 а сѣѣ 12.

46. Кѹнд, ла лнмѹлциторѹла ши лнмѹлцитѹла сѣ афлз тот о литерѹ кѹ експоненте еквале сѣѣ инеквале, а тѹнче литерѹ ачѣста сѣ скрѣе о син-гѹрѹ датѹ пар експонентиле сѣ адѹнз; че сѣ атинѣе де коефициѣнте, еле сѣ лнмѹлцѹск.

І. Демонстраціе.

+ X + дѹ п л ѹ с. Лнмѹлциторѹла авѹнд семнѹла п л ѹ с, лнмѹлцирѣ сѣ фаче прин а-днціе; де алтѹ парте ши лнмѹлцитѹла аре семнѹла п л ѹ с; дрепт ачеа га есте окѹтѣме позитивѹ. Лнкѹт ачѣ кѹтѣме позитивѹ сѣ га

де май мѡлте орѣ, лнмѡлциндѡ п лѡс прин п лѡс.
Дечѣй продѡктѡл есте ѡн резултат де кѡ-
тимѣй позитиве; лнкѡт требѡѣ а фи пропзшит
де семнѡл п лѡс.

II. Доменстрацие.

+X — сѣѡ — X+ дѡ м н н ѡс; кѡч атѡт
лн ѡнѡл кѡм ши лн датѡл каѡ, фѣнна кѡ
лнмѡлцитѡл сѣѡ лнмѡлциторѡл аѡ семне
м н н ѡс, лнмѡлцирѣ сѡ фаче прин мнѡлочи-
рѣ сѡвтрацерѣй, пентрѡ кѡ о кѡтиме негативѡ
сѡ сѡвтраце де атѡте орѣ де кѡте орѣ есте
лнзмнатѡ прин о алтѡ кѡтиме позитивѡ.
Дечѣй продѡктѡл требѡѣ сѡ аѣѡ сѡмнѡл м н -
н ѡс.

III. Демонстрацие.

Лн ѡрмѡ, — X — дѡ п л ѡс, кѡч, лн ачест
каѡ, лнмѡлциторѡл авѡндѡ сѡмнѡл м н н ѡс,
ачест лнмѡлцитор есте сѡвтрас де ла лн-
мѡлцитѡл; лнкѡ ноѣ ам вѡзѡт кѡ сѡвтрацерѣ
сѡ фаче скнмѡжндѡсѡ семнеле. Дечѣй про-
дѡктѡл требѡѣ сѡ аѣѡ семнѡл п л ѡс.

Пентрѡ де а лнцѡлеѡ ачесте май вине,
сѡ кѡвине аш адѡче амните кѡ а лнмѡлци

минус прин минус, есте тот ачел че ши а свѣтраце яна сѣѣ маѣ мѣлте кѣтимѣ негативе. Дар, ведерат есте кѣ пентрѣ де а пѣтѣ свѣтраце кѣтимѣ негативе, сѣ кѣвине скимба сѣмнѣл де минус лн плус. Дрепт-ачел, продуктѣл тревѣѣ сѣ фие пропѣшит де семнѣл +.

Сѣ лѣкм, де ексемпѣлѣ, 4 мѣримѣ позитиве, ши сѣ ле лнмѣлцим прин + 3, ведерат есте кѣ продуктѣл ва фи о мѣриме позитивѣ ши пропѣшитѣ де семнѣл +. Прин ачѣста сѣ веде кѣ, фиинд + $a \times + b$ дѣ + ab , апоѣ неапѣрат + $a \times - b$ ва да $- ab$; кѣчѣѣ продуктѣл де + $a \times - b$ тревѣѣ сѣ анбе ѣн семн опозат (кѣр пе дос) де ачел де + $\times +$. Дечѣѣ, + $\times +$ дѣ +; дечѣѣ, + $\times -$ дѣ -.

Пе ачест темей, ши резонѣнд тот лн ачест кп, лесне сѣ подте лнцѣлѣе кѣ $- a$. $\times - b$ тревѣѣ дѣѣ ла продукт ѣн семн деосевит де + $a \times - b$. Дар, ам взѣѣт кѣ ачест дѣн ѣрмѣ продукт аре семнѣл минус. Дечѣѣ, $- \times -$ тревѣѣ сѣ анбе ла продукт семнѣл 4.

Лнмѡлцирѣ нѡмерилор комплексе.

47. Вонд а лнмѡлци о кѡтине комплексе прин о алтѡ кѡтине комплексе, тревѡн, пре-кѡм ла лнмѡлцирѣ аритметикѡ, а лмѡлци тоа-те терминеле лнмѡлцитѡлѡн прин фиешкаре термин а лмѡлциторѡлѡн, ши апоѡ а адѡна продуктѡриле партикѡларе, лнгрижиндѡсѡ де а фаче редѡкѡиѡде кѡтимилор че дѡ тот ачеле литере, прекѡм ам ѡис пентрѡ адѡиѡе.

I. Ексемпляр.

Дѣкѡ ам вон а лнмѡлци $a - 6b$ прин $2c - d$, сѡ кѡвине скрѡе:

$$\begin{array}{r}
 a - 6b \\
 2c - d \\
 \hline
 - ad + 6bd. \\
 2ac - 12bc \\
 \hline
 2ac - 12bc - ad + 6bd.
 \end{array}$$

Прекѡм сѡ веде, саѡ лнмѡлцит тот лнмѡл-цитѡл; 1^о $a - 6b$ прин $-d$, гѡрѡ продуктѡл есте $-ad + 6bd$; 2^о. прин $2c$, продуктѡл есте $2ac - 12bc$; лн ѡрмѡ, адѡнѡнд про-дѡктѡриле партикѡларе, сома есте $2ac - 12bc - ad + 6bd$.

Сар пѣтѣ фаче ачѣстѣ операціе лнчепѣндѣ
кѣ ачел лнтѣн термин а лнмѣлциторѣлѣнѣ, ши
атѣнче продѣктѣл ар фи тот ачела.

$$\begin{array}{r}
 \text{Лнкѣт, } a - 6b \\
 2c - d \\
 \hline
 2ac - 12bc \\
 - ad + 6bd \\
 \hline
 \underline{2ac - 12bc - ad + 6bd.}
 \end{array}$$

II. Е к с е м п л ѡ .

$$\begin{array}{r}
 a + b \\
 a - b \\
 \hline
 - ab - bb \text{ сѣѣ } b^2 \\
 + aa \text{ сѣѣ } a^2 + ab \\
 \hline
 + aa \text{ сѣѣ } + a^2 - bb \text{ сѣѣ } b^2 \\
 \text{сѣѣ } a^2 - b^2.
 \end{array}$$

Лн ачест ексемплѣ амѣндѣлѣ термине $+ ab$
ши $- ab$ сѣ лнмическ ѣнѣл пе алѣлѣ, фѣ-
кѣндѣлѣ рѣдѣкціе.

Пентрѣ практирнсирѣ лнчепѣторнлор лн

ачесте операций, вом да анче ликз ексем-
пале ырмзторре :

Е к с е м п л е .

Лимвалцинтвал - - - - - $a + b$

Лимвалцииторвал - - - - - $a - b$

I. **Продуктврй партниче** - $\left\{ \begin{array}{l} a^2 + ab \\ - ab - b^2 \end{array} \right.$

Продуктвал тотал - - $a^2 - b^2$.

Лимвалцинтвал $a^2 + 2ab + 2b^2$

Лимвалцииторвал $a^2 - 2ab + 2b^2$

II. **Продуктврй партниче** $\left\{ \begin{array}{l} a^4 + 2a^2b + 2a^2b^2 \\ - 2a^2b - 4a^2b^2 - 4ab^3 \\ + 2a^2b + 4ab^3 + 4b^4 \end{array} \right.$

Продуктвал тотал $a^4 + 4b^4$.

Лимвалцинтвал - - $4a + 2bc$

Лимвалцииторвал $4a + 2bc$

III. **Продуктврй партниче** $\left\{ \begin{array}{l} 16a^2 + 8abc \\ + 8abc + 4b^2c^2 \end{array} \right.$

Продуктвал тотал $16a^2 + 16abc + 4b^2c^2$.

48. Пентрз де а лимвалци ыр орйче по-

лином прин x и монои, дестѣл есте а скріе пе ачест монои лн фіешкїре термин а полиномѣ-лѣн. Лнѣжт $p q + r + 1 \times x$ сѣ фаче $p q x + r x + x$. Шї речїпрок, дѣкѣ тот о кѣтїме есте скрісѣ лн маї мѣлте термїне консекѣтїве, га фаче x и продѣкт кѣ толте челе че нѣ алкѣтѣск пе га лн ачслеш термїне. Лнѣжт $a^2 x^2 - b^2 x^2$ есте продѣктѣл де $a^2 - b^2 \times x^2 \dots x - b x + x^2 c$ есте продѣктѣл де $1 - b + x c \times x$.

49. Кѣнд фѣкѣторїн сѣнт л нѣмѣр лмпѣрекѣт, атѣнче семнѣл продѣктѣлѣн нѣ скїмѣѣ, скїмѣѣндѣсѣ де одѣтѣ тѣте семнїле карѣ лнтрѣз лн аї сѣн фѣкѣторїн; га р кѣнд ії сѣнт л нѣмѣр непѣрекѣт атѣнче семнѣл сѣ скїмѣѣ.

Лнїѣжт: $+ a \times + b$, сѣѣ $- a \times - b$ дѣѣ де о потрївѣ $+ ab$; лнсѣ $+ a \times + b c$ дѣѣ $+ a b c$, кѣнд $- a \times - b + - c$ дѣѣ $- a b c$.



ДЕСПРЕ ЛНПѢРЦІРЕ.

50. Лнпѣрцїрѣ есте о операцїе прин карѣ сѣ кѣѣтѣ де кѣте орїн о кѣтїме кѣпрїнде пе о алтѣ.

Е к с е м п л ѣ .

А лмпѣрцїн $\frac{a b}{a}$, есте тот ачел че а кѣѣта

де кѣте орѣ а есте кѣпринсз лн ab , адекз де b .

51. Ла лмпзрцире аѣ а сз лнсзмна триѣ лѣкрѣрѣ: Л м п з р ц и т ѣ л, Л м п з р ц и т о р ѣ л ши К ж т о р ѣ л. Лмпзрцитѣл есте кѣтимѣ каре сз лмпзрцеце; лмпзрциторѣл, а чеа прин каре сз лмпзрцеце; тар кѣторѣл, есте кѣтимѣ каре лнсзмнѣзз де кѣте орѣ лмпзрциторѣл есте кѣпринс л лмпзрцитѣл : лн казѣл пропѣе сз веде кѣмкз кѣторѣл есте b .

Спре а лнсзмна кѣмкз есте а сз лмпзрци о кѣтиме прин о алтз, сз скріе лн кипѣл ѣрмзтор: $\frac{ab}{a}$, адекз лмпзрцитѣл есте ашззат дѣсѣпра, тар лмпзрциторѣл . де десѣлт, де осзвиндѣсе прин о трзсзтѣрз, ши сз кѣвинтѣзз : ab лмпзрцит прин a . Сз скріе $\frac{ab}{a} = b$; асемене $\frac{1}{6}^8 = 3$. Лнкѣт триѣ есте кѣторѣл де $\frac{1}{6}^8$ пре кѣм b есте кѣторѣл де $\frac{ab}{a}$.

52. Сз кѣвинне лнсзмна кз лмпзрцирѣ ши лнмѣлцирѣ сѣнт операциѣ опѣе (лмпротивите ѣна алтѣа) . Лнмѣлцирѣ пѣне лѣкрѣрѣле ла лок лн каре еле сз афла лнанитѣ лмпзрциреѣ, лн кѣт, $\frac{ab}{a} = b$ ши $b \times a = ab$, де асемене $\frac{1}{6}^8 = 3$ ши $3 \times 6 = 18$.

Де лмпзрцирѣ кѣтимилор
некомплексе.

53. Есте де лнцзмнат ла лмпзрцире, де-
спре семне, коефициенте ши литере, тот а-
челе регѣле че ши пентрѣ лнмѣлцире.

а.) Дѣкз лмпзрцитѣла ши лмпзрциторѣла аѣ
семнѣла +, кѣторѣла тревѣн сѣ аѣбе семнѣла +;
дѣкз ѣнѣла днн доѣ аре семнѣла —, атѣнче кѣ-
торѣла ва авѣ семнѣла —, тар дѣкз амѣндоѣ аѣ
семнѣла —, атѣнче кѣторѣла ва авѣ семнѣла +.

Лнкѣт пентрѣ лмпзрцирѣ кѣтимилор мономе
сѣ стѣторннчеше ѣрмзтоаре регѣлз:

Адекз кѣторѣла семнелор асзмзнате есте
позитив, тар кѣторѣла семнелор деосебите есте
негатив. Лнкѣт:

$$\begin{array}{cccc} + & - & + & - \\ - & сѣѣ & - & = +; & - & сѣѣ & - & = - \\ + & - & - & & + & & & \end{array}$$

б.) Че сѣ атинѣе де коефициенте, операция
сѣ фаче кѣ еле ка л Аритметикз.

с.) Тар пентрѣ литериле, сѣ щерг ачеле че сѣнт
комѣне лмпзрцитѣлаѣн ши лмпзрциторѣлаѣн, дар
ла лмпзрцире експонентн сѣ скад ачел маѣн
мнк де ла ачел маѣн маре.

I. Ексемпляр.

$$\frac{+ 3 a^2 x}{+ 3 a} = a x .$$

II.

$$\frac{+ 12 a b^4}{- 4 a b} = - 3 b^3$$

III.

$$\frac{- 15 a d x}{+ 3 a x} = - 5 d .$$

IV.

$$\frac{- 32 a^3 b^4}{- 4 a^2 b^2} = 8 b^2 .$$

V.

$$\frac{+ 17 a b}{+ 5 b} = \frac{15 a b}{5 b} + \frac{2 a b}{5 b} = 3 a + \frac{2 a b}{5 b} .$$

Съ сокотим ли ачест дин ърмъ ексемпляръ къ $17 a b = 47$, ши къ $5 b = 15$, лмпзрцинд $\frac{47}{15} = 3 \frac{2}{15}$.

Аша дар кѣторѣа дѣ $\frac{17 a b}{5 b} = 3 a + \frac{2 a}{5 b}$.

Дѣкъ лмпзрцитѣа ши лмпзрцитѣорѣа ар фи тот ачѣ кѣтме , ачѣне кѣторѣа ар фи

УНИМЪ. ЛНКЪТ:

$$\frac{a}{a} = 1. \frac{a^2 b^5}{a^2 b^5} = 1. \frac{-a^5 2 b^4}{+a^5 2 b^4} = -1.$$

$$\frac{+a^5 b}{-a^5 b} = -1. \frac{-a^5 b^5}{-a^5 b^5} = +1.$$

Къвѣнтѣл есте кз кѣторѣл експримѣхъз де кѣте оѣ ѡмъзрцитѣрѣл сз кѣпринде лн ѡмъзрцитѣл ; дар фіешкаре кѣтима есте кѣпринсѣ одатѣ лн сине лнсаш , дрептачеа кѣторѣл еѣ есте унимѣ.

54. Дѣкз ла ѡмъзрцитѣрѣл ар маѣ рзмѣнѣ чеба, дѣпз че сз вор щерѣе лнтериле че сѣнт комѣне ла ѡмъзрцитѣл ши ла ѡмъзрцитѣрѣл, дѣнче ѡмъзрцитѣрѣ нѣ сз поате фаче ексактѣ (деплин). Де ексемпѣл: нѣ сз поате ѡмъзрци $a^3 b$ прин $a d$, ннч $a^4 b^5$ прин $a^5 b$, пентрѣ кз дѣпз че сз вор щерѣе тот ачеле лнтере ла ѡмъзрцитѣл ши ла ѡмъзрцитѣрѣл, апоѣ рзмѣне d ла ѡмъзрцитѣрѣл лн ачел лнтѣѣ ексемпѣл, тар . лн ал допле рзмѣне a . Лн асемене кѣз дестѣл есте нѣ-маѣ аша а инѣнка (а лнсѣмна) кз аре а сз

Фаче лмпзрцирѣ:

$$\frac{a^3 b}{a d} \qquad \frac{a^4 b^5}{a^2 b}$$

сѣѣ $\frac{a b}{d}$ $\frac{b^4}{a}$ щергънд литериле
комуне.

Тот де асемене сар фаче дѣкз лмпзрцитѣл
ши лмпзрцитторѣл нѣ ар авѣ нич о литерз
комѣнз.

55. Ансз дѣкз, дѣпз че сз вор щерѣ литериле
комѣне ла лмпзрцитторѣл ши ла лмпзрцитѣл,
нѣ рѣмѣне нилнѣкз ла ачест дин ѣрмз, атѣн-
че и сз дз ѣннмѣ лн ачест кнп:

$$\frac{a c}{a b c} = \frac{c}{b}$$

Кзч дѣкз, сз лнмѣлцеце лмпзрцитторѣл прѣм
кѣторѣл, атѣнче сз ва репродѣче лмпзрцитѣл.

56. Де сз афлз ла лмпзрцитторѣл ши ла
лмпзрцитѣл тот авѣ литерз, атѣнче спре а фаче
лмпзрцирѣ, сз скаде експонентѣл лмпзрци-
торѣлѣй де ла ачел а лмпзрцитѣлѣй.

Е к с е м п л з

$$\frac{a^5}{a^2} = a^{5-2} = a^3$$

Ачѣста атѣриѣ де ачеле че ам зис ла дн-мѣлцире ѡнде сѣ кѣвине адѣна пе експоненти; гар пентрѣ дмпзрцире сѣ кѣвине ай свѣтраѣе.

57. Дѣкз експонентѣл дмпзрцитѣрѣлѣлѣи ши ачела а дмпзрцитѣлѣлѣи сѣнт тот ачѣа, атѣнче кѣторѣл ва авѣ н ѣ л з де експонент, ши еква-ле кѣ ѡннеме.

Е к с е м п л ѡ .

$$\frac{a^4}{a^4} = a^0 = 1$$

58. Дѣкз експонентѣл а дмпзрцитѣрѣлѣлѣи есте май маре декѣт ачел а дмпзрцитѣлѣлѣи, атѣнче кѣторѣл ва авѣ ѣн експонент негатив.

Де ексемплѣ :

$$\frac{a^2}{a^5} = a^{-3} = \frac{3}{a} \text{ пентрѣ кѣ 0 кѣтне ши алта}$$

еквалѣзѣ кѣ $\frac{a^2}{a^5}$.

Де дмпзрцирѣ кѣтнимилор
к о м п л е к с е .

59. Дѣкз дмпзрцитѣл есте комплекс. гар дмпзр-цитѣрѣл инкомплекс, атѣнче тревѣи: 1^о) а дмпзр-ци пе ачел днтѣл термин а дмпзрцитѣлѣлѣи прии

Лмпзрцииторѡл, пзхунд регѡлиле прескрисе пеп-
трѡ лмпзрциирѣ нѡмерилор инкомплексе, ши
дѡпз ачѣста а скріе пе кѡторѡл де опарте ;

2°) А лнмѡлици пе лмпзрцииторѡл прин тер-
минѡл кариле сз скріе ла кѡгорѡй.

3°) А сѡѡтраѡре де ла лмпзрцииторѡл пе про-
дѡктѡл лмпзрцииторѡлѡй прин кѡторѡй, пзхунд
регѡлиле сѡѡтраѡерѡй, адикѡ, скимѡжнд семниле
продѡктѡлѡй ,

4°) А фѡче рздѡкѡиѡ терминилор асѡмзна-
те че рзмѡжн дѡпз сѡѡтраѡере. А семне о-
перациѡй сз фак асѡпрѡ челораланте терминѡ
а лмпзрцииторѡлѡй; ачѡле лнтѡй трѡй операциѡй
сз фак лн лмпзрциирѣ нѡмерилор; гѡр а патра
есте лнѡѡшитѡ лмпзрциирѡй аѡѡѡѡранче.

Е к с е м п л ѡ

$$\begin{array}{r} 6a^5b^4 - 8a^4b^5 + 4a^3b^6 \\ - 6a^5b^4 + 8a^4b^5 - 4a^3b^6 \\ 0 \quad 0 \quad 0 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} 2a^2b \\ 3a^5b^5 - 4a^2b^2 + 2ab^5 \end{array} \right.$$

Лмпзрциирѡк пе ачѡл лнтѡй термин $6a^5b^4$
а лмпзрцииторѡлѡй прин $2a^2b$, лмпзрциитор,
кѡторѡл есте $3a^5b^5$, пе кариле жл скріѡ

сѣ ачест лмпзрциитор . Фак лмѣлцирѣ, про-
дѣктѣл есте + 6 $a^5 b^4$; фак сѣвтрацирѣ ским-
бѣнд семил продѣктѣлѣнн днн + лн —, пе
карле жл скрїѣ сѣ лмпзрцитѣл . Дѣпз че сѣ
фаче рздѣкціе, жм рзмѣне нѣла, пе каре о
скрїѣ дедесѣпт, лн лок де а щерѣ терминіе .

Асемене оперез асѣпра терминѣлѣнн ал донле
ши асѣпра ачелѣнн ал трїиле . Днкенн лмпзр-
цирѣ, сѣ ва гзси де кѣтор $3 a^5 b^4 - 4 a^5 b^4$
+ $2 a b^5$.

60. Дѣкѣ лмпзрцитѣл ши лмпзрцитѣл
сѣнт кѣтимнн полиноме, адикѣ комплексе,
атѣнче сѣ фак тот ачеле операцинн асѣпра ачелѣнн
лнтѣнн мѣдѣларнн а лмпзрцитѣлѣнн, ши дѣ-
кѣ тоате терминіле а лмпзрцитѣлѣнн нѣ сѣнт
щерсе дѣпз рздѣчере, апон сѣ фаче нар опе-
раціа асѣпра терминелор а лмпзрцитѣлѣнн, каре
нѣ сар фн щерс лн рздѣчере ши асѣпра ачелор
а продѣктѣлѣнн а лмпзрцитѣлѣнн нещерсе; ши
аша сѣ ѣрмѣзз пѣнз нѣ ва рзмѣне нимнн ла
лмпзрцитѣл, де есте кѣ пѣтинцз .

Ла ачел лнтѣнн каз , лмпзрцирѣ сѣ фаче
нѣмай прин ачел лнтѣнн терминн а лмпзрцитѣ-
лѣнн, дар лн ал донле каз сѣ лмѣлцзск
тоате терминіле а лмпзрцитѣлѣнн прин кѣ-

торѣл, ши тоате термине а продуктѣлѣй тре-
вѣй а ле събтраце де ла лмпзрцитѣл.

61. Спре а фаче операція кѣ май маре лн-
лесире, сз кѣвине ордина пе лмпзрцитѣл ши
пе лмпзрциторѣл, аша лнкѣт сз сз регѣлезе
постѣл терминелор каре аѣ литере домнигоаре,
лнкѣт ачеле че кѣпринд пѣтерѣ май лналте сз
пречедѣзз адикз сз мѣргз лнантѣ ачелор че
сѣнт май пѣцин лнзлцате, адикз: сз кѣвине
скрїе терминиле дѣпз рѣндѣл скз-
ззторѣ де експоненте а ле ачестей
литере.

Де ексемпмѣ: воина а лмпзрци — $b^5 + 3ab^2$
— $3a^2b + a^5$ прин $b^5 - 2ab + a^2$, сз кѣви-
не ордина лн ачест кип:

$$\begin{array}{r}
 a^5 - 3a^2b + 3ab^2 - b^5 \\
 - a^5 + 2a^2b - ab^2 \\
 \hline
 0 \quad 0 \quad 0 \\
 - a^2b + 2ab^2 - b^5 \\
 - a^2b + 2ab^2 + b^5 \\
 \hline
 0 \quad 0 \quad 0.
 \end{array}
 \left\{ \begin{array}{l} a^2 - 2ab + b^2 \\ a - b. \end{array} \right.$$

Май наннте лмпзрцеск пе терминѣл чел лнтѣй
лмпзрцитѣлѣй a^3 прин ачел лнтѣй термин
а лмпзрциторѣлѣй a^2 , ши скрїѣ а ла кѣторѣ;

Дѹпз ачед лнмѹлцеск пе лмпзрциторѹл лнтрег прин кѹторѹл кзпзтат a , сѹвтраг продѹктѹл $a^3 - 2a^2b + ab^2$ а лмпзрцитѹлѹн, скимбжнд семниле дин + лн —, ши вицеверса, каре скрїѹ сѹв терминиле асзмзна-те а лмпзрцитѹлѹн; фак рздѹкциа, ши жм рзмжне де ла лмпзрцитѹл — $2a^2b + 2ab^3 - b^5$.

Фак асемине операциѹ асѹпра ачестей рзмзшицз, лмпзрцинд пе ачел лнтзѹн термин а лмпзрцитѹлѹн, рзмас прин ачел лнтзѹн термин а лмпзрциторѹлѹн кариле есте a^3 , ши скрїѹ пе кѹторѹл — b . Фак лнмѹлцирѹк ши сѹвтрацерѹк, прекѹм ам жис; асемине фак ши рздѹкциа, ши прекѹм нѹм маѹ рзмжне нимикз, лмпзрцирѹк сз лнкїе, пр кѹторѹл есте $a - b$.

А л т е к с е м п л ѹ

$$24a^3 - 16ab - 30ac + 20bc \left\{ \begin{array}{l} 6a - 4b \\ 4a - 5c \end{array} \right.$$

Ђрмжнд методѹлѹн че саѹ арзтат лн ексемпла трежѹт, кѹторѹл ва фи $4a - 5c$.

62. Лмпзрцирѹк кѹтимилор алцебраиче сз фаче пѹрѹрѹк лн тот ачел кип, де ши лмпзрцитѹл аре маѹ мѹлте кѹтимѹн лн каре лнтера че домнїѹз сз фиѹ лнзлцатз тот ла ачѹ пѹтере, ши кз де асемне сз афлз ши ла

Лмпзрциитор.

Дѣкз сз афлз барекаре литере лн ачел лн-
тзй термин а лмпзрцииторѣлѣй, каре нѣ сз афлз
ла лмпзрциитѣл, сѣѣ кз о литерѣ есте л-
нзлцатз ла о маѣ лналтз пѣтере лн ачест
днитзй термин дѣкзт ла лмпзрциитѣл, атыче
лмпзрциирѣ нѣ сз полте фаче фзрз фракциѣ,
лнкжт сз кѣвине нѣмаѣ а семнѣи лмпзрциирѣ.

Ноѣ вом да ѣн ексемплѣ лн каре терминсѣ
лмпзрциитѣлѣй сз вор афла ла о пѣтере маѣ
лналтз дѣкзт ла лмпзрцииторѣл: Die de лм-
пзрцит :

$$\begin{array}{r}
 p^4 \ 0 \ 0 \ 0 \ - \ r \ 4 \quad \left| \frac{p - r}{p^3 + p^2 r + p r^2 + r^3} \right. \\
 - \ p^4 + p^5 r, \\
 \quad 0 \ - \ p^3 r + p^2 r^2 \\
 \quad \quad 0 \ - \ p^2 r^2 + p r^3 \\
 \quad \quad \quad 0 \quad p r^3 + r^4 \\
 \quad \quad \quad \quad 0 \quad 0
 \end{array}$$

Лимѣлциитѣл пе кжторѣл прин лмпзрцииторѣл,
продѣктѣриле каре сз гзсѣск кѣпринд дѣосевн-
теле пѣтерѣй дѣ р ши дѣ r, каре липсѣк лмпзр-
циитѣлѣй, дар фѣшкариле кѣ дѣосевнте сем-
не ши пентрѣ ачѣста трѣвѣе сз липсѣкз.

Іатъ ачѣстъ лмѡлицире: Ам скрис нѡле пен-
трѡ де а лнсзмна локѡл терминелор че липсеск
ла продѡкт, прекѡм ла лмпзрцитѡл:

$$p^5 + p^2 r + p r^2 + r^5 \text{ лмѡлицитѡл.}$$

$$p - r, \text{ лмѡлициторѡл.}$$

$$- p^5 r - p^2 r^2 - p r^3 - r^4$$

$$p^4 + p^3 r + p^2 r^2 + p r^3$$

$$p^4 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad -r^4.$$

Дѡпз че сз ва фаче ачест ексемплѡ, вине
ва фи де а маѡ фаче кѡтева алте де ачел
фелѡ, спре а сз практиси лн ачесте опера-
циѡ. Асемене ексемпле сз вор пѡтѣ а фла
лн ачест кип: сз вор лѡа дѡѡж кѡтимѡ ком-
плексе (полиноме) каре се вор лнмѡлицн ѡна
прин алта; продѡктѡл ва фи лмпзрцитѡл, гар
лмпзрцититорѡл ва фи ѡна сѣѡ алта дин ачесте
дѡѡж кѡтимѡ кариле саѡ фот лнмѡлицит; фак-
торѡл ва продѡче пе ачел каре саѡ фост
лзсат.

64. Лнтѡмплѡндрѡсз а нѡ сз пѡтѣ фаче
лмпзрцирѣ фзрз рзмзшищз, атѡнче лмпзр-
цититорѡл сз скрие сѡѡ лмпзрцитѡл, лн форма
фракциѡ; сѣѡ лмпзрцирѣ сз фаче л деосѡѡн,
гар рзмзшища сз скрие сѡѡ форма фракциѡ.

Фие $ab + ac - bc + bd$, а сз лмпзрци
при $a - b$, а твнчѣ лмпзрцирѣ сз поате
семнѣи лн дчест кид:

$$\frac{ab + ac - bc + bd}{a - b}, \text{ сѣѣ а оперѣи}$$

л парте, ши кжторѣл ва фи:

$$b + c + \frac{bd}{a-b}$$

І. Е к с е м п л ѣ .

Фмпзрцирѣ	{	$x^5 - ax^2 + abx - abc$ $0 \quad 0 \quad 0$ $-bx^2 + acx$ 0 $-cx^2 + bcx$		$x^2 - ax + ab$ $-bx$ $\frac{\quad}{x - c}$	} Фмпзр- цишор. кжшорѣ
А...	{	$-x^5 + ax^2 - abx$ $0 \quad 0 \quad 0$ $+bx^2$ 0			
В...	{	$-cx^2 + acx - abc$ $0 \quad 0 \quad 0$ $+bcx$ 0			
Г...	{	$cx^2 - acx + abc$ $0 \quad 0 \quad 0$ $-bcx$ 0			

Дѹпз че тоате сз вор ордона лн привирѣ де x , зик $\frac{x^2}{x^2} = x$ каре скріѹ ла кѹторѹ; лнмѹл-цзск пе лмпзрциторѹл прин x , пр продѹктѹл сзѹ жл скріѹ л. А кѹ семниле контраріе, спре ал сѹбтраѹе де ла лмпзрцитѹл. Пѹннд О сѹб фіешкаре днн терминнале че сз нимическ. Рѹмзшица о скріѹ лн Р, ши зик дѹпз ачесте :

$$-\frac{c x^2}{x^2} = -c$$
; скріѹ $-c$ ла кѹторѹ. Лнмѹлцинд ши сѹбтрзгжнд дѹпз регѹлиле ціѹте, скріѹ продѹктѹл ла В кѹ семне контраріе; ши пре-кѹм нѹмаѹ есз ничѹ о нож рѹмзшицз, еѹ лн-кеѹ кѹмкз кѹторѹл ексакт есте $x - c$.

65. Де сз поате, сз кѹбине ордона лн а-ша кип ка ачел лнтзѹ термин а лмпзрциторѹл-лѹѹ сз фіе некомплекс, прекум лн ексем-плаѹл трекут; ши дѣкз ачѣста нѹ сз полпе фаче, сз кѹбине кѹѹта пе кѹторѹл л детаїл (кѹ амзрѹнтѹл), лмпзрцинд л деосзѹї пе фіеш-каре термин комплекс а лмпзрцитѹлѹѹ прин лн-трегѹл лмпзрцитор.

Пентрѹ ачѣста: сз ордонез пе ѹнѹл ши пе ал-тѹл лн привирѣ ѹнеѹ нож литере каре пе лнтжѹл термин а лмпзрциторѹлѹѹ сз факз-їнкомплекс,

ШИ ПЕ ЛИТЪИЪЛ ТЕРМИН А ЛМПЪРЦИТЪЛЪИЪ АТЪТ ДЪ
КОМПЛЕКС КЪТ ВА ФИ КЪ ПЪЦИНЦЪ,

III. ЕКСЕМПЛАЪ

$\left. \begin{array}{l} \text{Лмърцигуд.} \\ a^5 - a^4bc - a^3b^2 - a^2b^3 + ab^2c + b^5 \\ 0 \qquad \qquad \qquad 0 \\ a^5b - a^4c - a^3b^2 \\ - a^5 + a^2b^3 \\ 0 \qquad 0 \\ - a^4b \\ 0 \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} a^3 - b^2 \\ + a^3b \\ \hline a - ac - b \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Лмър-} \\ \text{цигор.} \\ \\ \text{кътор.} \end{array}$
$\text{A.} \left\{ \begin{array}{l} - a^4bc - a^3b + ab^2c + b^5 \\ 0 \qquad \qquad \qquad 0 \\ - a^4c - a^3b^2 \\ 0 \end{array} \right\}$	<p>(КАЗА 1)</p> $\begin{array}{r} a^4b + a^3a^3b + a^5 \\ \hline a^2 \end{array}$
$\text{B.} \left\{ \begin{array}{l} + a^4c - ab^2c \\ 0 \qquad \qquad 0 \\ + a^4bc \\ 0 \end{array} \right\}$	<p>(КАЗА 2)</p> $\begin{array}{r} -a^4bc - a^4c^1a^3b + a^5 \\ \hline -ac \end{array}$
$\text{P''} \left\{ \begin{array}{l} - a^5b + b^5 \\ 0 \qquad 0 \\ - a^5b^2 \\ 0 \end{array} \right\}$	<p>(КАЗА 3)</p> $\begin{array}{r} -a^3b^2 - a^5b a^5b + a^5 \\ \hline -b \end{array}$
$\text{C.} \left\{ \begin{array}{l} + a^3b + b^5 \\ 0 \qquad 0 \\ + a^3b^2 \\ 0 \end{array} \right\}$	<hr/> <hr/>

Лмпзрцитѣл ши лмпзрциторѣл фїиנד аиче ордонате л привирѣ литерїи a , аѣ фїешкаре де лнтѣѣл а лор термин о кѣтїме полиномз сѣѣ комплексз; де ачел лмпзрцеск лдеосевї ачѣстз кѣтїме, ордонѣиנד лпривирѣ литерїи b (вез каза 1), пар кѣторѣл дрепт есте a^2 ; лнмѣлцѣнд пе лмпзрцитѣл прин a^2 ши скїмѣжнд семнїле, капзт кѣтїмѣ A ; апої рздѣкѣнд тоате, ачѣ лнтѣї рзмзшицз есте P'

Фїиנד кз лнтѣѣл термин а ле ачестей рзмзшицз есте комплекс, прекѣм ши ачел лнтѣї термин а лмпзрциторѣлѣї, еї маї фак лндеосевї о лмпзрцире; ши ордонѣиנדѣї лн привирѣ литерїи b (вез каза 2), кѣторѣл есте — ac ; лмѣлцѣнд — ac прин лнтрегѣл лмпзрциторї, скїмѣжнд семнїле, ам продѣктѣл B . ши дѣпз рздѣѣїе есз а доѣа рзмзшицз P'' .

Апої фїиנד кз ачел лнтѣї термин а ле ачестей а доѣа рзмзшицз есте лнкз комплекс, і фак лндеосевї лмпзрцирѣ (вез каза 3), ши кѣторѣл есте — b . Лнмѣлцѣнд — b прин лмпзрциторѣл, ши скїмѣжнд семнїле, ам кѣтїмѣ C ; рздѣкѣнд дѣпз регѣле, нѣмї рзмѣїе нимїкз. Днн ачѣста лнкеї кз ексак-

тил кжторѣ есте $a - a c - b$.

Фак дин ноѣ прѣла лнмѣлцжнд пе лмпзр-
циторѣл прин ачест кжторѣ, каре жм аз де
продѣкт пе лмпзрцитѣл пропѣс.

А афла пе тоцѣ лмпзрциторѣ
ексакцѣ а ѣнеѣ кжтимѣ алцебраиче.

66. Пентрѣ де а афла пе ачел маѣ маре лм-
пзрциторѣ комѣн а доѣж нѣмере дате a ши b ,
лмпзрцеце пе ачел маѣ маре, че ил сокотек
 a , прин ачел маѣ мик b ; де ва еши ачѣ
лртѣ рзмѣшицѣ c , лмпзрцеце b прин c ; де
ва еши о а доѣа рзмѣшицѣ d , лмпзрцеце c
прин d ; де маѣ есѣ о а трѣа рзмѣшицѣ e , лм-
пзрцеце d прин e ; ши лн ѣрмѣ, де веѣ кѣпѣ-
та о лмпзрцире фѣрѣ рзмѣшицѣ, агѣиче лм-
пзрциторѣл ачелѣѣ резултат ва фи нѣмѣрѣа
кѣѣтат.

Сѣ лзмѣрим ачест ексемпѣлѣ прин цифре. Сѣ
чере ачел маѣ маре лмпзрциторѣ комѣн а нѣ-
мѣрѣаѣѣ 384 ши а 56.

1°.) Лмпзрцеск 384 прин 56, ши ал $\frac{384}{56} =$
6, кѣ 48 рзмѣшицѣ.

2°.) Фѣрѣ а лѣа аминте ла кжторѣ, лмпзр-

цеск 56 прин 48, ши ам $\frac{5}{4} \frac{6}{8} = 1$, ши 8 рзмзшицз.

3^о.) Лмпзрцеск 48 прин 8, ши ам $\frac{4}{8} = 6$, фзрз рзмзшицз. Дин ачесте лнкей кз 8 есте ачел май маре нумзр кариле поате лмпзрци деодатз пе 384 ши пе 56.

67. Асемине спре а афла пе тоцй лмпзрциторй ексакцй а ыней кжтимй ацебранче, сз оперѣзз прекым май сус кз нумере; адекз: динтзй сз лмпзрцесе кжтимѣ пропѣсз прин тоцй а ей лмпзрциторй симплй, пзны сз ва кзпхта де кжторй ынимѣ. Дупз ачѣета сз лмѣлцеск тоцй ачещй лмпзрциторй ынй прин ацйй, ши тотимѣ ачестор продѣктѣрй ши ачесторй лмпзрциторй симплй, кжпринде пе тоцй лмпзрциторй ексакцй а кжтимей пропѣсе.

Е к с е м п л у .

Фіе кжтимѣ $a^3 b + a^2 b^2$ акзрїа тоцй лмпзрциторй аѣ а сз гзси ; еѣ лншир прекым ырмѣзз :

$$\begin{array}{l|l}
 a^3 b + a^2 b^2 & a \\
 a^2 b + a b^2 & a, a^2. \\
 a b + b^2 & b, a b, a^2 b \\
 a + b & a + b, a^2 + a b, a^3 + a^2 b, a b + b^2, a^2 b + a b^2, \\
 1 & a^3 b + a^2 b^2.
 \end{array}$$

Траг о линіе дин сѣс љнціос, пентрѣ де а деосеви пе љмпзрциторіѣ; апоѣ љмпзрциндѣ кѣтимѣ датз прин а, кѣторѣа есте $a^2b + ab^2$ пе каре на скріѣ сѣс кѣтимѣ пропѣсз. Взд кѣ ачел кѣторѣ сз маѣ поате љмпзрци прин а, дечѣ скріѣ а спре дрѣпта, тар пе кѣторѣа $ab + b^2$ спре стѣнга линіѣ. Димѣлцѣндѣ љмпзрциндѣ пе љмпзрциторіѣ афлацѣ, ам a^2 каре скріѣ спре дрѣпта ши тот пе ачѣ линіе че ши а. $ab + b^2$ непѣтѣндѣ а сз љмпзрци дежѣт прин б, скріѣ б спре дрѣпта линіѣ вертикале, тар пе кѣторѣа $a + b$ спре стѣнга. Димѣлцзск пе тоцѣ љмпзрциторіѣ гзснцѣ прин б, ши скріѣ пе ачелаш линіе продѣктѣриле ab , а б. $a + b$ непѣтѣндѣ а сз љмпзрци дежѣт прин сине љсѣш, еѣ жл скріѣ љн рангѣа љмпзрциторіалорѣ ши скріѣ 1 ла кѣторѣ, љн ѣрмз љмѣлциндѣ пе ачест ноѣ љмпзрцитор прин тоцѣ челланцѣ а кѣма афлацѣ, скріѣ продѣктѣриле лор пе тот ачѣ линіе, ши ам аколо пе тоцѣ љмпзрциторіѣ а кѣтимеѣ пропѣсе.

68. Да љмпзрциндѣ регѣлеѣ, че ам дат ла 66, пентрѣ де а афла ачел маѣ маре комѣн љмпзрциторѣ, сѣѣ ачѣ маѣ маре мзсѣрз комѣнз де доѣж нѣмере, сз кѣвине а ѣа

аминте кз фіешкаре нѣмзр компѣс деразъ дѣи
 лмѣлцирѣ де оарекаре нѣмере симпле, ши кз
 лн фіешкаре ексактз лмпзрцире, лмпзрциито-
 рѣла мзсѣрз пе лмпзрцитѣл; ши кз лндатз
 че есте вре о рзмзшицз, скззундѣсз ачѣ рз-
 мзшицз де ла лмпзрцитѣл, лмпзрцииторѣла
 на ѣа мзсѣра ексакт.

Де ексемплав, $1\frac{1}{2}$ дз 5 де кѣторѣ ши 2 де
 рзмзшицз, сѣвтраце 2 де ла 17, атѣнче лм-
 пзрцииторѣла 3 ва мзсѣра ексакт пе 17 — 2,
 каре сѣнт 15.



Д Е С П Р Е П Ѣ Т Е Р Ѣ

Де рз дз чинѣ.

69. Сз нѣмече Пѣтере а ѣней мз-
 римѣ продѣктѣла дчестей мзримѣ лнмѣлците
 прин ѣниме, сѣѣ прин га лнсаш, ѣна сѣѣ маѣ
 мѣлте орѣ.

70. Ачѣстз пѣтере сз нѣмече ши гра-
 дѣ. Дечѣ ачѣ лнтзѣ пѣтере де *a* есте *a*,
 сѣѣ де 3 есте 3, лнтзѣ пѣтере де *ab* е-
 сте *ab*.

71. А дова пѣтере каре сз нѣмеще К в а д р а т , есте о мзрине лнмѣлицитз прин лнсаш сине. aa есте квадратѣл де $a \times a$, пре-кѣм 9 есте квадратѣл сѣѣ а дова пѣтере де 3.

72. А треа пѣтере сѣѣ К ъ б ъ ъ есте про-дуктѣл квадратѣлѣн лнмѣлицит прин а са лн-тже пѣтере, а декз а дова пѣтере лнмѣлицитз прин лнсаш сине, ши аша май департе. Лн-кѣт, 27 есте продуктѣл квадратѣлѣн де 9 сѣѣ прин а са лнтже пѣтере 3; aaa есте еквал кѣ $a \times a \times a$ сѣѣ a^3 .

74. А патра пѣтере, сѣѣ К в а д р а т — к в а д р а т , есте продуктѣл квадратѣлѣн лн-мѣлицит прин лнсѣш ел. $aaaa$, сѣѣ $9 \times 9 = 81$, есте квадратѣл — квадрат де 3.

74. А чинчѣ пѣтере сз нѣмеще ши к в а д р а т — к ъ б ъ ъ , пентрѣ кѣ есте продуктѣл квадратѣлѣн прин кѣѣл ѣнѣн нѣмзр. Де е-ксемплѣ, a^5 , есте продуктѣл де $a^2 \times a^3 = a^5$.

Пентрѣ асемине кѣвѣнт, а шеса пѣтере сз нѣмеще к ъ б ъ ъ — к ъ б ъ ъ .

75. Сз нѣмеще р з д з чин з а ѣнеѣ пѣтерѣн о мзрине лнмѣлицитз прин ѣнне сѣѣ прин лнсаш сине. Де ексемплѣ 4 есте рзdzчина де

16 ши де 64, &. а есте рздзчина де а, а' де а' &. О рздзчинз га деосевите нѳмирѳ, дѳпз пѳтериле а кзрора' га есте рздзчинз. Рздзчина лнтзѳ, а доѳ а сѳѳ к в а д р а т з , а т р і а с ѳ ѳ к ѳ в з , &.

79. Лнтжа рздзчинз а ѳней мзримѳ есте кѳр лнсш ачѳ пѳтере. Рздзчина лнтзѳ де а есте а, де 4 есте 4, &.

77. Кжнд сз трактѳзз деспре ѳи квадрат ши сз ворвеще деспре а са рздзчинз, тотдѳѳна сз кѳвине лнцзлече о рздзчинз квадратз.

78. Пентрѳ де а лнсзмна рздзчина ѳней мзримѳ, сз пѳне ачест семнѳ $\sqrt{\quad}$ лнаннтѳ ачѳей мзримѳ, ши сз скріе дѳѳѳпра семнѳлѳѳ цифра че лнсзмнѳѳзз пе рздзчина каре воим а семнѳи, аша дар, семнѳл $\sqrt{\quad}$ аратз рздзчина квадратз; семнѳл $\sqrt[5]{\quad}$, рздзчина а треа сѳѳ кѳвѳ. Тот ачеле семне сз лнтреѳѳинцазз пентрѳ де а сзмнѳі о рздзчинз а кжтимилор комплексе. Лнкжт $\sqrt{a^2 + 2ab + b^2}$ експримѳѳзз рздзчина квадратз а кжмимеѳ $a^2 + 2ab + b^2$. Линіа трасз дѳѳѳпра кжтимилор сзмнѳеще рздзчина кжтимилор афлзтоаре де десѳпт. Пентрѳ а семнѳи рздзчина квадратз а ѳнѳнѳ нѳмзр, сз полте а нѳ скріе цифре песте семнѳл,

че а скріє нѳмаї: $\sqrt{a^2 + 2ab + b^2}$.

79. Вонд а лнзла о мзрме ла о пѳтере дѳтермінатз, сз кѳвине лнмѳлци ачѳстз мзрме прин га лнкаш, дѳ атѳтѳ орї, маї пѳцин ѳна, кѳте ѳнимї сѳит, сѳѳ кѳте ѳнимї дѳ сз фїе ла експонент.

Аша дѳр, пентрѳ дѳ а лнзла а ла о а па-тра пѳтере, сз кѳвине лнмѳлци а прин сине, дѳ 4 орї маї пѳцин ѳна, сѳѳ дѳ 3 орї, ши аша маї департе-

Кѳвннтѳл естѳ кз, пентрѳ дѳ а лнзла о мзрме ла а еї а доѳа пѳтере, одѳкз ла квадрат, трѳбѳї нѳмаї одѳтз а лнмѳлци а-чѳстз мзрме прин сине.

Ачѳстѳ че сѳѳ зис сз аплѳкз ши ла кѳ-тимї, инкомплексѳ.

Тѳт асемѳне, рѳзѳлатат сз полтѳ кзпзта лнмѳлцинд пе експонентѳл а фїешкзріа лнтере прин експонентѳл а пѳтерїї ла карѳ естѳ а сз лнзла кѳтімѳ. Пентрѳ дѳ а лнзла $a b^2 c^4$ ла а треа пѳтере, лнмѳлцѳск пе експоненти лн-тернлор a, b, c , карѳ сѳит 1, 2, 4, прин 3, ши гѳсѳск $a^3 b^6 c^{12}$; асемѳне вої лѳѳ а шѳса пѳтере дѳ $a^3 b^6 c^{12} \times 6 = a^{18}, b^{36}, c^{72}$, &: карѳ естѳ а шѳса пѳтере дѳ a^3, b^6, c^{12} .

Дѣкз кѣтимѣ алцебранкз аре ѡн коефициент, сз кѣвине ал лнзлаца ла пѣтерѣ пропѣсз, лн-кѣт, а чинчѣ пѣтере де $2a^2b^2$ есте $32a^{10}, b^{15}$.

80. Тоате пѣтериле а ѡней кѣтимѣ инкомплексе пожитиве сѣнт пожитиве; дар дѣкз о кѣтине инкомплексз есте негативз, атѣнчѣ нѣмай пѣтериле непзрекете сѣнт негативе тар челеланте пожитиве. Лнкѣт, а доѡа пѣтере де $-a$ есте пожитивз, пентрѣ кз $-x - аз +$; дар пентрѣ а треа пѣтере ѡрмѣсз кѣр контра, фіннд кз $-a^2x + a аз - a, \&$. Дечѣ пѣтериле пзрекете а ѡней кѣтимѣ негативе инкомплексе нѣ дѣ ресле (лнфінцате) рздзчинѣ; кзчѣ, $-a^2$ нѣ поате авѣ дерздзчинз ничѣ $+a$, ничѣ $-a$, фіннд кз квадратѡа лор аз де асемине $+a^2$. Дечѣ, $-a^2$ нѣ поате авѣ алта декѣт о рздзчинз імагинаріе (лнкипѣитз) ши сз експрнмѣсз лн ачест фелію: $\sqrt{-a^2}$.

Воинд а лнзлаца пе ѡн вином, ла орѣ каре пѣтере, атѣнче сѣнт доѡѡ регѡле де ѡрмат: ачѣ лнтѣѣ привеще пе литере, тар а доѡа пе коефициенте.

81. Регѡла лнтѣѣ. 1.) Майна-

инте сз кѣвине лнзлаца пе литера би ном ѡла ѡ
ла пѣтерѣ пропѣсз, ачѣста ва фи лнтѣѡл тер-
минн а пѣтерій. 2.) А лнзлаца ачѣстз дінтѣѡ
литерз ла о пѣтере кѣ ѡн град маѡ ѡіос, ши
дѣпз ачѣста а о лнмѣлци прин ачѣ лнтѣѡ пѣ-
тере а литерій а доѡа, продуктѣл ва фи ал дои-
ле терминн а пѣтерій кѣѣтате: 3.) Челеланте
термине сз вор кѣпѣта, тот лнмѣлцинѣнд де
ѡн град пѣтерѣ ачій лнтѣѡ литере, ши а-
дѣѣцинд де ѡн град пѣтерѣ литерій а доѡа,
пѣнз сз ѡѡѡѡѡ ла ѡн терминн ѡнде ачѣстз
а доѡа литерз есте синѣѣрз ши лнзлацатз ла
тот ачѣ пѣтере че ши ачѣ лнтѣѡ ла тер-
минѣл лнтѣѡ. Аша дѣр, а чинчѣ пѣтере
де $a + b$ есте $a^5 + a^4 b + a^3 b^2 + a^2 b^3 + a b^4 + b^5$.
Ачел лнтѣѡ терминн есте a^5 , аде-
кѣ а чинчѣ пѣтере де a , пентрѣ кѣ есте а сз
лнзлаца $a + b$ ла а чинчѣ пѣтере; $a^4 b$ про-
дѣкт де a^4 прин b есте ал доиле терминн л
каре а есте лнзлацатз ла пѣтере маѡ пѣцинз
де ѡн град дѣкѣт лн ал доиле; кѣнд b есте
лнзлацатз ла ѡн град маѡ мѣлт, ши аша маѡ
департе пентрѣ челеланте термине. Лн ѡрмз,
ачел депѣѣрмз терминн b^5 есте о пѣтере де b

каре есте тот ачем че ши де а ши ачел ши-
тжй термин, &.

Дѣккь ѡна дши кжтимиле виномѡлѡй есте не-
гативъ, атѡнче тоате терминиле пѡтерій дѡ
алтернатив (не рѡнд) семнѡл + ши семнѡл
— . Днкжт, а чинчѡ пѡтере де а — б, фзрѡ
а кѡпринде пе коефициенте, есте $a^5 - a^4 b +$
 $a^3 b^2 - a^2 b^3 + a b^4 - b^5$.

82. А доѡа рсгѡлз, сѡѡ рсгѡла коефициѡлор.

Днаниште ачелѡй ши тжй термин нѡ сѡ скрие
ничй кѡм коефициѡнт, че ла ачел ал доале сѡ дѡ
ѡн коефициѡнт екѡла кѡ експонентѡл ачелѡй
ши тжй. Дн ексемпѡла де мѡй сѡс, скрѡѡ ѡ де
коефициѡнт ла ал доале термин, пентрѡ кѡ
експонентѡл ачелѡй ши тжй есте ѡ; Дечй
ал доале термин, кѡ ал сѡѡ коефициѡнт, есте
 $5 a^4 b$.

Пентрѡ де а гжси пе коефициѡнтѡла ал тер-
минѡлѡй ал тринле, сѡ кѡвине а сѡ аѡѡторѡ
кѡ терминѡла кариле на пропѡшѡѡе, адекѡ кѡ
ачел ал доале; сѡ кѡвине ши мѡлѡци пе коефи-
циѡнтѡла ал ачестѡй ал доале термин прин екс-
понентѡла ачй ши тжй ши тере а а тот ачелѡй
термин; дечй сѡ кѡвине ши мѡлѡци ѡ прин 4 ши

а лмпзрци продуктѹл 20 прин 2, кариле лн-
сзмнѣзз рангѹл че кѹпринде ачел термин л
пѹтерѣ. Аша дар, 10 есте коефициѹтѹл де
ал тринле термин ab^2 . Пентрѹ коефициѹтѹл а
терминѹлѹн ал патриле a^2b^3 , сз лнмѹлцзще кое-
фициѹтѹл 10 де ал тринле термин прин експо-
нентѹл 3 а ле ачелѹн кариле на пропозшзще, ши
сз лмпзрцеще продуктѹл 30 прин 3, кариле
лнсзмнѣзз рангѹл че кѹпринде тот ачел ал
тринле термин л пѹтере. Дар, кѹторѹл де
30 прин 3 есте 10; дечн ши коефициѹтѹл де
ал патрилѣ термин есте 10. Асемине опе-
рациѹ сз фак пентрѹ тсате челеланте термине.
Аша дар, пентрѹ де а афла пе коефициѹтѹл
ѹнѹн термин де о пѹтере а ѹнѹн бинном, сз
кѹвине а сз цѹѹтора кѹ терминѹл че на про-
пзшеще, а лнмѹлци пе коефициѹтѹл а ле а-
честѹн термин пропзшиторѹ прин експонентѹл
ачнѹ лнтзн а сале литере, ши дѹпз ачѣ-
ста а лмпзрци продуктѹл прин нѹмзрѹл ка-
риле лнсзмнѣзз рангѹл терминѹлѹн л пѹтере.
Атѹнче кѹторѹл а ле ачестей лмпзрцирн, е-
сте кѹѹтатѹл коефициѹнт.

Дѹпз ачесте регѹле, а чинчѣ пѹтере де $a + b$,
кѹ а сале коефициенте, есте $a^5 + 5a^4b +$
 $10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5$.

Амандож терминиле екстреме каре сжнт
 лнтжн ши ачел депе ырмз нѣ аѣ коэффи-
 циенте лнсзмнате, пентрѣ кз а лор коэффици-
 ент есте нѣмай ынимѣ.

Терминиле мижлочје, каре де асемине сжнт
 депзртате де ла ачеле екстреме, аѣ тот ачел
 коэффицент. Лнкжт, лн ексемплаѣ де май
 сѣс, терминиле $a^5 b^3$ ши $a^3 b^5$, фїинд део-
 потривз депзртате де ла екстремиле, аѣ фї-
 ешкаре 10 де коэффицент; асемине ырмѣхз кѣ
 амандоуж термине $a^4 b$ ши $a b^4$, фїешкаре аѣ
 5 де коэффицент, ка ыниле че сжнт деопотрї-
 вз депзртате де ла екстреме. Дѣпз ачестѣ,
 дѣкз саѣ афлат коэффиценте де цїѣмзтатѣ
 терминилор а ынѣй пѣтерї де ын вином, де
 присос есте а кѣѣта челеланте, пентрѣ кз аѣ
 коэффиценте еквале кѣ ачеле а лтжилор тер-
 мине.

Аша дар тот лн ексемплаѣ май сѣс лнсзм-
 нат, $a^5 + 5 a^4 b + 10 a^3 b^2$ фїинд терминиле
 де цїѣмзтатѣ ачестѣн вином, терминїн де чел-
 лантз цїѣмзтате бор фи еквале, ши лн ыр-
 марѣ $10 a^3 b^2 + 5 a b^4 + b^5$. Ла лнтжмпларе
 кжнд ачесте термине ар фи ын нѣмзр немпз-
 рекет, сз бор кѣѣта коэффицентиле ачелср лн-

тзѣ термине, пзи ла ачел де мишлок лнклѣ-
 зиве, кариле нѣ аре ѡн асемине; дѣпз регѣла
 датз, челеланте, прекѣм ам зис маѣ сѣс, вор
 фи асзмзнате кѣ ачеле лнтзѣ корреспонденте.
 Фие, де ексемпѣ, $a + b$ а сз рздика ла а ше-
 са пѣтере. Ачѣстз пѣтере есте $a^6 + 6 a^5 b +$
 $15 a^4 b^2 + 20 a^3 b^3 + 15 a^2 b^4 + 6 a b^5 + b^6$.

83. Дѣкз, ла ѡн вином, ѡна дин доѣ литере,
 аре де коефициент алта декѣт ѡнине, сз кѣвине
 лнмѣлци пе коефициента а фиешкзрѣга термин
 а пѣтерѣѣ прии ачелаш град а коефициентаѣѣ,
 ка ачела ла каре ачѣстз литерз есте лнзлаца-
 тз л термин.

84. Дечѣ, спре а лнзлаца $a + 3 b$ ла а патра
 пѣтере, сз кѣвине маѣнаинте лнзлаца $a + b$
 ши апоѣ а лнмѣлци пе коефициента ѡнде сз
 афлз b прии пѣтерѣ ла каре b есте лнзлаца-
 тз лн ачест термин.

Іатз ачѣстз пѣтере де $a + 3 b$: $a^4 + 3 \times$
 $4 a^3 b + 9 \times 6 a^2 b^2 + 27 a \times 4 a b^3 + 81 b^4$.

Дѣкз ши а ар авѣ ѡн коефициент, сар кѣ-
 вени лнмѣлци пе коефициенти а терминилог каре
 кѣпринд пе a прии пѣтериле ла каре a есте
 лнзлацатз. Дѣкз, де ексемпѣ, ар фи $2 a$,
 сар кѣвени оперѣѣ лн ачест кип спре ал лнзла-

ца ла а патра пѳтере, $2a + 3b$ каре еквалѳзз $16a^4 + 8 \times 3 \times 4a^3b + 4 \times 9 \times 6a^2b^2 + 2 \times 27 \times 4ab^3 + 81b^4$.

Дѳпз че вом лнмѳлци пе коефициенти вом кз-пзта $16a^4 + 96a^3b + 216a^2b^2 + 216ab^3 + 81b^4$.

85. Д ѳрма квадрателор ши пѳтерилор, деспре каре ам ворбит, вом да регѳле асѳ-пра операцилор опѳсе, адекз ачеле асѳпра скоатерѳ рздзчинилор квадрате, каре аратз де а афла рздзчина кзтимеѳ пропѳсе, фѳе де ексемплѳ, 100: еѳ скот рздзчина квадратз каре есте 10, ши каре ачѳстз сз нѳмеце а екстраце сѳѳ а скоате рздзчина квадратз. Дечѳ асѳпра кѳтимилор литерале $a^2 + 2ab + b^2$, рздзчина квадратз есте $a + b$.

Екстрацерѳ рздзчинилор де кж-тимѳ литерале.

86. Дѳкз кѳтимѳ литералз есте инком-плексз, атѳнче рздзчина сз екстраце лмпзрцинда пе експонентѳл а фѳешкзрѳа литере прин нѳмзрѳл кариле лнсзмнѳзз рздзчина.

Рздзчина квадратз де a^4b^6 есте a^2b^3 .

Рздзчина кѳенкз де $a^5b^4c^6$ есте $ab^{\frac{4}{3}}c^2$, &c.

Лнтрѹ ачѣста сѣ ва ѹрма методѹа лнформ-
мзрїѹ пѹтерилор а ѹнеѹ кѣтимѹ инкомплексе,
кѣчїѹ, фїннд кѣ пентрѹа де а лнзлца о кѣтїме
ла орї каре пѹтере, сѣ кѣвїне а лнмѹлци
пе експонентѹа а мзрїмеѹ прин експонентѹа
пѹтерїѹ ла каре воим лнзлца пе кѣтї-
ме. Дин ачѣста ѹрмѣзѣ кѣ, спре а фаче
екстрацетрѣ рѣдѣчїнеѹ каре есте операцие опѣ-
сѣ кѣ лнформарѣ пѹтерилор, сѣ кѣвїне лн-
пзрци пе експонентѹа а кѣтїмеѹ прин нѣмзрѹа
лнсѣмнѣторїю градѹа рѣдѣчїнеѹ.

87. Асемїне сѣ полте семнѹи рѣдѣчїннаѹ
ѹнеѹ кѣтимѹ комплексе, трѣгїнд асѹпра ачесте ѹ
кѣтимѹ о лнїе, ши пѣннд спре дрѣпта а-
честеѹ лнїїѹ о фракціе а кѣрїа нѣмзрѣторїю сѣ
фіе ѹнїмѣ, гар нѣмнторїѹа нѣмзрѹа че лнсѣм-
нѣзѣ рѣдѣчїнна.

Аша дар, рѣдѣчїнна квадратѣ де $a - b^2 + c$
есте $\underline{a - b^2 + c}$, $\frac{1}{2}$, рѣдѣчїнна кѣвнкѣ а тот а-
чїѹ кѣтимѹ естє $\underline{a - b^2 + c \frac{1}{2}}$; рѣдѣчїнна ква-
дратѣ де $a^2 + b^3$, естє $\underline{a^2 + b^3 \frac{1}{2}}$; рѣдѣчїнна
кѣвнкѣ, де $a^2 + b^3 + c$ естє $\underline{a^2 + b^3 + c \frac{1}{2}}$;
рѣдѣчїнна n де $a - b + c$ естє $\underline{a - b + c \frac{1}{n}}$.

Ла лнтжмпларе канд кѣтимѣ комплексз ар
фи акѣма лнзлатъ ла о пѣтере сзмнѣитъ де
ѣн експонент пѣс ла капѣтѣл линіѣ, атѣнчѣ сар
кѣвени а лмпзрци пе ачест експонент прин нѣмз-
рѣл че лнсзмнѣѣз пе рздзчина; лнкѣт, рз-
дзчина де $a b^2$ есте $a b^{\frac{2}{2}}$; рздзчина а треа
де $a - b^5$ есте $\overline{a - b^{\frac{5}{3}}}$, &.

Асемине сз полте семнѣи рздзчина лн ачест
кип, джндѣи пе лмпзрцииторѣл де експонент:
 $a^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a}$, $a^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{a}$, &.

88. Екстрацерѣ рздзчиней квадрате а кѣти-
млор литерале сз фаче тот лн ачел кип че ши
ачелор кѣ нѣмере, кѣ ачѣстъ лнсз кѣ нѣ сз
пзѣще рангѣл пентрѣ деосевителе продѣктѣрѣѣ
че воим але сѣвтраѣе, ши кѣ нѣ сз кѣвине
лмпзрци кѣтимеле литерале лн класѣрѣѣ,
прекѣм сз фаче пентрѣ экстрацерѣ рздзчини-
лор кѣ нѣмере. Лнсз дѣпз фіешкаре сѣвтра-
ѣере сз кѣвине а фаче рздѣчерѣ кѣтимилор
дсзмзнате, фіе де ексемплѣ, кѣтимѣ $9 b^4 -$
 $12 b^2 d x + 24 b^2 f y + 4 d^2 x^2 - 16 d f x y +$
 $16 f^2 y^2$, каре есте ордонатъ л привирѣ литерей
 b ; дечн маѣ лтѣѣ сз кѣвине экстраѣе рздзчина
квадратъ а ле ачестей кѣтимѣ.

$$\begin{array}{r}
 9b^4 - 12b^3dx + 24b^2fy + 4d^2x^2 - 16dfxy + 16f^2y^2 \\
 - 9b^4 + 12b^3dx - 24b^2fy - 4d^2x^2 + 16dfxy - 16f^2y^2 \\
 \hline
 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \\
 \hline
 36^2 - 2dx + 4fy \\
 6b^2 \\
 6b^2 - 4dx
 \end{array}$$

Демонстрація.
 Дух че сз ва ордона л ачест кип кѣтимѣ пропѣ сз трзганд дедесѣпт о линіе ши алта спре дрѣпта а ле ачестей кѣтимѣ, апоѣ оперез кѣ ачел л тзѣ термин 9 b⁴, л тзѣл нѣмзр а кзрѣл рѣдзчина квадратз есте 3 b², пе кариле ил скріѣ спре дрѣпта; ил лналцѣ ла квадратѣл сзѣ, ши капзт 9 b⁴; фак сѣбтрацѣрѣ, дух че лам скрис дедесѣпт ачелѣ лнтзѣ термин, джн дѣѣ семнѣл опѣс. Прекѣм ачесте довѣж кѣтимѣ сз нимнческ, скріѣ нѣла дедесѣпт.

Трек ла нѣмзрѣл ал доиле, еѣ де лмпзрцитор пе терминѣл ал доиле — 12 b³ dx а кзрѣл лмпзрцитор есте лндонтѣл

де ачеа че ам гзсит ла рздзчинз каре им дз
 $6b^2$, ши дхпз лмпзрцире ам де кжторй
 $-2dx$ пе кариле на скрйё лнхрма де $3b^2$.
 Дхпз ачёста лмхлцзск пе лмпзрциторхл $6b^2$
 прин $-2dx$, ши дхпз че ам адзоцит квадра-
 тхл де $-2dx$, капзт де продукт, $-12b^2dx$
 $-4d^2x^2$ кариле аре а сз скзде де ла кжтимё
 пропхсз, ши дхпз че сз ва фи фзкхг свётра-
 цёрё, скринидхсз семнеле контрарие, фак рз-
 дхкциа, ши им рзмжн нхмай ачесте трий тер-
 мине $+24b^2fy - 16dfxy + 16f^2y^2$, асх-
 пра кзрора оперез ка ши асхра терминилов
 челор дин хрмз, лхжнд $24b^2fy$ де лмпзр-
 цитхл, гар де лмпзрциторй $6b^2 - 4dx$, каре
 есте лндонтхл де ачеа че сз афлз ла рздз-
 чинз. Лмпзрцеск $24b^2fy$ прин $6b^2$, ачел
 лнтзй термин а лмпзрциторйхлй, ши ам де
 кжторй $+4fy$, каре скрйё ла рздзчинз. Дхпз
 ачёста лмхлцзск пе лнтрегхл лмпзрциторй
 прин $4fy$, ши продуктхл есте $24b^2fy - 16$
 $dfxy$ кзтрз кариле адаго $16f^2y^2$, че есте
 квадратхл терминхлй каре ам пхс ла рздзчинз;
 на скрйё свёт ачеле дин хрмз термине а кж-
 тимей пропхсе, кх семне контрарие, ши дх-
 пз че воё фаче рздхкциа, нхм рзмжне ними-

кз ши операція саѣ лнкеет. Дикжт, рздзчи-
на кѣтимей пропѣсе есте $3b^2 - 2dx + 4fy$.

Пентрѣ де а адевери операція, сз ва л-
нзлаца кѣтимѣ ла а ей пѣтере, ши дѣккз про-
дѣктѣла есте еквал кѣ кѣтимѣ пропѣсз, атѣн-
че операція есте . вине фѣкѣтз, сокотиндѣсз
кз нѣ ар фи фост ничѣ о рзмзшицз; кзчѣ дѣккз
ар фи вро рзмзшицз, сар кѣвени а. о адоци
кзтрз продѣкт, ши сома ачестей рзмзшице ши
а продѣктѣлѣй требѣй сз фие еквалз кѣ кѣти-
мѣ пропѣсз.

Ла екстрацирѣ кѣтимилор литерале нѣ ѣрмѣ-
зз прѣвз ничѣ ла лмпзцирѣ ачестор кѣтимѣй.

89. Спре практицирѣ екстрацериѣ рздзчинни-
лор, рекапитѣлѣвина рѣгѣлиле лнтрѣ ачѣста да-
те, ноѣ ком зиче кз: пентрѣ де а екстраце орѣ
че рздзчиннз дин ѣн бином, сз кѣвине маѣ
лнтзѣ обсерва л че кип сѣ лнформѣзз пѣ-
терѣ релативз кзтрз рздзчина че сз кѣтз, спре
а сз пѣтѣ практика операций контрарие (вѣз
Аритм: §. 160).

Дечѣ, дѣккз сз черчетѣзз динтзѣ квадра-
тѣла биномѣлѣй $a + b$ сѣѣ $- a - b$, каре есте
 $a^2 + 2ab + b^2$; ачел де $a - b$ сѣѣ де $- a + b$;
каре есте $a^2 - 2ab + b^2$; ачел де тринномѣла

$a + b + c$ кариле есте $a^2 + 2ab + b^2 + 2ac + 2bc + c^2$; вом гзси кз лндеовщїе ква-
дратѣл ѡнѡй полином есте еквал
кѣ сома квадрателор а фїешкз-
рѣга термин, плѣс лндонтѣл про-
дукт а фїешкзрѣга лнмѣлцит прин-
тоате челеланте. Дин каре апоисѣ ва
дедѣче ѡрмзтоаре регѣлз пентрѣ де а екстра-
це рздзчина квадратѣ виномѣ.

90. Регѣла. I.) Сѣ се ордонеѣ кѣтимѣ
л привирѣ ѡней литере каре сѣ фїе ѡн квадрат
деплїн. II.) Сѣ се екстрагз, дѣпз методѣл моно-
мілор, рздзчина квадратѣ ачелѡй лнтзїй термин,
ши се се скрїе алзтѣре. III.) Сѣ се лналцѣ пе
ачест лтзїй термин ла квадрат, ши сѣ се сѣтрагз
де ла кѣтимѣ пропѣсѣ; IV.) Сѣ се лмпзрцѣкѣ
пе лтзїѣл термин а ле ачестей рзмзшицѣ прин-
лдоїтѣл а рздзчиней афлате, ши сѣ се гае пе кѣ-
торїо пентрѣ ал доиле термин кѣтат.

91. Сѣ кѣтѣ рздзчина квадратѣ а три-
номѣлѡй $a^2 - 2ab + b^2$

Квадрат...	$a - 2ab \times b^2$	}	ab рздзчинѣ
	$- a^2$		
I. Рзмзшицѣ.	$- 2ab + b^2$		
	$+ 2ab - b^2$		
II. Рзмзшицѣ	----- 0		

Майнаинте скрію прекум сз веде лн ек-
 темпла де май сус ордонаг лн привирѣ ли-
 терій а. Дупз ачѣста зик: рздзчина квадра-
 тз де a^2 есте а, каре скрію алзтѣре кѣ пѣте-
 рѣ деосзвенцѣо прин о линіѣцз. Лналцѣ пе а ла
 квадрат пе карле нл скрію сѣв кѣтимѣ пропо-
 сз кѣ семіѣл — спре а о сѣвтраѣе, ши а кѣ-
 пзта ачѣ лнтзѣ рзмзшицз. Лндоеск пе ачел
 лнтзѣ термин а лнмѣлциндѣл прин 2 , скрію $2a$
 сѣв рздзчинз, спре а лнпзрци. прин $2a$ пе ачел
 лнтзѣ термин — $2ab$ а рзмзшиціѣ, ши пѣн пе
 кѣторѣл — b ла рздзчинз, ка кѣм ар авѣ сз
 фіе ал догле термин, дѣкз кѣтимѣ пропѣсз е-
 сте квадратѣл ѣнѣ бінѣм. Центру де а мз лкре-
 динца кѣ ачѣста есте аша, май скрію лнкз —
 b алзтѣре кѣ $2a$, ши лнмѣлцеск пе ал догле
 термин афлат — b прин $2a - b$; скрію пе
 продѣктѣл — $2ab + b^2$ кѣ семне контра-
 ріе сѣв ачѣ лнтзѣ рзмзшицз; ши прекум,
 дупз че сз ва фаче рздзкціа, нм вине 0 , л-
 кей кѣмкз рздзчина ексактз есте $a - b$.

92. Фіе гарзш кѣтимѣ $a^2 + 2ab + b^2 + 2ac + 2bc + c^2$ а кзріа сз чере рздзчина
 квадратз.

$$\left. \begin{array}{l} \text{Квадрат } a^2 + 2ab + 2ac + b^2 + 2bc + c^2 \\ - a^2 \end{array} \right\} \begin{array}{l} a + b + c \text{ рѣдичинъ} \\ \hline 2a + b \end{array}$$

$$\text{I. Рѣзшицъ.. } 2ab + 2ac + b^2 + 2bc + c^2 \quad 2a + 2b + c.$$

$$\quad \quad \quad - 2ab - b^2$$

$$\text{II. Рѣмъшицъ } 2ac + 2bc + c^2$$

$$\quad \quad \quad - 2ac - 2bc - c^2$$

Скріица кѣтнимѣ дѣпз че сѣ ва ордона ли привирѣ литерій а, знк: рѣдичина квадратъ де a^2 есте а, каре скріѣ азтѣре, тар лидоітѣла де $2a$ дедесѣт. Лицлцжнд пе а ла квадрат, ши сѣбтрзгжндѣла, ам де лнтзе рѣзмъшицз $2ab + b^2 + 2ac + 2bc + c^2$.

Дрептачеа лмпзрцеск пе терминиѣ лнтзіѣ а ле ачестей рѣзмъшице прии $2a$, шиѣ скріѣ кѣторѣла b ла рѣдичиниз ши дедесѣт, азтѣре кѣ $2a$, лмѣлцзск пе b прии $2a + b$, ши дѣпз че воѣ сѣбтраѣе продуѣктѣла ачій лнтзѣ рѣзмъшице ам де а доѣла рѣзмъшицз $2ac + 2bc + c^2$.

Сокотінд апоѣ тоате челе че ам скріс ла рѣдичинз ка ѣн лнтзіѣ термин, ши пе ачела пе карле ил каѣт ка ал доале, лидоеск рѣдичина, ши маѣ скріѣ лнкз пе дедесѣпт $2a + 2b$. Лмпзрцеск тоатз партѣ ал аче-

карле есте $a^3 + 3 a^2 b + 3 a b^2 + b^3$, сж ва
ведѣ кѣмкѣ кѣбѣл ѡнѣн винѡм есте компѣс
дин кѣбѣл ачелѣн лнтѣн термин а рѣдѣчиней
(a^3); дин тринѣл квадрат а лнтѣлѣлѣн термин
лнтѣлѣлѣл принѣл донле ($3 a^2 b$); дин лнтринѣл
квадрат. де ачел ал донле, лнтѣлѣлѣл принѣ
ачел лнтѣн ($3 b^2 a$), ши дин кѣбѣл ачелѣн ал
донле (b^3). Дин каре сж лнкев ѡрмѣтоаре Ре-
гѣлѣ.

94. I.) Сж се ордонѣзе кѣтимѣ лн при-
вирѣ ѡней литере ка сж фие ѡн кѣе деплин,
II.) Сж се екстрагѣ дѣлѣз кипѣл мономилор
рѣдѣчина кѣбѣл дин ачел лнтѣн термин, ши
скрѣсѣз алѣтѣре. ка лнтѣлѣл термин а рѣдѣчи-
ней; III.) Сж се лналѣлѣл пе ачест лнтѣн
термин ал кѣе, ши сѣбѣтрѣгѣлѣл де ал кѣ-
тимѣ пропѣсѣз, сж се скрѣе рѣмѣшица дедесѣлт;
IV.) Дмпѣрѣцаскѣсѣз лнтѣлѣл термин ал ачестей
рѣмѣшица прин лнтринѣл квадрат ачелѣн
лнтѣн термин а рѣдѣчиней, ши гѣсѣз кѣ-
торѣл дрепт ал донле термин кѣѣтат.

Фие кѣтимѣ $a^3 + 3 a^2 b + 3 a b^2 + b^3$ дин каре
сж кѣѣтѣз рѣдѣчина кѣбѣлѣл.

Е к с е м п л а ш .

$$\left. \begin{array}{r} \text{Къвѣ... } a^5 + 3a^2b + 3ab^2 + b^5 \\ - a^5 \\ \hline \end{array} \right\} \frac{a+b}{a+b} \text{ рѣдѣчина къвѣкъ.}$$

$$\text{I. Рѣмѣшиць } 3a^2b + 3ab^2 + b^5 \\ - 3a^2b - 3ab^2 - b^5$$

$$\text{II. Рѣмѣшиць } - - - - 0.$$

Дѣпѣ че сѣ ва орѣона , прѣкъм маѣ сѣс сѣ веде , ѣик : рѣдѣчина къвѣкъ де a^5 есте a , ка ре скрѣѣ алѣтѣре . Дѣжнѣ къвѣл еѣ a^5 , на срѣѣ къ ѣн семн контрарѣѣ сѣв кътнмѣ прѣпѣсѣ ; ши апоѣ рѣдѣкъжнѣ , ам де лѣнтѣе рѣзмѣшиць $3a^2b + 3ab^2 + b^5$.

Фѣинѣ къ лѣнтѣѣл термин а ле ачестѣѣ рѣзмѣшице оре сѣ къпринѣѣ пе лѣнтрѣнтѣл квадрат ачелѣѣ лѣнтѣѣ термин а рѣдѣчинѣѣ , лѣнмѣлцѣт прин ал доиле , спре а лѣѣ пе ачест ал доиле , лѣмпѣрѣцѣск пе ачел лѣнтѣѣ термин а ле ачестѣѣ рѣзмѣшиць прин лѣнтрѣнтѣл квадрат де a ка риле есте $3a^2$, тар къторѣл ва фи b . Спре а лѣ лѣнтрѣнтѣл къвѣкъ ачеста есте ал доиле термин , еѣ пе лѣнтрѣнтѣл квадрат ачелѣѣ лѣнтѣѣ лѣнмѣлцѣт прин ал доиле ($3a^2b$) , лѣнтрѣнтѣл квадрат де ал доиле лѣнмѣлцѣт прин ачел лѣнтѣѣ ($3ab^2$) , къвѣл де ачел ал доиле

(b^3), ши ле скріѣ хѣ семне контраріе сѣѣт ачѣ
лнтѣн рѣмѣшнцѣ. Фіннд кѣ тоате термінеле
сѣ нимическ, лнкеѣ кѣ $a + b$ есте рѣдѣ-
чина ексактѣ а кѣтмемѣ пропѣсѣ.

95. Дѣкѣ ачел лнтѣн термин а кѣтмемѣ
пропѣсѣ ар авѣ ѣн коефнціент нѣмерк, атѣнче
рѣдѣчина и сѣ ба екстраѣе дѣпѣ кипѣл нѣме-
рилор каре саѣ арѣтат лн Аритметикѣ (156
пѣнѣ 187).

Дѣкѣ рѣдѣчина кѣбикѣ аре сѣ фіе маѣ мѣлт
декѣт ѣн бнном, апсѣ дѣпѣ че сѣ вор фн а-
флат ачеле доѣ днтѣн термине, приѣ ме-
тодѣл лнсѣмнат ла. §. 93, сѣ ба кѣѣта ал трі-
иле, сокотинд ачеле доѣѣ термине афлате
дрепт лнтѣн термин, гѣр ачела че сѣ кѣѣтѣ
дрепт ал доиле.



ДЕСПРЕ ФРАКЦІІ,

96. Лн трактатѣл де Аритметикѣ ам дат
дефиниціа фракціилор ши рѣгѣлиле че аѣ а сѣ
ѣрма спре а оперѣн деосебнте префачерѣ, фѣрѣ

а скимба а лор валоре, Тот ачеле операций сз фак ши асупра кэти милор алцебранче.

Дн Алцебрз ка ши дн Аритметикз фракція сз експримѣзз прин доаж нѣмере, дин каре ынѣ аратз дн кэте пзрцѣ тотѣл саѣ дмпзрцит, ши кареле сз нѣмеще Н ъ м и т о р; тар алѣл аратз кэте де ачесте пзрцѣ саѣ лѣат, ши сз нѣмеще Н ъ м з р з т о р. Фракціиле сз скріѣ аша: $\frac{a}{b}$; а есте н ъ м з р з т о р тар b н ъ м и т о р ѣ л.

Р з д ъ к ц і а ф р а в ц і и л о р л а т е р м и н е м а ѣ м и ч ѣ .

97. Рзджкціа фракціилор ла термине маѣ мичѣ сз фаче дмпзрциндѣсз нѣмзрзторѣл ши нѣмиторѣл тот прин о кэтиме. Дс ексемпав, спре а рзджче $\frac{a d}{b d}$, сз ва лѣа d де дмпзрциторѣ комѣн, ши атѣнче ва еши $\frac{a}{b} = \frac{a d}{b d}$.

98. Фіешкаре дмпзрциторѣ ексакт а ынѣ мзримѣ есте асемине ексакт дмпзрцитор а мѣлтиплілор (адикз а нѣмзрѣлѣнѣ днмѣлцит) а ле ачестей мзримѣ. Дѣкз d есте ексакт дмпзрциторѣ де b , а поѣ ел есте асемине ши де ab ; днмѣлцитѣл лѣн b , сокотиндѣсз кз a есте

Ѹн нѸмзр лнтрег, адикз, кз дѣкз d сз кѸ-
принде ексакт л b , апоѸ де асемине ел есте
ексакт кѸпрник лн фіешкаре мѸлтиплаѸ де b .
ДечѸ, дѣкз d есте кѸпрник ексакт де тріѸ орѸ
л b , апоѸ ел есте. кѸпрник де чинчоріѸ май-мѸлт
л $5b$.

99. Фіешкаре лмпзрциторѸ ексакт а пзрци-
лор ѸнѸ тотѸ есте де асемине лмпзрцитор
ексакт а тотѸлѸѸ. Дѣкз $a = b + c$, ши кз
 d сз фіе лмпзрциторѸ де b ши де c , апоѸ
ел. есте асемине лмпзрциторіѸ ши де a ; кзч,
дѣкз d лмпзрцеѸе ексакт пе b ши пе c , апоѸ ел
ва лмпзрци ексакт пе a де каре b ши c сѸнт
довж пзрциѸ. Тот ачѣста ѸрмѣзѸ ши пентрѸ
лмпзрциторѸл ексакт а тотѸлѸѸ ши а ѸнеѸ
дин пзрциле сале; ел асемине есте лмпзрци-
торѸ ексакт а ѸеѸлантеѸ пзрциѸ каре, кѸ ачѣ лн-
тзѸ, алкзтѸеск пе тотѸл. ДечѸ, лн ексе-
плаѸ сѸс лнсзмінат, дѣкз d лмпзрцеѸе ексакт
пе a ши пе b , ел асемине ва фи лмпзрцитор
де c че есте алтз парте де a .

Рз дѸ черѣ фракцінлор ла тот ачел
нѸмитор.

100. Лн ачѣста сз ѸрмѣзѸ ла АлѸебрѸ

тот ачел метод че ши ли Аритметикз. Деч,
 спре а рздуче фракциале $\frac{a}{b}, \frac{c}{d}$, сз кѳвине ли-
 мѳлци пе амжндѳж термине а ши б ачѳ ли-
 тзѳ фракциѳ прин d, че есте нѳмиторѳ ачѳ ал
 доле, ши вом авѳ пентрѳ ачѳ ли тзѳ $\frac{a d}{b d}$.

Асемине сз кѳвине ли мѳлци пе амжндѳж
 термине c d ачѳ ал доле прин b, нѳмиторѳ
 ачѳ ли тзѳ, ши вом авѳ $\frac{b c}{b d}$. Дечѳ амжн-
 дѳж фракциѳ рздуче вор фи $\frac{a d}{b d}$ ши $\frac{b c}{b d}$ каре авѳ
 тот ачел валоре че ши ачеле дин тзѳ $\frac{a}{b}$ ши $\frac{c}{d}$.

Рздуче рѳ ѳнѳѳ ли трег ли фракциѳ.

101. Спре а рздуче ѳн ли трег ли фракциѳ,
 ли Алгебрѳ ка ли Аритметикз, сз кѳвине а
 да фракциѳѳ ѳ ѳнѳме де нѳмиторѳ. Де ексем-
 плѳ: $a = \frac{a}{1}$, ши вонд а авѳ ѳн алт нѳми-
 торѳ декѳт ѳнѳме, преѳѳм де ексемплѳ: b,
 сз ва а фла $a = \frac{a b}{b}$.

Рз дѣ черѣ фракціи лор ла
лнтреѣй.

102. Спре а рз дѣче фракціѣ ла ѡн лнтрег,
сз кѡвине, лн Алцебрз ка лн Аритметикз,
ка нѡмзрзторѣл сз фіе маѣ маре, сѣѣ мз-
кар атѣт дѣ маре ка нѡмиторѣл. Нѡмзрзто-
рѣл сз лмпзрцзше прин нѡмиторѣл, атѣнче кѡ-
торѣл есте лнтрегѣл сѣѣ валора фракціѣ.

Дечѣй, $\frac{a b}{b} = a$, а семине $\frac{a b d}{a d} = b$; лн-

сз лн Алцебрз лесне есте а бндѣ кз ачѣстз
рз дѣчере нѣ сз поате фаче декѣт кѡнд сѣнт
литере еквале ла нѡмзрзторѣ шн ла нѡмиторѣ.

Аша дар фракціа $\frac{a d}{b}$ нѣ сз поате рз дѣче
ла лнтреѣй.

Де Адициа фракціи лор,

103 Пентрѣ де а адѣна доѡж сѣѣ маѣ
мѡлте фракціѣ лн Алцебрз ка шн лн Арит-
метикз, тревѣй маѣ лнтзѣ а ле рз дѣче ла
тот ачел нѡмиторѣ, де нѣ ле аѣ де о потрн-
вз, шн дѣпз ачѣста а адзоѣн ла ѡн лок пе
нѡмзрзторѣй, лзсѣндѣ пе нѡмиторѣл комѣн.
Фіе, де ексемплѣ, амѣндѡѡж фракціѣ $\frac{a}{b}$ шн $\frac{c}{d}$

каре сз кѣвин а сз адѣна, еѣ ле рздѣк ла ѡн нѣмиторѣ, прии каре сз префак $\uparrow \frac{a d}{b d}$ ши $\frac{b c}{b d}$; дѣпз каре еѣ адаог нѣмай пе нѣмзрзторѣ, лзсѣндѣле пе нѣмиторѣл комѣн. Сѣма есте
$$\frac{a d + b c}{b d}$$

104. Ла лнтѣмпларе кѣнд ар вон а сз дѣдѣци ѡн лнтрег ши о фракціе кѣ ѡн лнтрег ши кѣ о фракціе, сз кѣвине адѣна лнтрегѣл кѣ лнтрегѣл гар фракціа кѣ фракціа (вез лнтрегѣл ачѣста лн Аритметикѣ деспре фракціѣ).

Де Сѣвтраце рѣ фракцін лор.

105. Воинд а сѣвтраце о фракціе де ла о фракціе, кѣнд еле дѣ деосѣвицѣ нѣмзрзторѣ, атѣнче сз рздѣк ла тот ачел нѣмиторѣ, ши апоѣ сз скаде нѣмзрзторѣл ачѣй пе каре о вонм сѣвтраце де ла нѣмзрзторѣл ачелантеѣ, лзсѣндѣле ѡн нѣмиторѣ комѣн. Операциа сз фаче ка лн Аритметикѣ. Де ексемпляр : дѣкѣ дѣ ла фракціа $\frac{a}{b}$ ам вон а сѣвтраце пе $\frac{c}{d}$ требѣн май нанште а ле рздѣче ла ачелаш нѣмиторѣ, прекѣм

ам зис ла адіціе, ши ачесте доѡж фракціѡ вор фи
 $\frac{a d}{b d}$ ши $\frac{b c}{b d}$ каре аѡ тот ачѣ валоре ши тот ачел
 нѡмиторю; дѡпз ачѣста сз скаде пѣ нѡмзрз-
 торѡла $b c$ а фракціѡ а доѡа де ла нѡмзрзторѡла
 ачѡѡ лнтзѡ, ши вом авѣ $\frac{a d - b c}{b d}$, каре есте
 диференціа ачелор доѡж фракціѡ пропѡсе.

Пентрѡ де а свѣтраѡе пе ѡн лнтрег, ши пе о
 фракціе де ла ѡн лнтрег ши де ла о фракціе,
 сз ва ѡрма тот ачѣ регѡлз че ши пентрѡ свѣ-
 траѡерѣ ординарз: Сз скад лнтрециле де ла
 челе лнтреѡѡ ши фракциле де ла фракціѡ, пре-
 кѡм саѡ зис.

Д е л н м ѡ л ц и р ѣ ф р а к ц и и л о р .

106. Пентрѡ лнмѡлцирѣ фракціилор Алге-
 браиче, сз вор ѡрма тот ачеле регѡле че ши
 пентрѡ лнмѡлцирѣ фракціилор, лн Аритмети-
 кз.

Дечѡѡ, продуктѡла де $\frac{a}{b}$ прин c есте $\frac{ac}{b}$, гѡр
 протѡктѡла де $\frac{a}{b}$ прин $\frac{c}{d}$ есте $\frac{ac}{bd}$.

Саѡ взѡѡт кз, пентрѡ де а адѡна сѣѡ а
 скзѡѣ фракціѡѡ, сз кѡвине а ле рзѡѡче ла тот

ачелаш нѣмиторѣ. Ачѣстз рздѣчере нѣ есте де тरेѣинцз нич пентрѣ лнмѣлцирѣ. нич пентрѣ лмпзрцирѣ фракціилор.

Де Лмпзрцирѣ Фракціилор.

107. О фракціе поате фи лмпзрцитз прин ѣн лнтрег сѣѣ прин о алтз фракціе сѣѣ ѣн лнтрег прин о фракціе.

Пентрѣ де а лмпзрци о фракціе прин ѣн лнтрег лн Алѣебрз ка ши лн Аритметикз, сз кѣвине лнмѣлци пе нѣмиторѣл фракціѣ прин лнтрегѣл кариле есте лмпзрциторѣл, лзсѣнд тот ачел нѣмзрзторѣ. Де ексемплѣ, пентрѣ де а лмпзрци $\frac{a}{b}$ прин с, сз кѣвине лнмѣлци пе нѣмиторѣл b прин с, ши кѣторѣл ва фи $\frac{a}{bc}$.

Спре а пѣтѣ лнцзлеѣе кѣвѣнтѣл ачестеѣ операціѣ, сз кѣвине лѣаминте кз, воинд а лмпзрци $\frac{a}{b}$ прин с, сз кѣѣтз о алтз каре сз фие нѣмай паргѣ сзмнѣнтз де кзтрз лмпзрциторѣл с.

Пентрѣ де а лмпзрци о фракціе прин о фракціе, треѣѣе а лнмѣлци пе нѣмзрзторѣл фракціѣ лмпзрциторѣл прин нѣмиторѣл фракціѣ лмпзрциторѣлѣѣ. Продуктѣл ва фи нѣмзрз-

торѣа кзторѣаѣн; дѣпз ачѣста сз кѣвине лн-
мѣлци пе нѣмиторѣа а лмпзрцитѣаѣн прин
нѣмзрѣзторѣа а лмпзрциторѣаѣн ши продѣктѣа
ва фи нѣмиторѣа кзторѣаѣн. Де ексемпла, дѣкз
воим а лмпзрци фракція $\frac{a}{b}$ прин $\frac{c}{d}$, кзторѣа ва фї
 $\frac{a d}{b c}$; дар дѣкз фракціиле ар авѣ тот ачел нѣ-
митор, атѣне дестѣа есте а лмпзрци пе нѣ-
мзрѣзторѣа а лмпзрцитѣаѣн прин нѣмзрѣзто-
рѣа а лмпзрциторѣаѣн. Анкѣт, кзторѣа де
 $\frac{a}{b} + \frac{c}{b}$ есте $\frac{a b}{b c}$ сѣѣ $\frac{a}{c}$ прекѣм маѣ сѣс ам зис,
лмпзрцинд пе нѣмзрѣзторѣа кзторѣаѣн прин
ачест нѣмиторѣа.

Пентрѣ де а лмпзрци пе ѣн нѣмзр лн-
трег прин о фракціе, сз кѣвине рздѣче пе
лнтрегѣа ла о фракціе каре сз анѣе ѣнме де
нѣмиторѣа, ши дѣпз ачѣста а оперѣи ка пѣнтрѣ
лмпзрцирѣ ѣнеѣ фракціѣ орин о фракціе.

Ам вззѣт кз кзторѣа де $\frac{a}{b}$ прин c есте
 $\frac{a}{bc}$; кзторѣа де $a = \frac{a}{1}$ прин $\frac{c}{d}$ есте $\frac{ad}{c}$.

Спре а лмпзрци пе ѣн лнтрег ши пе о фракціе
прин ѣн лнтрег ши прин о фракціе, тревѣе а
рздѣче пе лмпзрцитѣа ла о синѣрѣз фракціе,

ши асемине пе лмпзрциторѣла ла о сингѣрѣ фракціе, ши апоѣ а лмпзрци пе ачѣ лнтѣѣ прин ачѣ а доѣла. Дар дѣкѣ фракція каре есте де лмпзрциторѣ ар фи маѣ микѣ декѣт ѣнимѣ, атѣнче кѣторѣла ва фи маѣ маре декѣт лмпзрцитѣла, ноѣ вом да ѣн ексемпѣл прин цифре. Фіе фракція $\frac{5}{6}$ а сѣ лмпзрци прин $\frac{2}{3}$, кѣторѣла ва фи $\frac{1}{2} = 1$ кариле есте маѣ маре декѣт лмпзрцитѣла $\frac{5}{6}$. Резонѣла есте, кѣ кѣторѣла есте кѣ атѣта маѣ маре кѣ кѣт лмпзрциторѣла есте маѣ мик. Дечѣѣ, дѣкѣ лмпзрциторѣла есте ѣнине, кѣторѣла есте еква кѣ лмпзрцитѣла; лнкѣт, дѣкѣ лмпзрцитѣла есте маѣ мик декѣт ѣнимѣ, кѣторѣла треѣѣ сѣ фіе маѣ маре декѣт лмпзрцитѣла. Пре лѣнѣгѣ ачесте, лмпзрцитѣла есте ла лмпзрциторѣла преѣѣм кѣторѣла есте ла ѣнине, ши лмпзрцитѣла есте ла кѣторѣла преѣѣм лмпзрциторѣла есте ла ѣнине; дечѣѣ, дѣкѣ лмпзрциторѣла есте маѣ мик декѣт ѣнимѣ, асемине ши лмпзрцитѣла есте маѣ мик декѣт кѣторѣла.

Маѣ пѣтем адѣѣѣн кѣ, дѣкѣ сѣ лмпзрцеѣѣ прин о фракціе маѣ микѣ декѣт ѣнимѣ, атѣнче сѣ каѣтѣ де кѣте орѣ ачѣстѣ фракціе е-

сте кърпикъ лн лмпзрцитѣл. Де екземплав:
дѣккз ар фи 100 а сз лмпзрци прии $\frac{1}{2}$, ве-
дерат есте кк $\frac{1}{2}$ сз кърпикде лн 100 маѣ
мѣлт декѣт де о сѣтз орѣ.

Де лнформарѣ пѣтерилор
де фракциѣ.

108. Дѣпз тоатѣ кѣте саѣ зис пкнз акѣма,
есте фолрте ѣшор а лнцзлеце дѣѣстз опе-
раціе.

Пентрѣ де а авѣ квадратѣл ѣнеѣ фракциѣ;
треѣѣ а лнцзла пе нѣмзрѣторѣл ши пе нѣ-
миторѣл, фіеш каре ла квадратѣл сѣѣ. Лн-

кѣт, квадратѣл де $\frac{a}{b}$ есте $\frac{a}{b} \frac{a}{b}$; квадратѣл де
 $\frac{a+b}{c}$ есте $\frac{a^2 + 2ad + d^2}{c}$; кѣѣл де $\frac{a}{b}$ есте $\frac{a^3}{b^3}$.

Сз парѣ кѣмкз квадратѣл, сѣѣ орѣ каре
алтз пѣтере маѣ лналтз де о кѣратѣ фракціе,
есте маѣ микк декѣт фракціа; де екземплав,
квадратѣл де $\frac{1}{2}$ есте нѣмаѣ цѣмзтатѣ де $\frac{1}{2}$;
квадратѣл фракциѣ $\frac{1}{2}$ есте нѣмаѣ а са трѣиме, ши
квадратѣл де $\frac{1}{4}$ есте нѣмаѣ а са патрѣиме.

Д е е к с т р а ц е р ъ р з д з ч и н и л о р
д е ф р а к ц и ѝ .

109. Пентрѹ де а екстраце рздзчиниле де фракциѝ литерале сѣѣ алцебранче, прекѹм пентрѹ ачеле а нѹмерилор, сѣ кѹвине маѝ наннте а екстраце рздзчина дин нѹмзрзторѹ ши а поѝ ачел дин нѹмиторѹ.

Рздзчина квадратз де $\frac{a}{b} \frac{a}{b}$ есте $\frac{a}{b}$.

Рздзчина кубикз де $\frac{a^3}{b^3}$ есте $\frac{a}{b}$.

Дли деокше, пентрѹ де а екстраце ор че рздзчинз а ѹней фракциѝ, треѹѝ екстраце рздзчина асѹмзнатз а нѹмзрзторѹлѹѝ ши а нѹмиторѹлѹѝ фракциѝ. Кзч дѣкз, пентрѹ де а лнзлаца о фракцие ла квадратѹл ей, сѣ кѹвине лнзлаца пе нѹмзрзторѹл ши пе нѹмиторѹл, фиешкаре ла ал сѣѣ квадрат, дин ачѣста ѹрмѣзз кз пентрѹ де а екстраце рздзчина квадратз а ѹней фракциѝ треѹѝ а екстраце рздзчина дин нѹмзрзторѹ ши ачел дин нѹмиторѹ, фииндакз лнформарѣ пѹтерилор ши екстрацнрѣ рздзчинилор сѹнт операцѝй контрарѝй. Асемине

резонемент сз поате фдче асѡпра алтор рздзчині
прекѡм а трія, а патра, &.

Дѡ калкѡлѡл Радикално р.

110. Радикале сз нѡмеск кѡтимиле а-
фектате (каре аѡ) де ѡн семн радикал (де рздз-
чинѡз) прекѡм сѡнт $a \sqrt{b}$ сѡѡ $a \times \sqrt{b}$, $\sqrt{a a}$,
 $\sqrt{a - b}$, $\sqrt{64}$, $3\sqrt{5}$, &.

Ачесте кѡтимѡ де ши сз нѡмеск інкомен-
сѡравиле (немсѡсѡрѡтоаре) сѡѡ іраціона-
ле, кѡ тоате ачесте есте деосеѡире дитре
радикале ши кѡтимеле інкомесѡравиле, пенітрѡ кѡ
кѡтимѡ пот фи сзмнѡнте прин семнѡл радикал,
фѡрѡ а фи інкоменсѡравиле: прекѡм $\sqrt{a a}$,
 $\sqrt{64}$, че сѡнт тот ачеа че а ши 8.

Пре лѡнгѡ ачесте, інкоменсѡравилале пот фи
сзмнѡнте прин експоненте фрѡціоанале, ши а-
тѡнче ачеле інкоменсѡравиле нѡ сѡнт нѡмите
радикале. Ноѡ ам фост ѡис кѡ дѡкѡз радика-
лѡл есте сингѡр, фѡрѡ експонент, атѡнче сз
кѡвине а сѡпт дѡцѡлеѡе кѡ експонентѡл есте
2. Аша дар, $\sqrt{a a}$ ши $\sqrt{64}$ дѡсзмнѡѡѡз тот
ачеа че $\sqrt[3]{a a}$ ши $\sqrt[3]{64}$. Асемине ам фост
ѡис кѡ атѡнче кѡнд есте о линіе. тра-

сз дѣсѣпра а май мѣлтор кѣтимѣ, ачѣста е-
сте ѡн семн кз тоате ачесте кѣтимѣ алкзтѣ-
еск нѣмай о кѣтѣме. Дечѣ, $\sqrt{a+b}$ лнсзм-
нѣзз рздзчина де $a+b$ тар нѣ нѣмай де a .
Асемнне $\sqrt{b+c}$ \sqrt{a} сѣѣ $\sqrt{b+c} \times \sqrt{a}$ лн-
сзмнѣзз кз кѣтимнле b ши c сѣнт ѡна ши
алта лмѣлците прин \sqrt{a} ; дар $\sqrt{b+c}$ \sqrt{a}
лнсзмнѣзз кз нѣмай с есте лмѣлцит прин
 \sqrt{a} .

111. Асѣпра радикалилор сз фак тот аче-
ле операцѣе че ши асѣпра ачелор лнтреѣе, сз
май фак лнсз ши алтеле че ли сѣнт парти-
кѣлар лнсѣшите: 1), дѣкз ѡн радикал аре
вре о кѣтѣме деосевнтз де ѡнѣме, лнантѣ
сзмнѣлѣй радикал, сз поате стрзмѣта ачѣс-
тз кѣтѣме дѣпз, сѣѣ сѣѣ ачел сзмн, фзрз
лѣ снѣмѣ валоре. Де ачѣа требѣй лнзлца а-
чѣетз кѣтѣме каре сз афлз лнантѣ сзмнѣ-
лѣй ла пѣтерѣ сзмнѣитз де експонентѣл сем-
нѣлѣй, ши дѣпз ачѣста требѣй лнмѣлци ачѣс-
тз пѣтере прин кѣтимѣ радикалз, адекз а-
чѣа че сз афлз сѣѣ сзмнѣл.

Лнкѣт, $a \sqrt{b}$ сѣѣ $a \times \sqrt{b} = \sqrt{a^2 b}$. а с
 $\sqrt[3]{b} = \sqrt[3]{a^3 c^3 b}$. $5 \sqrt{3} = \sqrt{25} \times 3$ сѣѣ
 $\sqrt{75}$. Дѣкз лнантѣ сзмнѣлѣй радикал нѣ сз

афлаз кѣтиме, а тѣнче сз сокотеце тотдѣва
 шиме. Дикѣт, $\sqrt{75} = 1\sqrt{75}$.

112. Унеорѣ сз поате, речипрок, а стрѣмѣ-
 та днаниѣ семнѣлѣн о парте де ачае че сз
 афлаз сѣпт ачелш семн. Атѣнче, ачае че
 сз афлаз сѣв семн, треѣѣ сз фие продѣктѣл
 ѣнеѣ кѣтимѣн прин о пѣтере семнѣитѣ де экс-
 поментѣл семнѣлѣн радикал.

Дикѣт, $\sqrt{a^2 b} = a\sqrt{b}$, пентрѣ кѣ $a^2 b$
 есте продѣктѣл де b прин квадратѣл де a . А-
 семине $\sqrt[3]{a^3 c^3 b} = a c \sqrt[3]{b}$ $\sqrt{a^2 c} = a \sqrt{c}$ — $a^2 d = a$
 $\sqrt{c} = d$. $\sqrt{75}$ сѣѣ $\sqrt{25 \times 3} = 5\sqrt{3}$; ши
 прин ачѣста радикалѣне сз рѣдѣк ла о експресіе
 маѣ симплѣ.

113. Сз поате димѣлци сѣѣ дмпѣрци экспо-
 нентѣл а семнѣлѣн радикал, фѣрѣ а скимѣа ва-
 лора кѣтимеѣ. Пентрѣ ачѣста треѣѣн днѣлѣа
 ачае че сз афлаз сѣв семн ла пѣтерѣ семнѣитѣ
 прин димѣлцитѣрѣл, сѣѣ а екстраѣе рѣдѣ-
 чина пе каре о семнѣеце дмпѣрцитѣрѣл экспо-
 нентѣлѣн.

Де ексемплѣ: $\sqrt[2]{a} = \sqrt[6]{a^3}$, пентрѣ кѣ экспо-
 нентѣл 2 сѣѣ димѣлцитѣ прин 3, ши кѣ кѣти-
 6.

мѣ а саѣ рѣдникат ла а треа пѣтере.

Асеминѣ, $a \sqrt[3]{c^2} = a \sqrt[3]{c^8}$. Резонѣла ачестей операциѣ есте кѣ лнмѣлциндѣ пе експонентѣла а семнѣлѣнѣ радикал, кѣ атѣга сѣ лмпѣлциндѣлѣ кѣтимѣ афлѣтларе сѣе семнѣла кѣ кѣт сѣ алаѣце лнлѣлциндѣло ла пѣтерѣ лнлѣлцинтѣ де лмѣлцинтѣла.

Пентрѣ резонѣла опѣс, $a \sqrt[5]{c^6} = a \sqrt[5]{c^2}$, пентрѣ кѣ саѣ екстрас а треа рѣдѣлциндѣ дин c^6 , ши кѣ асемине саѣ лмпѣлцинт експонентѣла 15 прин 3.

114. Пентрѣ де а рѣдѣче доѣл радикале ла тот ачел експонент, сѣ лнтрѣлѣлциндѣлѣ трѣкѣлѣ операциѣ; сѣ лнмѣлцинт експоненти ѣнѣл прин алаѣла, ши фѣешкаре дин кѣгимиле радикале сѣ лнлѣлцинт ла пѣтерѣ прин каре сѣ лнмѣлцинт експонентѣла семнѣлѣнѣ сѣѣ.

Фѣе амѣндѣлѣ радикале $a \sqrt[3]{c}$ ши $b \sqrt[3]{d}$, каре трѣлѣнѣ а рѣдѣче ла тот ачел експонент. Лнмѣлцинт 2 прин 3, ши продѣлѣла 6 ва фн експонентѣла комѣн. Дѣлѣл ачѣста лнлѣлцинт с ла а треа пѣтерѣ, кар d ла а доѣла, пентрѣ кѣ експонентѣла ачелѣнѣ лнтѣнѣ радикал саѣ лнмѣлцинт

прии 3, ши кэ експонентѡл ачелѡй ал донле сѡѡ димѡлицит прии 2; ши ам амѡндѡж радикале $a \sqrt{c}$ ши $b \sqrt[6]{d^2}$ каре сѡнт де ачел валоре че ши ачеле доѡж динтѡй. Диндеобѡце, $a \sqrt[n]{c}$ ши $b \sqrt[p]{d}$ сѡнт еквиваленте кѡ $a \sqrt[np]{c^p}$ ши $b \sqrt[np]{d^n}$.

115. Операціиле челе комѡне ла дитреѡй ши ла радикале сѡнт: Аднѡіа, Сѡбтраѡерѡ, Димѡлицитѡ, Дмпѡрѡитѡ. Днформѡрѡ пѡтерилор ши екстраѡерѡ рѡдѡчинилор

116. Аднѡіа радикалилор сѡ фаче кѡ ачел а кѡтимилор алѡебрѡиче, ѡиндѡле ла ѡн лок кѡ тот ачеле семне $+ сѡѡ$ — каре ле пропѡшѡк. Днѡжт, сома де $a \sqrt{c}$ ши де $b \sqrt{d}$ есте $a \sqrt{c} + b \sqrt{d}$.

Дѡкѡ кѡтѡмиле радикале сѡнт тот ачеле, прекѡм ши експонентиле семнилор, атѡиче кѡтрѡ сома сѡ адаѡг кѡтимиле каре сѡнт нѡмѡй днѡнтѡтѡ семнилор. Де ексемплѡ: сома де $a \sqrt{c}$ ши де $b \sqrt{c}$ есте $a + b \sqrt{c}$; ачел де $a \sqrt{c}$ ши де \sqrt{c} есте $a + 1 \sqrt{c}$.

117. Пентрѡ де а сѡбтраѡе ѡн радикал де ла ѡн алѡѡ, сѡ скнѡмѡз семнѡл $+ сѡѡ$ — ал ачелѡй

Дикъят продуктѣла де $a \sqrt{c}$ прин $b \sqrt{d}$ есте $ab \sqrt{cd}$; продуктѣла де $a \sqrt{c}$ прин \sqrt{d} есте $a \sqrt{cd}$; продуктѣла де $\frac{a}{b} \sqrt{\frac{e}{f}}$ прин $\frac{c}{d} \sqrt{\frac{g}{h}}$ есте $\frac{ac}{bd} \sqrt{\frac{eg}{fh}}$.

119. Асемине ырмѣзъ ши пентрѣ лмпзрцирѣ, ын радикал поате фи лмпзрцит, сѣѣ прин ын лнтрег, сѣѣ прин о фракціе, сѣѣ прин ын алт радикал. Ла ачѣстз лмпрецираре сжнт ырзш доѣж регѣле а сз обсерва :

I.) Дѣкз лмпзрциторѣла есте ын лнтрег сѣѣ о фракціе, атѣнче требѣѣ а лмпзрци нѣмай ачела че сз афлз лнантѣ семнѣлѣѣ. Дикъят, кѣторѣла де $a \sqrt{b}$ прин c есте $\frac{a}{c} \sqrt{b}$; ачела де \sqrt{b} сѣѣ де $1 \sqrt{b}$ прин c есте $\frac{c}{c} \sqrt{b}$, &.

II.) Дѣкз лмпзрциторѣла есте ын радикал, атѣнче требѣѣ а лмпзрци пе амѣндоѣз кѣтимѣ а лмпзрцитѣлѣѣ прин ачеле а лмпзрциторѣлѣѣ. Ачѣ лнтѣѣ прин ачѣ лнтзѣѣ, а доѣла прин а доѣла. Дикъят, кѣторѣла де $a \sqrt{c}$ прин $b \sqrt{d}$ есте $\frac{a}{b} \sqrt{\frac{c}{d}}$; ачела де $a \sqrt{c}$ прин \sqrt{d} сѣѣ $1 \sqrt{d}$ есте $a \sqrt{\frac{c}{d}}$; ачела де \sqrt{c} прин $b \sqrt{d}$ есте $\frac{1}{b} \sqrt{\frac{c}{d}}$. Асемине, кѣторѣла де $ab \sqrt{cd}$ прин $b \sqrt{c}$ есте $a \sqrt{d}$; ачела де

$a \sqrt{c c - d d}$ прин $a \sqrt{c - d}$ есте $\sqrt{c + d}$.
 Къторѣл а лнтрѣгълѣн а прин $c \sqrt{d}$ есте
 $\frac{a}{c} \sqrt{d}$.

120. Пентрѣ де а лнзлаца пе ѣн рѣднкал ла
 о пѣтере, трѣвѣн лнзлаца ла ачѣстѣ пѣтере
 пе амандовѣж кътимѣн а радикалѣлѣн, а жтт пе
 ачаа че пропѣшеце пе семнѣл прѣкъм ши пе
 ачаа че жѣн ѣрмѣзѣж. Аша дар, къѣл де $a \sqrt{b}$
 есте $a^3 \sqrt{b^3}$; къѣл де $c \sqrt[3]{d}$ есте $c^3 \sqrt[3]{d^3}$
 $d^3 = c d$; пентрѣ къ $\sqrt[3]{d^3} = d$. Квадратѣл
 де $a \sqrt{b}$ есте $a^2 \sqrt{b^2} = a b$, пентрѣ къ
 $\sqrt{b} = b$.

121. Дѣкъ ам вои екстраѣе рѣдзчина дин
 ѣн радикал, апоѣ ар трѣвѣн а екстраѣе динтѣн,
 де ва фи къ пѣтницѣж, рѣдзчина асѣмѣнатѣ
 а доѣж кътимѣн афлѣтоаре лнаннте ши дѣ-
 лѣ сѣмнѣл. Рѣдзчина квадратѣ де $a^2 \sqrt{b^6}$
 есте $a \sqrt{b^2}$.

Сѣ поате къпѣта асемене рѣзѣлатат прин
 ѣн алт мнѣлок, стрѣмѣтѣнд сѣѣт семн къти-
 мѣ афлѣтоаре лнантѣ лѣн ши къ каре есте
 ѣнитѣ, ши лнмѣлцинд пе експонентѣл сѣмнѣ-
 лѣн прин експонентѣл рѣдзчинѣн. Лнкът, рѣ-

ДЪЗЧИНА а ТРЕА СЪЪ КЪБИКЪ ДЕ $a \sqrt[3]{b}$ ЕСТЕ $\sqrt[5]{a^3 b}$;
 РЪЗДЪЗЧИНА КВАДРАТЪ ДЕ $a b \sqrt[5]{c}$ ЕСТЕ $\sqrt[10]{a^2 b^2 c}$;
 РЪЗДЪЗЧИНА а ШЕСА ДЕ $\sqrt[3]{b}$ ЕСТЕ $\sqrt[12]{b}$.

Ачесте операциѣ дѣне челе че ам зис пзиз акѣма, нѣ дѣ липсѣ дѣ демонстрациѣ.

ДЕ КАЛКУЛА ПЪТЕРИЛОР.

122. ПЕНТРЪ ДЕ а ЛНЦЗЛЕЦЕ БИНЕ АЧЕСТ КАЛКУЛА, СЪ КЪБИНЕ АШ АДЪЧЕ АМИНТЕ ДЕ ЛНМЪЛЦИРЪ ШИ ДЕ ЛМПЪРЦИРЪ КЪТИМИЛОР АЦЕБРАИЧЕ.

ДЪПРЕ АЧЕЛЕ ЧЕ СЪЪ ЗИС ЛН АЧЕСТЕ ДОУЖ ОПЕРАЦИѣ, СЪ ВА ВЕДЪ КЪ a^2 ШИ a^{-2} СЪНТ КЪТИМИ ОПЪСЕ, АДЪКЪ, ДЪКЪ АЧЪ ЛНТЪИ ЕКВАЛЪЗЪ КЪ 10, а ДОУА ВА ЕКВАЛА МИНЪС 10, ДЕЧЪ, УНИМЪ ЕСТЕ МИЖЛОЧИТЪ ПРОПОРЦИОНАЛЪ ЛНТРЕ a^2 ШИ a^{-2} ; ДЕ АСЕМЕНЕ ЕСТЕ ПЕНТРЪ a^4 ШИ a^{-4} , ПЕНТРЪ a^4 ШИ a^{-4} . СЪ СОКОТИМЪ КЪ а ЕКВАЛЪЗЪ 10, АТЪНЧЕ a^2 ВА ЕКВАЛА 100 ШИ a^{-2} СЪЪ $\frac{1}{a^{-2}} = \frac{1}{100}$.

123. ПЕНТРЪ ДЕ а ЛНЗЛЦА О КЪМИМЕ а а о

пѣтере, сз кѣвше лнмѣлци пе експонентѣл ал ачестей кѣтимѣ при експонентѣл пѣтерей. А тринле пѣтерей де a сѣѣ a' ши де a^2 сѣнт a^5 ши a^6 . Пентрѣ де екстраце дин еле рѣдѣчина, сз лмпзрѣше експонентѣл пѣтерей при експонентѣл рѣдѣчиней. Дечей, лн есемплѣл де маей сѣс, рѣдѣчина кѣвкѣ де a^6 ес.е a^5 сѣѣ a^2 ; ача де a' есте a . Рѣдѣчина квадратѣ де a' есте a ; рѣдѣчина n де a^m есте a^n . Каре сз пот експрима лн ачест кип: $\sqrt[n]{a^m}$, &.

Лн деовше сз полте лнтревѣшица семнѣл радикал пентрѣ де a семнѣн о пѣтере а кзрїа експонент есте о фракцие, лѣжнд де екпонент а семнѣлѣй радикал пе нѣмнторїѣл фракциї, ши лѣжнд пе нѣмзрѣторїѣл де експонент а пѣтерей $b^{\frac{5}{2}} = \sqrt[2]{b^5}$ ши $a^{\frac{1}{3}} \sqrt[5]{a^2}$ сѣѣ $\sqrt[5]{a}$; асемине $b^{-\frac{m}{n}}$ сѣѣ $b^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{b^m}$.

124. Дин ачеле че ам жис, сз веде кз радикалиле а ѣней мзримей пот фи сокотите канише пѣтерей а кзрора експоненте сѣнт фракционаре. Аша дар, рѣдѣчина квадратѣ де a

есте $a^{\frac{1}{2}}$; рздзчина кѡвнкз де b есте $b^{\frac{1}{2}}$, ши рздзчина а патра де a есте $a^{\frac{1}{2}}$, **Ѣ**.

Дечй кѡ рздзчинале сз поате оперѡи ка кѡ пѡтерй. Дикѡт, прекѡм спре а лнмѡлци a^2 прин a^5 , требѡй адѡна пе експоненти, де а-семине пентрѡ де а лнмѡлци $a^{\frac{1}{2}}$ прин $a^{\frac{1}{5}}$ сз вор адѡна експонентале, ѡр продуктѡл ва фи $a^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{5} = a^{\frac{7}{10}}$.

125. Кѡтнмале каре дѡ експоненте негативе пот фи сокотиче ка нице дѡевзрате пѡтерй де фракций: фи де ексемпѡл, $a = 10$ a^{-3} сѡѡ $\frac{1}{a^3} = \frac{1}{1000}$ ва фи а треа пѡтере а фракций $\frac{1}{10}$. Дин каре сз веде кѡмкз кѡ ачесте кѡтнмй сз поате оперѡи ка кѡ пѡтериле ординаре.

Дн ѡрмарѡ ачелор зисе, ѡшор сз поате лнцзлеце методѡл де а фаче калкѡле асѡпра пѡтерилор. Ддестѡл сз ва лзмѡри ачѡста кѡ кѡтева ексемпле.

126. Пентрѡ де адѡна ла ѡн лок оарекаре пѡтерй, сѡѡ пентрѡ де а сѡетраце о пѡтере де ла о алтз, сз кѡвине ѡрма регулилор челор ординаре. Сома де $3a^m$ ши де $5a^m$ есте $8a^m$; сома де a^5 ши a^3 есте $a^5 + a^3$;

сома де a^5 ши де a^{-5} есте $a + a^{-5}$; сома де a^4 ши де $-b^2$ есте $a^4 - b^2$. Деосебирѣ де $6a^5$ ши де $2a^5$ есте $4a^5$: ачел де a^m ши де a^n есте $a^m - a^n$; деосебирѣ де a^m ши де a^{-n} есте $a^m - a^{-n}$: ачел де a^m ши де $-b^n$ есте $a^m + b^n$. Ли тоате ачесте екземпле де съвтрацере ноӱ ам скъзъят а дова мзриме де ла ачѣ ли тѣӱ.

127. Пентрѣ де а ли мѣлци пѣтериле ӱнеӱ мзримӱ, требѣӱ адѣна пе експонентеле пѣтерилор .

$$a^r \times a^s = a^8; \quad a^r \times a^{-s} = a^{r-s} \text{ сѣӱ } a^r;$$

$$a^{\frac{r}{p}} \times a^m = a^{\frac{r}{p} + m}; \quad a^{\frac{m}{n}} \times a^{\frac{r}{s}} = a^{\frac{m}{n} + \frac{r}{s}} = a^{\frac{ms + nr}{ns}}.$$

128. Дар дакъ пѣтериле аӱ деосебите мзримӱ, атѣнче сз пѣн ӱна алтѣре кѣ алта, фзрѣ а адѣна експонентиле . $a^r \times b^s = a^r b^s$;

$$a^m \times b^{-n} = a^m b^{-n}. \quad \text{Дар, } b^{-n} = \frac{1}{b^n}, \text{ дечӱ } a^m$$

$$b^{-n} = a^m \times \frac{1}{b^n} = \frac{1 a^m}{b^n} \text{ сѣӱ } \frac{a^m}{b^n}; \quad \text{дечӱ, } a^m b^{-n}$$

$$= \frac{a^m}{b^n}. \quad \text{Бине ва фи де а сз практиси адесеорӱ$$

ли операций де ачест фелӱ.

129. ПентрѸ де а лмпзрци о пѸтере а Ѹ-ней мзримѸ прин о алтз пѸтере де тот ачел мзриме, сз кѸвине а сѸвтраѸе пе експонентѸл лмпзрциториѸлѸй де ла експонентѸл а лмпзрцитѸлѸй. ДикѸт, кѸторѸл де a^5 прин a^2 ши $a^5 : a^2 = a^3$; кѸторѸл де a^4 прин $a^3 = a^4 - 3 = a^{13}$, &c. ДѸкз пѸтериле сѸнт де деосевенте мзримѸ, атѸнче кѸторѸл есте о фракцие. КѸторѸл де a^5 прин b^2 есте $\frac{a^5}{b^2}$; ачела де a^m прин b^{-n} есте $\frac{a^m}{b^{-n}}$. Дар, $b^{-n} = b^{\frac{1}{n}}$; лнсз кѸторѸл де a^m прин $\frac{1}{b^n}$ есте $\frac{a^m b^n}{1}$. ДечѸй, $\frac{a^m}{b^{-n}} = a^m b^n$, каре ера а сз демонстра.

130. Дин ачесте сз веде кѸмкз Ѹи експонент негатив поате пѸрѸрѸ сз се префакз л позитив, стрзмѸтѸнд пѸтерѸ де ла нѸмзрзторѸ ла нѸмиторѸ, сѸѸ де ла нѸмиторѸ ла нѸмзрзторѸ. ДикѸт, b^{-n} сѸѸ $\frac{b^{-n}}{1} = \frac{1}{b^n}$; $ab^{-n} = \frac{a}{b^n}$; $\frac{a}{b^{-n}} = ab^n$.

131. Асемине сз поате рздѸче о фракцие ла лнтрег, пѸндз пе нѸмиториѸл лн локѸл нѸ-

мързторѣвлѣн, нѣмаѣ сз кѣвине скимѣа семнѣа
нѣмиторѣвлѣн. Ексемплав: $\frac{a}{b^2} = ab^{-2}$, ши $\frac{a}{b^{-2}}$
 $= ab^2$.

132. Дѣкз ам вон лнхлца о пѣтере ла о
латз пѣтере, атѣнче сар кѣвени лнмѣлци пе
експонентѣа дѣнѣ лнтзѣн прин експонентѣа дѣнѣ
а доба. Пѣтериле $\frac{5}{2}$ ши $-\frac{5}{2}$ дѣе a^4 сѣнт $a^{\frac{1-5}{2}}$
ши a^{-2} сѣѣ a^6 ши a^{-6} . Пѣтериле $\frac{r}{s}$ ши
 $-\frac{r}{s}$ дѣе $a^{\frac{nr}{ns}}$ сѣнт $a^{\frac{nr}{ns}}$ ши $a^{-\frac{nr}{ns}}$ че еквалѣзз
кѣ $\frac{1}{a^{\frac{nr}{ns}}}$, &.

133. Пентрѣ дѣ а екстраѣе о рздзчинз дин
о пѣгерѣ, сз кѣвине лнпзрци пе експонентѣа
а пѣтерѣн прин експонентѣа рздзчинѣн. Лн-
кѣт, рздзчиниле $\frac{2}{3}$ ши $-\frac{2}{3}$ а ѣнѣн пѣтерѣн,
дѣ ексемплав дѣ a^4 сѣнт $a^{\frac{1-2}{3}}$ ши $a^{-\frac{1}{3}}$ сѣѣ a^6
ши a^{-6} . Рздзчиниле $\frac{r}{s}$ ши $-\frac{r}{s}$ дѣе $a^{-\frac{m}{n}}$ сѣнт
 $a^{\frac{mr}{ns}}$ ши $a^{-\frac{mr}{ns}}$ сѣѣ $\frac{1}{a^{\frac{mr}{ns}}}$

Рздзчиниле $\frac{1}{r}$ ши $— \frac{1}{r}$ де a^{-nr} сжнт $a \frac{nr}{1}$ сѣѣ
 a^{-nr} ши $\frac{nr}{a}$ сѣѣ a^{-nr} .

Дин ачесте сз веде кз пентрѣ де а днзла-
ца о пѣтере ла о алтз пѣтере а кзрїа експо-
нент есте $\frac{3}{2}$ сѣѣ $— \frac{3}{2} \frac{r}{s}$ сѣѣ $— \frac{r}{s}$ сз кз-
внше оперѣи ка пентрѣ де а екстраѣе рздзчи-
на кѣр дин ачеле кѣтимѣ.

Д Е Е К В А Ц І Ї .

134. Еквациа сз нѣмече ҃на сѣѣ маѣ
мѣлте кѣтимѣ еквалє кѣ ҃на сѣѣ кѣ маѣ
мѣлте алте кѣтимѣ.

Дв ексемплѣ, $8 = 5 + 3$ есте о еквациє
пентрѣ кз 8 есте о кѣтимє еквалз кѣ $5 + 3$.
Де асемене, сокотинд кз $a x - 2 b$ еквалѣ-
зз кѣ $4 c y + d$, вом авѣ еквациа $a x - 2 b$
 $= 4 c y + d$.

Ачєа че сз афлз ла стжнга семнѣлѣн де

ЕКВАЛИТАТЕ СЪ НЪМЕЩЕ МЪДЪЛАРЪА ЛЪТЪН, А ЧЕА ЧЕ ЕСТЕ СПРЕ ДРЪПТА, АА ДОІЛЕ МЪДЪЛАР ЛНЖЪТ, ЛН ЕКСЕМПАЛА ДЕ МАЙ СЪС, А $x - 2b$, ЛНТЪІА МЪДЪЛАР А ЕКВАЦІЙ, КЪПРИНДЕ ДОЪЖ ТЕРМИНЕ: А x ЕСТЕ ҪН ТЕРМИН, ШН — $2b$ ЕСТЕ АСЕМЕНЕ ҪН АЛТ ТЕРМИН. АСЕМЕНЕ, $4c$ У ШН $+ d$ СЖИТ ДОЪЖ ТЕРМИНЕ АЧЕЛЪЙ АА ДОНЛЕ МЪДЪЛАР А ТОГ АЧЕЙ ЕКВАЦІЙ.

135. ЛН ФІЕШКАРЕ ПРОБЛЕМЪ, СЖИТ МЪРИМЪЙ НЕКЪНОСКЪТЕ, КЪЧ ЛН АЛТ ФЕЛЮ НЪ АР ФН НЕВОЕ ДЕ А ФАЧЕ О ЛНТРЕВАРЕ. МЪРИМИЛЕ КЪНОСКЪТЕ СЛЪЖЪСК ДЕ ТЕРМИНЕ ДЕ КОМПРАЦІЕ (АЛЪТЪРАРЕ) СПРЕ А ПОВЪЦЪН КЪТЪРЪ КЪНОЦИНЦА ЧЕЛОР НЕКЪНОСКЪТЕ..

136. ЕКВАЦІИЛЕ СЖИТ ДЕ ДЕОСКЪНТЕ ГРАДЪРЪЙ, КАРЕ СЪ НЪМЕСК ДЪІНЪ ТЕРМИНЪА ҪНДЕ НЕКЪНОСКЪТЪА ЕСТЕ ЛНЦАЦАТ АА А СА ЧЪ МАЙ ЛНААЛЪ ПЪТЕРЕ. ЛНЖЪТ ЕКВАЦІИЛЕ СЖИТ ДЕ ГРАДЪА ЛНТЪЙ, ДЕ АА ДОНЛЕ ДЕ АА ТРІИЛЕ, ДЕ АА ПАТРЪЛЕ, ДЕ АА ЧИНЧИЛЕ \mathbb{C} , ДЪПРЕКЪМ НЕКЪНОСКЪТА ЕСТЕ ЛНЦАЦАТЪ АА ЛНТЪІА, А ДОЪА, А ТРІА СЪЪ А ПАТРА ПЪТЕРЕ. ЛНЖЪТ, О ЕКВАЦІЕ ЕСТЕ ДЕ ГРАДЪА ЛНТЪЮ, КЪІНД НЕКЪНОСКЪТА ЕСТЕ ДЕ ГРАДЪА ЛНТЪЮ. ДЕ АЧЕСТ ФЕЛЮ ЕСТЕ

еквація $x + b = c$ ши $ax + b = c$; Де ал доиле град, $x^2 = c$ ши $x^2 + ax = c$; де ал тріиле град, $x^3 + ax + bx = cdf$. А-емене есте ши пентрѸ алтеле. Еквацииле де градыл лнтзѸ сѸ нѸмеск симпле, пар челе-ланге компѸсе.

137. РежолѸция сѸѸ днзлегарѸ а фіешкрѸй проблеме сѸ разымз пе Ѹрмзтоаре Аксиомз: ДовѸ кѸтимѸ еквале, адовоите сѸѸ лм-пѸцинате деопотривз, требѸй пѸрѸре сѸ дее резултатѸрѸй еквале; дин каре ѸрмѸзз кѸмкз о еквацие нѸ сѸ ватзмз, де сѸ ва адовои кзтрз фіешкаре мздыларѸй сѸѸ де и сѸ ва скз-дѸ тот ачѸ кѸтимс; сѸѸ лнкз дѸккз амѸн-доѸ мздыларѸй сѸ лмѸлцеск сѸѸ сѸ лмпзрцеск прии тот ачел нѸмкр.

138. ПентрѸ де а транспорта термине де ла Ѹн мздылар а еквациѸй ла Ѹн алт мз-дылар, требѸй а ле скпримл (нимичі) лн ѸнѸл ши а ле скріе лн алтѸл; скимѸандѸле сем-ниле.

ДнкѸт, еквациа $ax - 26 = 4cy + d$ есте еквалз кѸ Ѹрмзтоаре: транспортѸнѸ — 26 ачелѸй лнтзѸй мздыларѸй. $ax = 4cy + d + 26$.

Сѣѵ лн цифре : $20 - 6 = 9 + 5$.

Вом авѣ, транспортанд — 6 ачелѵѵ лнтзѵѵ мздуларѣ ла ал донле, $20 = 9 + 5 + 6$.

Ачѣста операціе нѵ аре невое де де-монстраціе.

139 Ла екваціѵ сз лнтреѵѵнщагз лн-мѵлцирѣ, атѵнче кѵнд есте врс о фракціе дѣ скзѵѵт. Дрепачеа сз лнмѵлцирѣк тоате тер-миниле екваціѵ прин нѵмнторѣл фракціѵ че е-сте а сз сѵѵтраѵе. Фіе екваціа $\frac{x}{a} + b = z - d$ де ла каре есте а сз сѵѵтраѵе фракціа $\frac{x}{a}$. Треѵѵѵ лнмѵлци тоате терминеле еква-ціѵ прин нѵмнторѣл a , ши атѵнче ва еши ѵр-мзтоаре екваціе: $\frac{a x}{a} + a b = a z - a d$; лнсз $\frac{a x}{a}$ есте екваз кѵ x . Аша др лчѣ екваціе есте екваз кѵ ачѣста $x + a b = a z - a d$.

Дечѵѵ, сз веде кз л фракціа сѵѵтрасз, нѵмн-рзторѣл x рзмѵне лн локѵл фракціеѵ $\frac{x}{a}$. Лнкѵт лндеѵѵѵе, спре а фаче сз пѵарз

фракціе, сз кѣвине лнмѣлци тоате термнине екваціи прии нѣмнторіѣл фракціи, ши а лѣса се нѣмнхрѣторіѣл лн локѣл фракціи, фѣрѣ ал лнмѣлци. Де асемнне сар фаче пентрѣ тоате фракціне каре сѣр пѣтѣ афла лн екваціе, лнмѣлциндѣле ѣнне дѣнѣ алтеле, прекѣм сѣѣ ф.кѣт днчѣ маѣ сѣс.

Редерит ссте кѣ валоре фракціи нѣ сз скнмѣл, пентрѣ кѣ сз лнмѣлцеск нѣмаѣ ачеле доѣм мѣдѣлзрѣ, каре сѣнт кѣтнмѣ екваас, прии тог ачѣ мѣрнне.

140. Пентрѣ де а дѣзѣзра не нѣкѣноѣта че есте лнмѣлцитѣ прии о гѣтнне кѣоскѣгѣ, сз лнтрѣкѣннцѣгѣ лнмѣлцирѣ. Фіе екваціа $ax + b = cd$ а кѣрѣл кѣг нѣл нѣкѣноѣгѣ x есте лнмѣлцитѣ прии a . Сіре а дѣзѣзра не ачѣгѣ кѣтнне нѣкѣноскѣгѣ ши а о лѣса снпѣрѣ пентрѣ ѣнѣл днн термнине екваціи, сз кѣвине лнмѣлци тоате термнине прии a , каре ва да $\frac{ax}{a} + \frac{b}{a} = \frac{cd}{a}$; дѣр $\frac{ax}{a} = x$.

Дечѣ, екваціа трѣѣтѣ сз ва фаче $x + \frac{b}{a} = \frac{cd}{a}$ лн кіре нѣм ѣ нѣкѣноскѣта x есте ѣнѣл

дин терминиале екваціѣ.

141. Дѣкз некѣноскѣта есте лнзлцатз ла вре о пѣтере, н сз екстрѣе рздзчина, аднкз, дѣкз некѣноскѣта есте лнзлцатз лн екваціе ла квадрат, сз кѣвине аѣ екстрѣе рздзчина квадратз, дѣкз есте лнзлцатз ла кѣвѣ, сз кѣвине а н сз екстрѣе рздзчина кѣвнкз, шн аша маѣ департе. Де ексемплѣ. авѣнд екваціа $x^2 = a^2$ а кзріа некѣноскѣта x есте лнзлцатз ла квадрат, атѣнче тревѣѣ а екстрѣе рздзчина квадратз днн фісшкаре мздѣларю а екваціѣ, шн вом авѣ $x = a$.

Асемнне, спре а рѣзола (дѣзлега) $x^3 = a + c$, тревѣѣ аѣ екстрѣе рздзчина кѣвнкз, каре нн ва да $x = \sqrt[3]{a + c}$.

142. Пенгрѣ рѣзолуціа екваціналор неапзратз есте Сѣвстнтѣцїа, кѣре есте а пѣне валоре ѣнеѣ кѣноскѣте лн локѣл ачестеѣ некѣноскѣте. Де ексемплѣ, авѣнд авѣндѣвѣз екваціале $x + y = a$ шн $x - y = d$, шн кз ам вон а сѣвстнтѣн лн ачѣ лнтзѣ екваціе валоре де x лн локѣл ачестеѣ некѣноскѣте, атѣнче сз кѣвине лѣа валоре де x лн а доѣа екваціе, каре сз фаче лзсѣнд пе x сннгѣрз лн мздѣларѣл лнтзѣ, шн а доѣа екваціе ва

фи $x = d + y$; лнкжт, $d + y$ есте валоре де x ; дѣпъ ачѣста сз ва свѣститѣи $d + y$ л локѣл де x лн ачѣ лнгзѣи екваціе, ши вом авѣ $d + y + y = a$ л лок де $x + y = a$.

Асемине свѣститѣціе сз ва фаче пентрѣ тоате некѣноскѣтеле, **С**.

143. Пентрѣ де агзси солѣціа проблемилор де граѣла лнтзѣи, сжнт трѣи регѣле де обсерват:

1.) Треѣѣ а рзѣѣѣе, Проблема лн еквациѣи, експримжнѣ рапортѣрилѣ мзримилор кѣноскѣте кѣ челе некѣноскѣте, сѣѣ ши ачѣле каре сжнт лнтре кѣтимилѣ некѣноскѣте ла ѣн лок компарѣите (алзгѣратѣ).

П р о б л е м а I.

Бран ши Стан аѣ ѣн нѣмзр де оѣ; дѣкз Бран ар да дин а ле сале чинчзечѣи оѣ лѣи Стан, атѣнче иѣ ар авѣ деопотрѣвз ѣнѣл кѣт алтѣл; дар дѣкз Стан ар да чинчзечѣи лѣи Бран, атѣнче ачѣста ар авѣ де трѣи орѣи мѣи мѣлт дѣкжт ачѣла че аѣ рзмѣс лѣи Стан. Кѣте оѣ авѣ фѣешкаре дин иѣ ?

Пентрѣ де а ашзѣа ачѣстз проблемз лн екваціе, x репрезентѣзз тѣрма лѣи Бран, ши y тѣрма лѣи Стан. Аша дар, $x - 50 = y + 50$. Ачѣста есте ачѣ лнтзѣи конѣнціе а Проблемѣи.

Фигуринд съестиг $3y - 150 = y + 100 + 50$.
 Дикват, ноъ ам ах ахат о снигърз некъноскѣтз
 каре есте y , че лнезмиѣхз нѣмзрѣл онлор
 лѣй Стан.

А треа рсгѣлз ши ва лмезца а кѣноаце ва-
 лоре ачест ѣ некъноскѣте.

III.) Прии ачѣсгз рсгѣлз кѣтимѣ некъно-
 скѣтз сз ласз снигърз лн ѣнѣ дин мздѣларѣ,
 стрзмѣтѣнд тоате мзримиле кѣноскѣте лн
 челаант мздѣларѣ, лн кипѣл ѣрмзторѣ: $3y$
 $- 150 = y + 150$, стрзмѣтѣнд пе кѣтимѣ кѣ-
 носкѣтз дин ачел лтѣй термин лн ал доиле, ши
 пззинд пѣрѣре рсгѣла семинлор, вом авѣ $3y$
 $= y + 150 + 150$ сѣѣ $3y = y + 300$; ши стрз-
 мѣтѣнд пе y дин ал доиле мздѣларѣ ла ачел
 лнгзѣн, вом авѣ $3y - y = 300$ сѣѣ $2y = 300$.
 Лн ѣрмз, фѣинд кз y есте лнмѣлцит прии
 2, лнмѣлцеск пе амѣндохѣ мздѣлзрѣн прии
 2, ши ам $y = 150$; дечѣй Стан авѣ лн а са
 тѣрмз 150 оѣ.

Пентрѣ де а кѣноаце каре ера нѣмзрѣл о-
 илор а тѣрмѣй лѣй Бран, тревѣн а съеститѣи
 150 лн локѣл де y , лн ѣниле дин еквацѣй лн
 каре сз гзсеск некъноскѣтеле x ши y . Дн-
 кѣт, ла ачѣ лнтзѣн еквацѣе каре есте $x -$

Дикът леем $7x = 91$, ши патъ проблема а-
шхзатъ ли екваціе.

Дадатъ че о проблемъ есте, прехъм ам хис,
традъсъ ли лимба Алуевринкъ, рхмзшница ре-
жолвцій есте кър о цибъзріе. Дечй, сѣ ва зї-
че: Дѣъ $7x = 91$, апоѣ $x = \frac{91}{7} = 13$, ли-
кѣт фіѣл аре 13 аѣй; гѣр пхрштеле ва авѣ 78,
пентрѣ къ л фангъ $13 + 78 = 91$.

Патъ проблема режолвѣтъ, гѣр режолвѣціа ли-
кредшщѣтъ, пентрѣ къ га рѣсвѣнде кондшціѣ
пропѣсе.

144. Дн ачест мик сксемпѣлѣ вѣм маѣ лкѣта
(144) кѣ къ спре а днхъзрѣ пе некѣно-
скѣта кѣнд сѣ афлѣ афектѣтъ де орѣ каре кое-
фшціент, сѣ кѣ вше лмпѣрѣци тоатъ сквѣціа прин-
тот ачест коефшціент. Аша дар спре а гѣш
валоре де x ли хрмзтоарѣ екваціе $ax = b$
сѣ ва скріе $x = \frac{b}{a}$.

Проблема IV.

Каре есте нѣмзрѣл а кѣрѣл о трїне ши о
патрїне адѣнате ла хн лок фѣк 63?

Еѣ нѣмеск ачест нѣмзр x , а са трїне ва
фї $\frac{x}{3}$, а са патрїне $\frac{x}{4}$. Дар ачесте доѣз

ЛН КЪРС ДЕ КЖТЕВА ЗИЛЕ. ЛН ЗІХА ЛНТЗН ДЪ
 АРС ЦІВМЗІГАТЪ А НЪМЗРЪЛЪН КАСЕЛОР САЛЕ, А ДОХА
 ЗИ А ТРЕА ПАРТЕ, ГАР ЛН ЧЕЛЕЛАНТЕ САЪ СЪРПАТ
 ШИ ДЪ АРС А ДОХЖСПРЕЖЕЧЪ ПАРТЕ ДИИ НЪМЗРЪЛ
 ТОТАЛ А КАСЕЛОР, ЛНКЖТ, ДЪПЪ ЧЕ ДЪ ЛНЧЕТАТ
 БОМБАРДАМЕНТАЛ, САЪ ГЗСИТ РЗМАСЕ 63 ДЕ
 КАСЕ. СЪ ЧЕРЕ А ЦИИ КЖТЕ КАСЕ АВЪ АЧЪ ЧЕ-
 ТАТЕ ЛНАИИТЪ АРДЕРІЙ?

Фіе x НЪМЗРЪЛ КАРИЛЕ СЪ КАВЪТЪ; $\frac{x}{2}$ ВА ФИ
 ЕКСПРЕСІА НЪМЗРЪЛЪН КАСЕЛОР АРСЕ ЛН ЗІХА ЛН-
 ТЗН; $\frac{x}{3}$ ШИ $\frac{x}{12}$ ВОР ЕКСПРИМА АЧЛЕ ЧЕ ДЪ
 АРС Л ЧЕЛЕЛАНТЕ ЗИЛЕ, ШИ ФІИИД КЪ ЧЕТАТЪ
 СЪ АЛКЪТЪА НЪМАЙ ДИИ КАСЛЕ ЧЕЛЕ АРСЕ ШИ ДИИ
 ЧЕЛЕ РЗМАСЕ, АПОЙ ДЕ ЕКВАЦІА ПРОБЛЕМІЙ ВОМ АВЪ:

$$\frac{x}{2} + \frac{x}{3} + \frac{x}{12} + 63 = x.$$

СЪ ЛНКІПЪИМ ПЕНТРЪ СКЪРТАРЪ $63 = a$, ШИ
 ЛНМЪЦАСКЪСЪ ТОАТЪ ЕКВАЦІА ПРИИ АЧЕЛ МАЙ МА-
 РЕ НЪМИТОРІО А ФРАКЦІОНЛОР КАРЕ АЧЕ ЕСТЕ 12,
 ВОМ АВЪ $6x + 4x + x + 12a = 12x$.
 ШИ РЗДЪКЖИИД --- $11x + 12a = 12x$ ШИ
 ЛЪЖИИД ДИИ ЪНА ШИ ДИИ АЛТА ПАРТЕ $11x$ ВОМ
 АВЪ $12a = x$. ЛНКЖТ ЧЕТАТЪ БОМБАРДЪИИТЪ
 АВЪ ЛН А ЕЙ КЪПРИИС 756 КАСЕ.

Проблема VI.

Тестаментъл ыныӳ пзринте рзндѹеще кѹмкѹ ла фийӳ чел май маре сз се дее де клирономіе 1000 галвинӳ ши $\frac{1}{6}$ дин ачел че ва рзмѹнѹѹ; кѹ ла ал доиле сз се дее 2000 галвинӳ ши $\frac{1}{6}$ дин рзмѹшицѹ ; кѹ ла ал тринле сз се дее 3000 галвинӳ ши $\frac{1}{6}$ дин рзмѹшицѹ , ши аша май департе пзн ла ачел депе ырмѹ фийӳ , а кзрѹга порціе есте рзмѹшица клирономіеӳ. Дѹмпзрциндѹсѹ порціиле сз афлѹ кѹм кѹ тоцӳ фийӳ аѹ клирономит дрепте порціӳ. Сз чере а ши 1^о каре ера тогимѹ ѡверий пзринцецӳ ; 2^о каре ера нѹмзрѹл фийлор ; ши 3^о каре аѹ фост порція а фіешкзрѹла ?

Ачесте трій днтреврӳ ар пѹтѹ да а креде кѹмкѹ дн ачѹстѹ проблемѹ ар фи трій некѹноскѹте; кѹ тоате ачесте лесне есте а днцзлеце кѹмкѹ кѹноскѹндѹсѹ ѡверѹ пзринтѹскѹ, тоате челеланте сз вор кѹнолѹце. Кзчӳ, скззиндѹ де ла ачѹ масѹ 1000 галвинӳ + $\frac{1}{6}$ а рзмѹшицеӳ, каре сз даѹ ла ачел май маре, дестѹл ар фи а дмпзрци клирономіа прин ачѹстѹ порціе ачелѹӳ май маре, гзр кѹторѹл ар фаче кѹноскѹт нѹмзрѹл пзрцилор еквале ши дн ырмаре пе ачела а фийлор. Дечӳ сз кзѹтѹм ѡверѹ пзринтѹскѹ.

$$= \frac{55a - 5x}{36} \quad \text{Дѹпѹ че саѿ афлат екваціа}$$

апоѿ нѹмаѿ есте ничѿ о греотате; ши валоре
некѹноскътеѿ сѹ афлѹ лѹсѹндѹо сингѹрѹ лн ѹн
мѹдѹларѿ. Аиче де ексемплѹ, лнмѹлцинд пе
амѹндѿ мѹдѹларѿ прин 36 вом авѹ

$$30a + 6x = 55a + 5x.$$

Дѹнд де ла амѹндѿ пѹрѹѿ кѹтимиле ко-
мѹне, адекѹ 30a ши 5x, вом афла аверѹѹ
пѹринтѹскѹ x = 25a = 25,000 галениѿ,

Дикѹт порѹіа а фіешкѹрѹа фіѿ есте де 5000
галениѿ; іар нѹмѹрѹа фѹацілор аѿ фѹст чинѹѿ.

Проблема VII.

Кѹносѹнд повѹдѹа а ѹнеѿ короне де доѹѹ
металѹрѿ, де ексемплѹ: де аѹр ши де арѹинт,
а гѹен кѹтимѹ де аѹр ши ачѹа де арѹинт,
каре сѹнт аместекате лн ачѹѹгѹа коронѹ.

Дн Физикѹ есте прѹвѹнт кѹ корпѹсѹрнле вѹр-
тоасѹ, лмплѹнтате лн апѹ, перд дин а лор по-
варѹ атѹта кѹт траѹе ѹн асемише волѹмен де
апѹ; де ексемплѹ: дѹкѹ о бѹкатѹ де фіер
траѹе 100 литре, ши кѹ волѹменѹа еква а
апѹѿ кѹ ачѹа а фіерѹлѹѿ траѹе 12 литре, а-
тѹнче фіерѹа, кѹфѹндѹт лн апѹѹ ва траѹе нѹмаѿ

88 де литре, пентрѣ кѣ ва перде 12 литре дини а са поварѣ.

Дини ачесте ѡрмѣхѣ кѣ лѣмѣд пѣвѣрѣ еквиѣ лнхѣ де деосебѣте металѣрѣ, де аѣр, де арѣинт ши де арѣмѣ, ши кѣ сѣ лмплѣнтѣ лн апѣ, аѣѣне металѣрѣне челе маѣ греле вор перде маѣ пѣцин дини а лор поварѣ декѣт челеланте, пентрѣ кѣ еле вор авѣ маѣ пѣцин волѣмен. Декѣт, аѣрѣл фѣлѣд маѣ грѣѣ декѣт арѣинтѣл, волѣменѣл де аѣр ва пѣрде маѣ пѣцин декѣт ачел де арѣинт, гѣр волѣменѣл де цинт ва пѣрде маѣ пѣцин декѣт ачел де арѣмѣ, пентрѣ кѣ арѣнетѣл траѣе м ѣ мѣлт декѣт арама.

Пентрѣ де а дескопѣри л карѣ кѣтѣме арѣинтѣл сѣ афлѣ аместекат лн ачѣстѣ коронѣ. сѣ кѣѣне лѣа ѣн ленгот (о ѣѣкатѣ) де аѣр кѣрат ши о ѣѣкатѣ де арѣинт, фѣешкаре де о поварѣ сквалѣ кѣ повара коронѣ; апоѣ а лмплѣнта лн апѣ корона ши ачеле доѣѣ ѣѣкѣцѣ, ши дѣкѣ ачѣстѣ коронѣ перде маѣ мѣлт дини а еѣ поварѣ декѣт ѣѣката де аѣр, ши маѣ пѣцин декѣт ѣѣката де арѣинт, гѣ нѣ есте де арѣинт лнаѣрѣнт че есте дини аместекѣтѣрѣ.

Дрѣптачѣга трѣѣѣѣ а да нѣмѣрѣ лѣ деосебѣтеле мѣрѣмѣ карѣне лнтрѣ лн ачѣстѣ прѣблѣ-

мз: фіе дечй р повара вѣкзцій де аѣр, а ле вѣкзцій де арцинт ши а ле коронеѣ; а пердерѣ че фаче де а еѣ поварз вѣката де арцинт лмплжнтатз лн апз, ши б пердерѣ вѣкзцій де аѣр, с а ле коронеѣ, х кзтимѣ де арцинт аместекат лн коронз, ши у кжтимѣ де аѣр. Статориичиндѣсз ачесте, авем доѣж екваціѣ, пентрѣ кз сжнт доѣж некѣноскѣте х ши у. Ачѣ лнтзѣ ѣшор сз поате афла: ѣ ва фи $x + y = p$, пентрѣ кз корона есте фзкѣтз нѣмай дин аѣр ши дин арцинт.

Пентрѣ а доѣа рехонеѣ лн ачест фелѣ, фіннд кз лн ачѣ коронз есте нѣмай аѣр ши арцинт, сз кѣвине ка пердерѣ де поварз че фаче корона лн апз лмплжнтатз сз фіе ла ача де аѣр ши де арцинт аместекат лн коронз, прекѣм пердерѣ че фаче вѣката де арцинт лмплжнтатз лн апз есте кзтрз пердерѣ че фаче кжтимѣ де арцинт аместекатз лн коронз; лнкжт дѣкз вѣката де арцинт есте лндонтз декжт кжтимѣ арцинтѣлѣѣй коронеѣ, пердерѣ поварей а вѣкзціѣ ва фи лндонтз де ача а поварей арцинтѣлѣѣѣй дин коронз.

Іатз о адоѣа екваціе кареї сз кѣвине цинѣ л минте: пердерѣ де поварз че аѣ фзкѣт ко-

рона амплитатъ ли анъ есте еквалъ ли ача
 а възцилор де метал, физъ а лигроаиче
 новъ нескъноскъте осевите де x ши y , ши а-
 тиче фак ачѣстъ пропорціе: $p : x :: a : \frac{ax}{p}$.

Ачест термин $\frac{ax}{p}$ лискъмѣхъ пердѣрѣ че фа-
 че кѣтимѣ де аршинѣ а короней. Кѣмъ сѣ а-
 флаъ ли анъ; пентрѣ къ ачѣстъ пердѣре есте
 а пѣтрѣлѣ термин а пропорцій. Гѣмъ, а асеминѣ
 резон, физкѣмъ пропорція хрѣмѣтоарѣ вом авѣ
 експрѣсія де пердѣрѣ а рѣлѣнѣ аместекат ли
 коронъ: $p : y :: b : \frac{by}{p}$, кѣре лискъмѣхъ къ
 възкѣта де аѣр лискъмѣхъ прин p , есте кѣтрѣ
 аѣрѣл аместекат ли ронѣ, прѣкѣм пердѣрѣ де
 повѣрѣ ал аѣрѣлѣнѣ есте кѣтрѣ пердѣрѣ че фа-
 че аѣрѣл короней. Ликѣмъ, $\frac{by}{p}$ лискъмѣхъ пер-
 дѣрѣ де повѣрѣ де аѣрѣл аместекат ли ко-
 ронъ, ши $\frac{ax}{p}$ ача а повѣрѣнѣ аршинѣлѣнѣ. Ли-
 сѣ, ачесте доѣмъ пердѣрѣнѣ ла ши лок лигрѣнѣнѣ
 сѣлѣмѣхъ пердѣрѣ короней. Дѣнѣ, вом авѣ хр-

мзтоаре екваціе:

$$\frac{ax}{p} + \frac{by}{p} = c \text{ сѣѣ } \frac{ax + by}{p} = c. \text{ Днкжт,}$$

ачеле доуз екваціи каре експримѣзз кондицінле проблемій, сжит: $x + y = p$ ши $\frac{ax + by}{p} = c.$

Апанкѣинд а доѡа ши а треа регѡлз, вине $ax + by = cp$, дѡпз каре лас y сингѡр л мздѡларѡл лнтзѡ ачѡ лнтзѡ екваціѡ, ши ам $p - x = y$; сѡбститѡѡез ачѡстз валоре л локѡла де y лн ачелантз екваціе, ши ам $ax + by = cp$; дар пентрѡ кз y есте лнмѡлцинт прин b лн ачѡстз екваціе, апоѡ треѡѡѡ аселмине а лнмѡлци $p - x$ прин b , ши продѡктѡла есте $b(p - bx)$ каре пѡн л локѡла де by , ши гзсеск ачѡстз екваціе $ax + b(p - bx) = cp$, лн каре сз афлз нѡмаѡ ѡн сингѡр фелѡ де некѡносѡте каре сз кѡбине лзса лн ачел лнтзѡ мздѡларѡ; дечѡ зик: фѡинд кз $ax + b(p - bx) = cp$, треѡѡѡ ка $ax - bx = cp - bp$. Днкз, ачел лнтзѡ мздѡларѡ а ле ачестеѡ днн ѡрмз екваціѡ есте продѡктѡла де x прин $a - b$. Дечѡ, лмпзрцинд пе амѡиндоѡ мздѡларѡ прин

$$a - b, \text{ ба вени } x = \frac{c p}{a} - \frac{b p}{b}.$$

Ачѣстз валоре де x голтз кѣноскѣтз сз поате пѣне лн еквиціа лнтзѣ, пентрѣ де а гзси валоре де y ; дар ачѣста нѣ есте тре-вѣитор, пентрѣкз, кѣноскѣнд кѣтимѣ арцинтѣ-лѣѣ, лесне сз ва пѣтѣ кѣноаще ачѣа ал аѣрѣ-лѣѣ.

Сз пропѣнем акѣма кѣмкз корона трѣцѣ нѣмаѣ 10 литре, ши кз га пердѣ доѣж трѣимѣ де литрз а повзрѣѣ салѣ, лмплѣнтатз фѣинд лн апз; кз бѣката де арцинт, трѣгѣнд а е-мине 10 литре, пердѣ а зѣчѣ парте а повзрѣѣ салѣ, ши кз бѣката де аѣр де асе-мине поварз пердѣ а ноѣспрезѣче парте де а са поварз, ачѣсте пропѣндѣле, вом авѣ $p = 10$, $a = 1$ сѣѣ $\frac{1}{10}$, $c = \frac{2}{3}$, $= \frac{10}{19}$, ши сѣѣтитѣинд ачѣсте партикѣларѣ валоре л локѣл литернлор, вом авѣ $c p - b p = \frac{20}{3} - \frac{100}{19}$, сѣѣ рздѣкѣнд ачѣсте фракціѣ ла тот ачѣл нѣ-миторѣ $c p - b p = \frac{380}{57} - \frac{500}{57} = \frac{80}{57}$. А-семине, $a - b = 1 - \frac{10}{19} = \frac{19}{19} - \frac{10}{19} = \frac{9}{19}$.

Дар, Ли еквація $x = \frac{c p - b p}{a - b}$; нѣмзрз-
 т' рѣл $c p - b p$ есте Лмпзрцит прин $a - b$.
 Дечѣ, тревѣѣ Лмпзрци $\frac{8}{5}$ прин $\frac{9}{1}$ ши кѣто-
 рѣл $\frac{5}{1} \frac{2}{3}$ ва Лнсзмна валоре де x каре есте
 кѣтнмѣ де арцинт аместекат Ли коронѣ. Деч,
 фзкжндѣсз Лмпзрцирѣ, сѣ веде кѣ корона авѣ
 апроапе де трѣѣ антрѣ арцинт, ши пентрѣ кѣ пи-
 сте тот трзцѣ 10 лигре, апоѣ га авѣ апроа-
 пе 7 лигре аѣр.

Ачѣстѣ проблемѣ сѣ поате аплика ла регу-
 лиле де алегацие (Аритмет: §. 154).

Де екваціе а гра дѣлѣѣ ал доиле.

146. Пентрѣ де а резолна о екваціе де
 гра дѣл ал доиле, тревѣѣ маѣнаинте а фаче
 ка терминѣл кариле кѣпринде пе а доѣл пѣтере
 а некѣноскѣтей сѣ аѣѣе сзмнѣл +, де нѣл а-
 ре, Дар, пентрѣ ачѣста, ла Лнтѣмпларе кжндѣ
 ачѣстѣ некѣноскѣтѣ ар авѣ семнѣл —, нѣ рз-
 мѣне алта дѣкжт а транспорта пе ачест тер-
 мин дин ѣн мз дѣларѣю Ли алтѣл, кѣ терми-
 нѣл че кѣпринде пе Лнтѣл пѣтере а некѣноскѣ-
 тей.

Е к с е м п л а ш .

А г з си до ш н ш мере а к з р о р а
с о м з ш и п р о д ш к т с ж н т к ш н о с к ш т е .

С з ш н ч е м к ш м к з с о м а е с т е 34, п а р п р о д ш -
к т ш л 280; Т р е б ш й а г з си к а р е е с т е ф и е ш к а р е
д н и а ч е с т е д о ш н ш м е р е ? А ч е л л н т з й н ш м з р
е с т е x п а р а л д о н л е y ; а с е м и т е н ш м е с к 2 а
с о м а а ч е с т о р д o ш н ш м е р е , ш и b п р o д ш к т ш л .
Д ш п з а ч е с т е , в о м а в б е ш р м з т o r a р е д o ш н ш е к в a -
ц и й $x + y = 2 a$ ш и $x y = b$.

Л н ш р м i р б e р e г ш л e й а д o ш a , а ч с т e д o ш н ш e к -
в a ц и й т р e б ш й а л e р з д ш ч e л н o a r e a к a р e с з
к ш п р и н д з н ш м a й ш и с и н г ш р ф e л ю д e н e к ш н o s k ш -
т з . Д e а ч e л e ш в a л o р e д e y л н a ч б e л n t z й
e k в a ц и e , ш и a ф л ш $y = 2 a - x$; a п o й с ш б -
c т и т ш e з a ч e c т в o л o р e d e y л n a d o ш a e k в a ц и e ,
o б c e р в ж н d к з y ф i ш n d л n m ш л ц и г п р и n x , в a -
л o р e d e y , a д e к з d e 2 a - x , т р e б ш й a -
c e м и ш e c z ф i e л n m ш л ц и t z п р и n x ; ш a л n
ш р m i р e x y e c t e e k в a л к ш 2 a x - x x . Д e ч ,
a d o ш a e k в a ц и e c z р з d ш ч e л a a ч б e c т a : 2 a x -
x x = b . Д a р , a ч б e c т z e k в a ц и e e c t e d e г р a -
д ш л a л d o н л e , ц e н т р ш к з x e c t e л n z a ц a т a л

ал сѣ квадрат. Деспре алтз парте, га кѣ-
принде деосевите пѣтерѣ а некѣноскутѣй, пре-
кѣм $x x$ ши $2 a x$. Пентрѣ де а гзси солѣція
ачестѣй проблеме, тревѣй аглика регѣла каре
ам дато маѣ сѣс, л кнѣл ѣрмзтерѣ:

Маѣ лнтзѣ стрзмѣт $x x$ ши $2 a x$ ла ал
донле мзѣларѣй гар b ла ачел лнтзѣй, ши ам
— $b = x x - 2 a x$, сѣѣ $x x - 2 a x = - b$.
Ачѣстз прегзтире фзкжндѣсз, еѣ квадратѣл
де ѣѣмзтатѣ кѣтимѣй каре лмѣлцѣще пе лн-
тзга пѣтере а некѣноскутѣй ши каре есте $2 a$, ши
адаог ачест квадрат ла фѣшкаре дин мзѣл-
ларѣй еквациѣй. Дар, ѣѣмзтатѣ де $2 a$ есте
 a , ши квадратѣл а ле ачестѣй ѣѣмзтзцѣй есте
 $a a$. Де ачегз тревѣй адзоѣи $a a$ кзтрз
фѣешкарнле дин мзѣларѣй еквациѣй, ши воѣ а-
вѣ ноѣа еквалитате $x x - 2 a x = a a - b$.
Дар ачел лнтзѣй мзѣларѣй а ле ачестѣй екв-
ациѣй есте ѣн квадрат деплин де каре $x - a$ есте
рзѣзчѣна, прекѣм сз ва ведѣ екстрзгжнд рзѣзчѣ-
на квадратз а ле ачестѣй лнтжѣй мзѣларѣй, сѣѣ
лнмѣлцинд $x - a$ прин лнсѣш ел. Дечѣй,
лѣжнд рзѣзчѣнна квадратз дин фѣешкаре мзѣл-
лар ал еквациѣй трекѣте, воѣ авѣ еквалита-

тѣ $x - a = \sqrt{aa - b}$. Ачест ал доиле мздалар нефинд ын квадрат деплин, лнтре-вѣнцыз семнѣ радикал пентрѣ де ай експри-ма рздзчна, непѣтѣнд га фи екстрасз лн ли-тере. Дар, пентрѣ кз $x - a \sqrt{aa - b}$, ырмѣыз кз $x = a + \sqrt{aa - b}$, дечн нѣ рзмѣне алта декѣт а свѣститѣи лн ал доиле мздалар валоре кѣноскѣта а литерилор а ши b . Лнсз, дѣпз Ипотега $2a = 34$, дечн $a = 17$ ши $aa = 289$. Деспре алтз парте, $b = 280$, дечн $\sqrt{aa - b} = \sqrt{289 - 280}$. Дар, $289 - 280 = 9$, Дечн, $\sqrt{aa - b} = \sqrt{9}$; лнсз, $\sqrt{9} = 3$; Дечн $\sqrt{aa - b} = 3$. А-ша дар еквѣцѣа $x = a + \sqrt{aa - b}$ сз рзд-дѣче ла ачѣста : $x = 17 + 3$, сѣѣ $x = 20$.

Дѣкз ла фиѣскаре мздаларн ам адалс ква-дратѣа де цѣмзтатѣ кѣтимей каре лмѣлцз-це пе некѣноскѣта, ера скопос ка ачест лн-тѣн мздаларн кариле кѣпринде пе некѣноскѣта сз се факз ын деплин квадрат, ши пѣрѣрѣ ка еши ачел резултат пзхундѣсз ачѣстз регѣлз.

147. Мѣн есте лнкз ын алт мнжлок спре

а гзси солѸціа ачесте проблеме; га сз лнтемемгзз не ачѸстз регѸлз каре сз кѸвине а о цинѸ аминте ; ши каре есте Ѹрмзгоаре .

ДѸкз доѸж кѸтимѸ сѸнт инеквале, ачѸ маѸ маре есте еквалз кѸ ѸѸмзтатѸ сомей, пѸс ѸѸмзтатѸ дифференціѸ (деосевирей), га чѸ маѸ минкз есте еквалз кѸ ѸѸмзтатѸ сомей, минѸс ѸѸмзтатѸ дифференціѸ. ДечѸ дестѸл есте а кѸноаше ѸѸмзтатѸ сомей ши ѸѸмзтатѸ дифференціѸ; дар ѸѸмзтатѸ сомей есте кѸноскѸтз, пентрѸ кз сомѸ лнтрѸгз, прин Іпотезз, есте 2а. ДечѸ, нѸмаѸ о сингѸрз некѸноскѸтз аѸ рзмас а сз кѸѸта, адекз: ѸѸмзтатѸ дифференціѸ, лнкѸт нѸмаѸ о сингѸрз евѸаціе аѸ рзмас а сз фаче пентрѸ де а сз реѸола проблема.

Сз нѸмим з ѸѸмзтатѸ дифференціѸ а доѸж нѸмере ; фіннд а ѸѸмзтатѸ сомей. ДечѸ ачел маѸ маре днн доѸж нѸмере есте $a + z$ га ачел маѸ мик есте $a - z$. Дар, продѸктѸл де $a + z$ прин $a - z$ есте $a^2 - z^2$. ДечѸ, фіннд кз b лнсзминѸзз продѸктѸл нѸмерилор кзѸтате, ѸрмѸзз кз $a^2 - z^2 = b$. ДечѸ, $a^2 - b^2 = z^2$, сѸѸ $z^2 = a^2 - b^2$.

Апой пѣина л лок де а' ши де б' нѣмериле
 каре сѣнт лнсамнате прин ачесте литере, а-
 фла $x^2 = 289 - 280$, сѣѣ $x^2 = 9$. Лн-
 кѣт, екстреманд рѣдзчина квадратъ дин фіеш-
 каре мзѣларю, вом авѣ $x = 3$, адикъ, кѣ
 цѣмзтатѣ диференціѣ есте 3; дар сома фі-
 инд 34, цѣмзтатѣ ачестей соме есте 17;
 дечѣ, ачел маѣ маре дин нѣмериле кѣѣтате
 есте $17 + 3 = 20$, мар ачел маѣ мнѣ есте 17
 $- 3 = 14$. Ведерат кѣ ачесте доѣм нѣмере
 20 ши 14 сѣнт ачеле каре сѣ кѣѣта, пентрѣ
 кѣ сома лор есте 34 мар продуктѣл 280.



